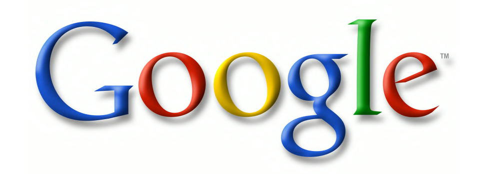



B 1,237,211






E P FABER

Nachrichten

von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

zu Göttingen.

Mathematisch-physikalische Klasse.

aus dem Jahre 1901.

Göttingen,
Commissionsverlag der Dieterich'schen Universitätsbuchhandlung
Lüder Horstmann.
1902.

Register

über

die Nachrichten von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

Mathematisch-physikalische Klasse.

Aus dem Jahre 1901.

Ueber Pyro- und Piezomagnetismus der Krystalle.

Von

W. Voigt.

Vorgelegt in der Sitzung am 12. Januar 1901.

1. Einleitung. Die von Alters her bekannten Erscheinungen der Pyroelectricität und die durch die Herren J. und P. Curie in den letzten Decennien neu aufgefundenen der Piezoelectricität haben unzweifelhaft mehr als einen Physiker zu der Frage geführt, ob sich kein Analogon zu diesen Wirkungen auf magnetischem Gebiete finden lassen möchte, d. h. also, ob nicht gewisse Krystalle durch Erwärmung und durch Deformation magnetisch erregt werden. Positive Resultate bezüglicher Beobachtungen sind indessen nicht publicirt worden, und es hat sich demgemäß die Vorstellung ziemlich fest eingebürgert, daß Pyromagnetismus und Piezomagnetismus in Wirklichkeit überhaupt nicht existiren.

Die moderne Electronentheorie der Electrodynamik zwingt indessen dazu, diese Ansicht zu revidiren. Sind in (erwärmten) Körpern, wie solches durch die Zeeman'sche Entdeckung so wahrscheinlich gemacht wird, electrische Massen vorhanden, die sich in geschlossenen Bahnen bewegen, so existiren in ihnen auch magnetische Felder mit Symmetrieverhältnissen, die mit den Symmetrieen der Moleküle zusammenfallen müssen, und es ist kein Grund einzusehen, warum nicht Krystalle gewisser Gruppen durch sie permanente magnetische Momente erhalten sollten, die sich dann durch Temperaturänderung und durch Deformation ändern müßten. Und da aus den Vorgängen der Piezoelectricität erhellt, daß durch Deformationen endlicher Krystallpräparate auch solche Moleküle, die ursprünglich kein electrisches Moment besitzen können, dergleichen erhalten, so ergiebt sich die Wahrscheinlichkeit dafür, daß auch gewisse Krystallgruppen, die bei dem gewöhnlichen Zustand allseitig gleichen Druckes kein magnetisches Moment zeigen können,

ein solches durch geeignete Deformationen annehmen möchten. Die Electronentheorie nöthigt also dazu, Pyro- und Piezomagnetismus als vorhanden anzusehen und die Ergebnißlosigkeit der bisherigen Beobachtungen nur dahin zu deuten, daß die Vorgänge zu ihrem Nachweis feinere Mittel erfordern, als bisher dafür in Bewegung gesetzt worden sind. Von dem Standpunkt dieser Theorie aus gewinnt somit nicht allein das Problem des Nachweises jener Wirkungen größere Bedeutung, es hat auch schon die Festlegung einer oberen Grenze, welche sie jedenfalls nicht erreichen, ein gewisses Interesse.

Von diesen Ueberlegungen geleitet, habe ich mich, gefördert durch eine Unterstützung seitens der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften, seit einiger Zeit mit Versuchen über magnetische Erregung einiger Krystalle beschäftigt, die nach ihren Symmetrieverhältnissen pyro- oder piezomagnetisch sein können. Obgleich ich die Untersuchung noch keineswegs als abgeschlossen betrachte, so theile ich doch eine Reihe der erhaltenen Resultate im Folgenden mit, weil sie das darstellen, was ich mit den zunächst verfügbaren Mitteln zu erzielen vermochte. Ich beabsichtige, die Beobachtungen nach Maßgabe des eingehenden Krystallmateriales, um dessen Beschaffung ich dauernd bemüht bin, fortzusetzen. Offenbar kann nur eine systematische Durchforschung der in Betracht kommenden Substanzen volle Aufklärung geben. Dabei wird es Glücksache sein, ob sich Krystalle stärkerer Wirkung früher oder später einstellen, wie es z. B. Glücksache war, daß Hall bei seinem Forschen nach dem von ihm gesuchten Effect bald auf Wismuth verfiel.

2. Symmetrieverhältnisse. Um festzustellen, welche Krystalle überhaupt pyro- oder piezomagnetische Erregungen gestatten, wird es nöthig sein, von denjenigen allgemeinen Symmetrieüberlegungen auszugehen, die Aufklärung darüber geben, bei welchen Krystallgruppen und bei welcher Art der Erregung die eine oder die andere Wirkung überhaupt allein auftreten kann. Die betreffenden Untersuchungen sind meines Wissens bisher überhaupt noch nicht systematisch durchgeführt worden, und ihre Resultate dürften daher auch ein selbstständiges Interesse erregen. Dabei mag die Anordnung der 32 Krystallgruppen und ihre Characterisirung durch von einander unabhängige Symmetrieelemente in der von mir früher schon wiederholt benutzten Weise [1]) vorgenommen werden.

---

1) W. Voigt, Kompendium der theoretischen Physik, Bd. I, S. 133. Leipzig 1895; Die fundamentalen physikalischen Eigenschaften der Krystalle, S. 191; Leipzig 1898; Gött. Nachr. 1900, S. 355.

Es handelt sich, wie später zu zeigen, bei den Vorgängen der pyro- und der piezomagnetischen Erregungen um centrisch-symmetrische Vorgänge; den krystallographischen Symmetrieelementen superponirt sich somit ein Centrum der Symmetrie, und in Folge hiervon ziehen sich die 32 Krystallgruppen in 11 Obergruppen zusammen, die ausschließlich durch die dem Vorgang individuellen Symmetrieaxen characterisirt werden können. Bezeichnet man durch das Symbol A_s^n die Existenz einer $n$zähligen Symmetrieaxe in einer Coordinatenrichtung s, so erhält man folgendes Schema:

Triclines System

Gruppe 1 und 2 keine Symmetrieaxe.

Monoclines System

Gruppe 3, 4, 5 A_z^2

Rhombisches System

Gruppe 6, 7, 8. $A_z^2 A_x^2$

Rhomboedrisches System

Abth. I) Gruppe 9, 10, 11 $A_z^3 A_x^2$
Abth. II) Gruppe 12, 13 A_z^3

Tetragonales System

Abth. I) Gruppe 14, 15, 16, 19 $A_z^4 A_x^2$
Abth. II) Gruppe 17, 18, 20 A_z^4

Hexagonales System

Abth. I) Gruppe 21, 22, 23, 26 $A_z^6 A_x^2$
Abth. II) Gruppe 24, 25, 27 A_z^6

Reguläres System

Abth. I) Gruppe 28, 29, 30 $A_z^4 A_y^4$
Abth. II) Gruppe 31, 32 $A_x^2 \sim A_y^2 \sim A_z^2$.

Hierbei bedeutet $\sim$ die Gleichwerthigkeit zweier Symmetrieaxen; die Bezeichnung der Gruppen entspricht dem Vorschlage von Schönflies.

3. Beobachtungsmethode. Die Beobachtungen über die magnetische Erregung wurden an Cylindern angestellt, die in der weiter unten beschriebenen Weise aus gewissen Krystallen ausgeschnitten waren und nach der Theorie constante longitudinale Momente besitzen oder erhalten, demgemäß also mit gleichmäßigen Belegungen ihrer Grundflächen aequivalent sein sollten. Direct ge-

messen wurden die Wirkungen, die jene Präparate auf ein nahes astatisches Nadelsystem ausübten.

Dieses System bestand aus zwei Mal zehn aus Uhrfedern von ca. 1,2 mm Breite hergestellten Stahlstreifchen von etwa 9 mm Länge, die auf ein System von Glasfäden so aufgekittet waren, daß zwei Gruppen von je fünf Nadelpaaren entstanden. Das Ganze war innerhalb eines ziemlich weit evacuirten Glasrohres an einem Quarzfaden so aufgehängt, daß es in der Ruhelage dem Quarzfaden eine merkliche Drillung nicht ertheilte. Die durch einen Richtmagneten erzwungene Ruhelage schloß nur einen kleinen Winkel mit dem magnetischen Meridian ein; um ihre Schwankungen durch Aenderungen des Erdfeldes zu vermindern, war nach dem von Raps gemachten Vorschlag ein System sorgfältig ausgeglühter Eisendrähte in der Höhe des schwächeren Nadelsystems senkrecht zu dessen Ruhelage so aufgestellt, daß die Drehung eines ziemlich großen und kräftigen Stabmagneten an der Beobachtungsstelle aus der ostwestlichen in die westöstliche Lage die Nadel nur kaum merklich beeinflußte.

Zur Minderung thermischer und electrostatischer Einwirkungen war das die Magnetnadeln enthaltende Glasrohr mit einem Mantel von dünnem Kupferblech umgeben.

Aber trotz aller dieser Vorsichtsmaßregeln gelang es nur selten, die Ruhelage des Nadelsystemes auf längere Zeiten leidlich constant zu erhalten. Selbst wenn, wie zur Vermeidung der Einwirkung des Straßenverkehres nothwendig, in spätester Abendstunde beobachtet wurde, zeigten sich häufig ganz unregelmäßige Schwankungen, deren Ursache nicht zu eruiren war, und die viele, ja wohl die meisten Messungsreihen unbrauchbar machten. Aus dem gleichen Grunde war es unthunlich, dem System die höchste an sich erreichbare Empfindlichkeit zu ertheilen; denn die hierfür nothwendige Schwingungsperiode von nahezu einer Minute verhinderte die wünschenswerthe häufige Controllirung der Ruhelage. Da überdies bei den langsamsten Schwingungen die Amplituden so stark abnahmen, daß die gewöhnliche Regel der Bestimmung der Ruhelage aus drei Umkehrpunkten versagte, so erschien am vortheilhaftesten, bei Perioden von ungefähr 20 Secunden zu beobachten und die Genauigkeit durch eine Vermehrung der Anzahl der einzelnen Bestimmungen zu vergrößern. Indem der Sinn der Erregung des Krystallpräparates von einer Beobachtung zur folgenden regelmäßig gewechselt wurde, ließ sich der Gang der Ruhelage von vierzig zu vierzig Secunden (die einzelne Bestimmung erstreckte sich über zwei volle Perioden) feststellen. Beibehalten wurden nur

Beobachtungsreihen, bei denen die Ruhelage entweder regelmäßig in einer und derselben Richtung wanderte, oder, wenn unregelmäßig, dann in sehr kleinen Bereichen, z. B. im Verlauf von 25 – 30 Bestimmungen nur innerhalb weniger Millimeter der 2 m von dem Nadelsystem entfernten Scala variirte.

Ueber die Empfindlichkeit der Beobachtungsmethode, die bei den verschiedenen Versuchen etwas verschieden war, wird in dem Bericht über letztere Rechenschaft abgelegt werden. Hier mag nur bemerkt werden, daß ihre Bestimmung durch die Messung des Ausschlages geschah, den eine an Stelle des Krystallpräparates gebrachte und diesem möglichst gleichgestaltete Rolle beim Hindurchleiten eines sehr schwachen, in seiner Intensität gemessenen Stromes dem astatischen Nadelsystem ertheilte. Die mit der Vorrichtung noch eben constatirbaren Polstärken besaßen die Größenordnung 10^{-7} bis 10^{-8} (g, cm, sec).

4. Formeln für die pyromagnetische Erregung. Wie im Falle der Pyroelectricität stellen sich auch die Gesetze der pyromagnetischen Wirkungen am einfachsten mit Hülfe einer gewissen scalaren Function, der freien Energie, dar, die man in erster Annäherung als in den Feldcomponenten lineär ansetzen kann. Man gelangt so zu dem Ansatz

$$1) \qquad -\xi = m_1 A + m_2 B + m_3 C,$$

wobei m_1, m_2, m_3 Functionen der Temperatur bezeichnen, und A, B, C, die Feldcomponenten, axiale Natur haben, d. h. bei Umkehrung aller Coordinatenrichtungen ihr Vorzeichen beibehalten.

Es stellen dann

$$2) \quad a = -\frac{\partial \xi}{\partial A} = m_1, \quad b = -\frac{\partial \xi}{\partial B} = m_2, \quad c = -\frac{\partial \xi}{\partial C} = m_3$$

die Componenten des specifischen magnetischen Momentes nach den Coordinatenaxen dar;

$$3) \qquad \eta = -\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = m_1' A + m_2' B + m_3' C,$$

wobei $\partial m_h / \partial \tau = m_h'$ gesetzt ist, bedeutet die Entropie der Volumeneinheit.

Die Specialisirung des Ansatzes (1) auf die einzelnen Obergruppen des Schemas von S. 3 ergiebt folgendes Resultat:

Triclines System

m_1, m_2, m_3;

Monoclines System

$0, 0, m_3$;

Rhombisches System
0, 0, 0;
Rhomboedrisches System
Abth. I) 0, 0, 0,
Abth. II) 0, 0, m_3;
Tetragonales System
Abth. I) 0, 0, 0,
Abth. II) 0, 0, m_3;
Hexagonales System
Abth. I) 0, 0, 0,
Abth. II) 0, 0, m_3;
Reguläres System
0, 0, 0.

Diese Tabelle zeigt, daß die wahre, d. h. durch räumlich constante Temperaturänderung eintretende pyromagnetische Erregbarkeit keine besonders häufige Eigenschaft der Krystalle ist, zumal da für die zweiten Abtheilungen des vierten bis sechsten Systemes relativ wenige Vertreter existiren; erregbare Substanzen, welche Krystalle in für die Beobachtung ausreichenden Dimensionen liefern, sind sogar recht selten.

Ueber die Abhängigkeit der Parameter m von der Temperatur ist von vornherein garnichts auszusagen; stellt man sich auf den Standpunkt der Jonentheorie, so wird man annehmen dürfen, daß sie mit steigender Temperatur zunehmen und nur bei dem absoluten Nullpunkt verschwinden.

Ein rotirendes Electron repräsentirt einen Elementarstrom von einer seiner Umlaufsdauer T indirect proportionalen Stärke J, und somit einen Elementarmagneten von einem Moment, das mit J und mit der Größe der umlaufenen Fläche F proportional ist. Nun ist aber, wenn wir zur Abschätzung der vorliegenden Verhältnisse die Bahnen der Electronen als kreisförmig annehmen, die lebendige Kraft Ψ der Bewegung gleich $2\pi M F / T^2$, unter M die Masse des Electron verstanden; es folgt demnach das Moment des Elementarmagneten proportional mit dem Product aus Ψ und T. Soweit bei höherer Temperatur nicht ganz neue Bewegungsarten auftreten, würde T als constant anzusehen und somit das Moment mit Ψ, d. h. mit der absoluten Temperatur, proportional sein müssen.

5. Beobachtungen über Pyromagnetismus. Einen hochtemperirten Krystall auf das oben beschriebene Nadelsystem einwirken zu lassen, erwies sich als völlig unthunlich. Schon bei

geringer Erwärmung über die Temperatur der Umgebung wirkt ein genäherter Körper derartig verändernd auf die Astasirung der Magnete ein, daß eine leidlich constante Ruhelage garnicht zu erzielen ist. Bleibt man aber in so großer Entfernung, daß man diese thermischen Einwirkungen durch geeignete Schirme herabdrücken kann, so verringert man die Empfindlichkeit der Beobachtungsmethode außerordentlich.

Da nun die gewöhnliche Zimmertemperatur keinen Ausnahmefall darstellt, bei welchem das Moment verschwinden sollte, das bei anderen Temperaturen eintritt, so sind die Beobachtungen auch nur bei dieser angestellt. Es ist sehr wahrscheinlich, daß die Zunahme des zu erwartenden magnetischen Momentes mit steigender Temperatur durch die schnell wachsende Unsicherheit der Messung mehr wie compensirt wird, und somit die eingeführte Beschränkung die Verhältnisse keineswegs besonders ungünstig gestaltet.

Freilich tritt dabei die Schwierigkeit ein, daß man von einem beobachteten permanenten magnetischen Moment nicht mit Sicherheit sagen kann, ob es den gesuchten pyromagnetischen Effect darstellt. In dieser Hinsicht wirkt jedenfalls das Fehlen einer meßbaren Erregung entscheidender, als das Vorhandensein. Im letzteren Falle wird man immer die Möglichkeit zugeben müssen, daß das beobachtete Moment von irgend einer äußeren magnetischen Einwirkung erzeugt, und zurückgeblieben ist. Auch die directe Untersuchung der Coercitivkraft der Substanz giebt keine eindeutige Entscheidung, da sich immer eine remanente Erregung der wahren pyromagnetischen superponiren kann. Aber die Schwierigkeit ist im Grunde bei Beobachtungen unter wechselnden Temperaturen dieselbe; auch hier wird man kaum sicher entscheiden können, ob es sich um die Aenderung einer remanenten Magnetisirung mit der Temperatur, oder um eine pyromagnetische Erregung handelt.

Ein Umstand ist natürlich zur Prüfung der angeregten Frage bis zu einem gewissen Grade entscheidend zu verwerthen: der beobachtete Magnetismus muß der Symmetrie des Krystalles entsprechen. Widerspricht er letzterer, so ist er selbstverständlich secundär; er kann aber auch secundär sein, wenn er den Symmetriegesetzen folgt, wie z. B., wenn die Coercitivkraft parallel der krystallographisch ausgezeichneten Richtung einen besonders großen Werth besitzt. —

Was die benutzte Beobachtungsmethode angeht, so wurde das zu untersuchende Krystallpräparat, das die Gestalt eines gestreckten Parallelepipedon von rund 5 cm (dem ungefähren Abstand

der Mittelpunkte der beiden Nadelsysteme) Länge besaß, dem astatischen System in verticaler Stellung genähert, während ein Mal das eine Ende (+) und das andere Mal das andere (—) sich oben befand. Hierzu war das Präparat, in eine kleine hölzerne Fassung eingepaßt, mit dieser um eine horizontale Axe A drehbar angebracht, die sich in der Höhe der Mitte des astatischen Systemes, normal zu dessen Ruhelage befand. Die Drehung ließ sich mittelst einer Schnur vom Beobachtungsplatz aus bewirken und war durch zwei Anschläge, die den beiden verticalen Positionen entsprachen, begrenzt.

Durch sorgfältige Vermeidung aller merklich magnetisirbaren Körper in dem beweglichen Theil war erreicht, daß bei der so ausgeführten Drehung eines äußerst schwach magnetischen Präparates nur ganz kleine Ausschläge eintraten. Um in solchen Fällen deutlich ablesbare Umkehrpunkte zu erhalten, mußte dem Nadelsystem eine Anfangsamplitude ertheilt werden, und die starke Dämpfung, welche die Schwingungen erlitten, machte nöthig, daß die auf dasselbe ausgeübten Impulse in regelmäßigen Intervallen wiederholt wurden. Hierzu war in der Nähe des Magnetsystemes eine kleine Drahtrolle angebracht, durch die vom Beobachtungsplatz aus ein schwacher Strom gesandt werden konnte, — eine Einrichtung, die sich auch zur Beruhigung der etwa zu stark schwingenden Nadel nützlich erwies.

Da bei der starken Dämpfung der Schwingungen des Nadelsystemes selbst bei schnelleren Schwingungen die gewöhnliche Methode zur Bestimmung der Ruhelage aus drei Umkehrpunkten nicht völlig streng richtig ist, so war Sorge zu tragen, daß bei jeder Beobachtungsreihe mit möglichst gleichen Schwingungsamplituden operirt wurde. Die immerhin nur unvollkommene Erreichung dieser Forderung dürfte eine der wesentlichsten Fehlerquellen bilden. Es steht zu hoffen, daß ihr Einfluß durch Steigerung der Anzahl der Einzelablesungen herabgedrückt worden ist.

Die Beobachtungen verliefen nun folgendermaßen. Bei der Anfangsposition $\pm$ des Präparates wurde die Nadel durch einen Stromstoß in Schwingungen von ca. 10 mm Amplitude versetzt und hiernach die Bestimmung von drei Umkehrpunkten ausgeführt. Während der nächsten einfachen Schwingung wurde erst ein neuer Stromstoß ausgeübt und sodann schnell das Krystallpräparat in die Position $\mp$ umgekehrt; nach Auslassung des nächsten Umkehrpunktes wurden abermals drei Ablesungen gemacht, die sich nun ebenso folgten, wie die des ersten Tripels. Weiter wiederholte sich stets dieselbe Reihe von Operationen: Stromstoß, Umkehrung des Präparates, Auslassung eines Umkehrpunktes, Notirung der drei

folgenden. Bei hinreichend stark magnetischen Präparaten kam der Stromstoß in Wegfall; im Uebrigen verlief Alles, wie soeben dargestellt.

Nach 20—30 derartigen Beobachtungen wurde der Krystall in seiner Fassung durch eine Drehung von 180° um die Axe A umgekehrt und sodann, von der Position $\mp$ beginnend, die ganze Reihe wiederholt. Hierauf wurde die ursprüngliche Anordnung wieder hergestellt und der Wechsel einige Male wiederholt. Da der Krystall durch die feste Einpassung in die drehbare Fassung bis auf die Umkehrung der $\pm$ Enden in beiden Anordnungen dieselbe Lage gegen das Nadelsystem einnahm, so eliminirt die Combination der Beobachtungsreihen mit gerader und der mit ungerader Ordnungszahl die Einwirkung etwaiger Magnetismen in den mit der Fassung beweglichen Theilen, daneben auch die Ungenauigkeit in der Gleichwerthigkeit beider Positionen des Krystalles und die Influenzwirkung des Erdmagnetismus, vorausgesetzt, daß das Präparat genau symmetrisch gestaltet war. Der Beobachtung sind bisher nur zwei Substanzen unterzogen worden.

a) Dolomit von Traversella (Abth. II des rhomboedrischen Systemes.)

Zur Verfügung stand ein Spaltungsstück dieses schönen, völlig farblosen Vorkommens, das indessen durch Sprünge und Fortwachsungserscheinungen seine Durchsichtigkeit zu einem beträchtlichen Theile eingebüßt hatte. Da seine Dimensionen zur directen Herstellung einer der Axe parallelen Säule von der gewünschten Länge nicht ausreichte, so war es nöthig, letztere aus drei prismatischen Stücken von resp. 1,45, 1,95 und 1,45 cm Länge durch gleichsinnige Zusammenfügung derselben aufzubauen. Das so entstandene prismatische Präparat hatte 4,9 cm Länge, 2,0 cm Breite, 1,55 cm Dicke; die letzte Dimension lag bei den Versuchen der S. 8 erwähnten Drehungsaxe A parallel.

Das Präparat erwies sich als außerordentlich schwach magnetisch, so daß, um beobachtbare Schwingungen des Nadelsystemes zu erzielen, die Anwendung von Stromstößen nöthig war. Es mag daran erinnert werden, daß dieselbe nach S. 8 ein Element der Unsicherheit in die Beobachtungen einführt.

Die wohl am besten gelungene Beobachtungsreihe ergab folgende Ausschläge, wobei die Zeichen $\pm$ und $\mp$ die Art der Stellung des Präparates in der Fassung andeuten.

$$\pm(+1{,}1),\ \mp(+0{,}5),\ \pm(+0{,}8),\ \mp(+0{,}65),\ \pm(+1{,}1)\ \text{mm}$$

also im Mittel

$$\pm(+1{,}0),\ \mp(+0{,}6)\ \text{mm}.$$

der Mittelpunkte der beiden Nadelsysteme Länge besaß, dem astatischen System in verticaler Stellung genähert, während ein Mal das eine Ende (+), und das andere Mal das andere — sich oben befand. Hierzu war das Präparat in eine kleine hölzerne Fassung eingepaßt, mit dieser um eine horizontale Axe *A* drehbar angebracht, die sich in der Höhe der Mitte des astatischen Systemes, normal zu dessen Ruhelage befand. Die Drehung ließ sich mittelst einer Schnur vom Beobachtungsplatz aus bewirken und war durch zwei Anschläge, die den beiden verticalen Positionen entsprachen, begrenzt.

Durch sorgfältige Vermeidung aller merklich magnetisirbaren Körper in dem beweglichen Theil war erreicht, daß bei der so ausgeführten Drehung eines äußerst schwach magnetischen Präparates nur ganz kleine Ausschläge eintraten. Um in solchen Fällen deutlich ablesbare Umkehrpunkte zu erhalten, mußte dem Nadelsystem eine Anfangsamplitude ertheilt werden, und die starke Dämpfung, welche die Schwingungen erlitten, machte nöthig, daß die auf dasselbe ausgeübten Impulse in regelmäßigen Intervallen wiederholt wurden. Hierzu war in der Nähe des Magnetsystemes eine kleine Drahtrolle angebracht, durch die vom Beobachtungsplatz aus ein schwacher Strom gesandt werden konnte, — eine Einrichtung, die sich auch zur Beruhigung der etwa zu stark schwingenden Nadel nützlich erwies.

Da bei der starken Dämpfung der Schwingungen des Nadelsystemes selbst bei schnelleren Schwingungen die gewöhnliche Methode zur Bestimmung der Ruhelage aus drei Umkehrpunkten nicht völlig streng richtig ist, so war Sorge zu tragen, daß bei jeder Beobachtungsreihe mit möglichst gleichen Schwingungsamplituden operirt wurde. Die immerhin nur unvollkommene Erreichung dieser Forderung dürfte eine der wesentlichsten Fehlerquellen bilden. Es steht zu hoffen, daß ihr Einfluß durch Steigerung der Anzahl der Einzelablesungen herabgedrückt worden ist.

Die Beobachtungen verliefen nun folgendermaßen. Bei der Anfangsposition $\pm$ des Präparates wurde die Nadel durch einen Stromstoß in Schwingungen von ca. 10 mm Amplitude versetzt und hiernach die Bestimmung von drei Umkehrpunkten ausgeführt. Während der nächsten einfachen Schwingung wurde erst ein neuer Stromstoß ausgeübt und sodann schnell das Krystallpräparat in die Position $\mp$ umgekehrt; nach Auslassung des nächsten Umkehrpunktes wurden abermals drei Ablesungen gemacht, die sich nun ebenso folgten, wie die des ersten Tripels. Weiter wiederholte sich stets dieselbe Reihe von Operationen: Stromstoß, Umkehrung des Präparates, Auslassung eines Umkehrpunktes, Notirung der drei

folgenden. Bei hinreichend stark magnetischen Präparaten kam der Stromstoß in Wegfall; im Uebrigen verlief Alles, wie soeben dargestellt.

Nach 20—30 derartigen Beobachtungen wurde der Krystall in seiner Fassung durch eine Drehung von 180° um die Axe *A* umgekehrt und sodann, von der Position ∓ beginnend, die ganze Reihe wiederholt. Hierauf wurde die ursprüngliche Anordnung wieder hergestellt und der Wechsel einige Male wiederholt. Da der Krystall durch die feste Einpassung in die drehbare Fassung bis auf die Umkehrung der ± Enden in beiden Anordnungen dieselbe Lage gegen das Nadelsystem einnahm, so eliminirt die Combination der Beobachtungsreihen mit gerader und der mit ungerader Ordnungszahl die Einwirkung etwaiger Magnetismen in den mit der Fassung beweglichen Theilen, daneben auch die Ungenauigkeit in der Gleichwerthigkeit beider Positionen des Krystalles und die Influenzwirkung des Erdmagnetismus, vorausgesetzt, daß das Präparat genau symmetrisch gestaltet war. Der Beobachtung sind bisher nur zwei Substanzen unterzogen worden.

a) Dolomit von Traversella (Abth. II des rhomboedrischen Systemes.)

Zur Verfügung stand ein Spaltungsstück dieses schönen, völlig farblosen Vorkommens, das indessen durch Sprünge und Fortwachsungserscheinungen seine Durchsichtigkeit zu einem beträchtlichen Theile eingebüßt hatte. Da seine Dimensionen zur directen Herstellung einer der Axe parallelen Säule von der gewünschten Länge nicht ausreichte, so war es nöthig, letztere aus drei prismatischen Stücken von resp. 1,45, 1,95 und 1,45 cm Länge durch gleichsinnige Zusammenfügung derselben aufzubauen. Das so entstandene prismatische Präparat hatte 4,9 cm Länge, 2,0 cm Breite, 1,55 cm Dicke; die letzte Dimension lag bei den Versuchen der S. 8 erwähnten Drehungsaxe *A* parallel.

Das Präparat erwies sich als außerordentlich schwach magnetisch, so daß, um beobachtbare Schwingungen des Nadelsystemes zu erzielen, die Anwendung von Stromstößen nöthig war. Es mag daran erinnert werden, daß dieselbe nach S. 8 ein Element der Unsicherheit in die Beobachtungen einführt.

Die wohl am besten gelungene Beobachtungsreihe ergab folgende Ausschläge, wobei die Zeichen ± und ∓ die Art der Stellung des Präparates in der Fassung andeuten.

$\pm(+1{,}1),\ \mp(+0{,}5),\ \pm(+0{,}8),\ \mp(+0{,}65),\ \pm(+1{,}1)$ mm

also im Mittel

$$\pm(+1{,}0),\ \mp(+0{,}6)\ \text{mm}.$$

Es ergiebt sich, daß die Ausschläge zum größeren Theil auf dem Magnetismus der Fassung beruhen; 0,2 mm sind auf die Einwirkung einer Umkehrung des Präparates gegen das Nadelsystem zu rechnen, und da hierbei die eigentliche Wirkung der magnetischen Erregung verdoppelt auftritt, so bleibt für letztere nur der gerade an der Grenze der Wahrnehmbarkeit liegende Effect von 0,1 mm übrig. Andere Beobachtungen gaben dafür stets gleichen Sinn und gleiche Größenordnung, sodaß es als ziemlich wahrscheinlich bezeichnet werden darf, daß das benutzte Präparat wirklich eine Spur von permanentem Magnetismus besessen hat.

Um dessen Stärke in absoluten Einheiten auszudrücken, wurde eine dem Präparat gleichgestaltete Rolle, die 73 Windungen auf ihrer Länge von 4,5 cm besaß, an dessen Stelle gebracht. Ein Strom von 10^{-6} (g . cm . sec) in electromagnetischen Einheiten ergab 100 mm Ausschlag auf der Scala.

Hieraus folgt, daß das magnetische Moment der Volumeneinheit des untersuchten Dolomites den Betrag von

$$1{,}6 \,.\, 10^{-8} \,(\text{g . cm . sec})$$

jedenfalls nicht übersteigt.

Für brasilianischen Turmalin habe ich früher eine rohe Bestimmung seines permanenten electrischen Momentes bei Zimmertemperatur angestellt und dabei gefunden, daß dasselbe jedenfalls größer ist, als 33 (g . cm . sec), insofern alle Fehlerquellen nur dahin wirken können, den beobachteten Werth zu klein zu machen. Hieraus ergiebt sich die interessante Beziehung, daß, entsprechende Einheiten vorausgesetzt, das magnetische Moment des Dolomit mindestens 2000 Millionen Mal kleiner ist, als das electrische Moment des Turmalin bei Zimmertemperatur.

b) Apatit aus Canada (Abth. II des hexagonalen Systemes.)

Das Beobachtungsmaterial lieferte ein Krystallfragment von ca. 12 cm Länge bei 4 cm Durchmesser. Die Substanz ist nicht völlig homogen, vielfältig von Sprüngen und auch von vereinzelten kleinen blasenförmigen Hohlräumen durchsetzt; doch sind die begrenzenden Flächen der sechsseitigen Säule gut eben und stellenweise sogar hellglänzend. Die Farbe ist bräunlich.

Es wurde zunächst aus der kleineren und minderwerthigen Hälfte des Krystalles ein Präparat in der ungefähren Größe des oben beschriebenen Dolomitparallelopipedes, nämlich von 4,5 cm Länge, 1,97 cm Breite, 1,66 cm Dicke, die Längsrichtung parallel zur Krystallaxe liegend, hergestellt, und da dies bei der Anfertigung zerbrach und nur mit einigem Substanzverlust an der

Bruchfläche wieder zusammengesetzt werden konnte, so wurde der Rest des Krystalles zu einem etwas größeren Parallelopiped von beiläufig 5,7 cm Länge, 2,26 cm Breite, 1,85 cm Dicke und gleicher Orientirung verarbeitet. Mit diesem zweiten Präparat sind die hauptsächlichen Beobachtungen angestellt.

Es zeigte sich sogleich eine garnicht unbedeutende magnetische Wirkung, sodaß von der Erzeugung von Schwingungen der Magnetnadel mittels Stromstößen durchaus abgesehen werden konnte. Fünf Messungsreihen ergaben folgende Zahlen

$$\pm(+15{,}8),\ \mp(-10{,}6),\ \pm(+16{,}8),\ \mp(-10{,}5),\ \pm(+16{,}4)\ \text{mm};$$

die erste von ihnen ist unsicherer, als die übrigen, da während der betreffenden Beobachtungen die Ruhelage ziemlich unregelmäßig schwankte. Die Mittelwerthe

$$\pm(+16{,}3),\ \mp(-10{,}5)\ \text{mm}$$

ergeben neben einer bedeutenden Einwirkung des Krystalles eine kleinere der mit ihm gedrehten, von der früher benutzten abweichenden Fassung; auf den Krystall entfällt der Antheil von

$$13{,}4\ \text{mm}.$$

Beiläufig mag bemerkt werden, daß eine orientirende Beobachtung mit dem S. 10 erwähnten kleineren und schadhaften Präparat Resultate lieferte, die nach den nöthigen Reductionen wegen der Dimensionen den oben mitgetheilten ziemlich nahe liegen; daß sie um etwa den vierten Theil kleiner ausfielen, erklärt sich wohl dadurch, daß das Präparat selbst Defecte zeigte und aus dem gestörten Ende des Krystalles ausgeschnitten war.

Da die bräunliche Farbe des benutzten Apatit auf beigemengtem Eisenoxydul beruhen dürfte, so lag die Möglichkeit vor, daß dieses eine permanente Magnetisirung besessen und so die beobachtete Wirkung ganz oder theilweise veranlaßt hätte. Um diese Frage zu entscheiden, erhitzte ich das Krystallpräparat in zum magnetischen Meridian normaler Lage vier Stunden lang bis zu beginnender Glühhitze in einem kupfernen Kasten. Trotz einer Umhüllung von Asbestpappe hatte hierdurch das Präparat an Festigkeit sehr verloren; bei dem Einpassen in die inzwischen abgeänderte Fassung brach es an zwei Stellen durch und mußte mit einer Spur von Canadabalsam zusammengekittet werden. Die Schwingungsdauer der Magnetnadel war von 21″ auf 16″ herabgesetzt worden; um die beobachteten Zahlen mit den oben angegebenen vergleichbar zu machen, sind sie mit dem Verhältniß der Quadrate dieser

Zahlen, d. h. mit 441/256 = 1,72, multiplicirt. So ergaben drei Beobachtungsreihen

$$\pm(+14{,}6),\ \mp(-12{,}7),\ \pm(+15{,}0)\ \text{mm},$$

also bei Bildung des Mittels

$$\pm(+14{,}8),\ \mp(-12{,}7)\ \text{mm}.$$

Es entfällt also auf den Krystall

13,8 mm;

die Zahl stimmt vollständig mit dem vor dem Ausglühen gefundenen 13,4 mm, da die Bestimmung der Schwingungsdauern ohne große Genauigkeit ausgeführt, insbesondere die Angabe 21" bei der ersten Beobachtung etwas nach oben abgerundet war. In der That handelte es sich ja hier nur um die Frage, ob durch das Ausglühen eine *bedeutende* Veränderung des beobachteten magnetischen Momentes einträte.

Um zu untersuchen, ob der benutzte Apatit überhaupt remanenten Magnetismus in merklicher Stärke *aufnähme*, wurde das kleinere Präparat zunächst in dem ursprünglichen Zustand einer Beobachtung unterworfen und sodann, nachdem es 25 Minuten lang einem magnetischen Feld von der 20fachen Stärke des Erdfeldes ausgesetzt gewesen war.

Eine Einwirkung dieser Behandlung ließ sich nicht sicher constatiren. Dagegen ergab sich starker remanenter Magnetismus, als das Präparat sich drei Minuten lang in einem Feld von mehreren tausend Einheiten befunden hatte.

Um die Verhältnisse möglichst allseitig zu erforschen, wurde das größere Präparat in der Mitte seiner Länge durchgeschnitten, und es wurden seine beiden Hälften dann in gleicher Lage nebeneinander gekittet. Das so erhaltenen Präparat lag nunmehr mit seiner größten Dimension *normal* zur krystallographischen Hauptaxe und ließ sich benutzen, um das magnetische Moment in *dieser* Richtung zu untersuchen. Da aber die Anfertigung des Präparates in Folge des mehrfachen Zerbrechens nicht gut gelang, so konnte auf diese Weise nur constatirt werden, daß die Magnetisirung normal zur Hauptaxe, welche nach den Symmetrieverhältnissen ganz fehlen sollte, jedenfalls viel schwächer war, als parallel der Axe. —

Die Umrechnung des an dem großen Präparate beobachteten longitudinalen magnetischen Momentes in absolutes Maaß geschah so, wie oben bezüglich des Dolomit beschrieben ist. Die in der Form des Präparates hergestellte Rolle trug auf einer Länge von 5,5 cm 90 Windungen und ertheilte bei einer Stromstärke von

10^{-6} (g . cm . sec) der Magnetnadel einen Ausschlag von 183 mm der Scala.

Hieraus folgt unter Berücksichtigung des Umstandes, daß der Ausschlag von 13,4 mm die doppelte Wirkung des Krystallpräparates auf die Nadel darstellt, daß das größere Präparat aus dem untersuchten Apatit pro Volumeneinheit ein dauerndes magnetisches Moment von

$$0{,}6 \,.\, 10^{-6}\,(\mathrm{g\,.\,cm\,.\,sec})$$

besitzt, was dem 55-millionten Theil des (minimalen) permanenten electrischen Momentes des brasilianischen Turmalines gleichkommt. Nach dem oben Gesagten liegt jedenfalls eine gewisse Möglichkeit dafür vor, daß die (geringe) Eisenbeimengung des Krystalles hierbei eine erhebliche Rolle spielt; die Entscheidung der Frage, welcher Antheil sicher dem Apatit beizulegen ist, verlangt weitere Beobachtungen mit günstigerem Material. —

Beiläufig möge erwähnt werden, daß der Apatit eine ganz bedeutende Verschiedenheit der Magnetisirbarkeit parallel und normal zur Hauptaxe aufweist. Eine der Hauptaxe parallele, um eine Normale auf ihrer Ebene durch das Centrum drehbare Kreisscheibe stellt sich im homogenen Felde mit der Axe mit einer Lebhaftigkeit transversal ein, die überraschend ist. Apatit dürfte sich daher zu Demonstrationen über Krystallmagnetismus hervorragend eignen.

6. Formeln für die piezomagnetische Erregung. Auch im Falle der piezomagnetischen Erregung geht man passend von einem Ansatz für die freie Energie der Volumeneinheit aus, die man in erster Annäherung bilineär in den Feldcomponenten A, B, C und den Deformationsgrößen $x_x, \ldots x_y$ macht. Wir schreiben demgemäß, indem wir unter n_{hk} Parameter (die piezomagnetischen Constanten) verstehen,

$$
\begin{aligned}
-\xi = \; & A\,(n_{11}\,x_x + n_{12}\,y_y + \cdots + n_{16}\,x_y) \\
& + B\,(n_{21}\,x_x + n_{22}\,y_y + \cdots + n_{26}\,x_y) \\
& + C\,(n_{31}\,x_x + n_{32}\,y_y + \cdots + n_{36}\,x_y),
\end{aligned}
\tag{4}
$$

woraus dann für die specifischen magnetischen Momente a, b, c und für die magnetischen Druckcomponenten $A_x, \ldots A_y$ die Ausdrücke folgen:

$$
\begin{aligned}
a &= -\frac{\partial \xi}{\partial A} = n_{11}\,x_x + n_{12}\,y_y + \cdots + n_{16}\,x_y, \\
b &= -\frac{\partial \xi}{\partial B} = n_{21}\,x_x + n_{22}\,y_y + \cdots + n_{26}\,x_y, \\
c &= -\frac{\partial \xi}{\partial C} = n_{31}\,x_x + n_{32}\,y_y + \cdots + n_{36}\,x_y;
\end{aligned}
\tag{5}
$$

$$
6)\qquad
\begin{aligned}
A_x &= -\frac{\partial\xi}{\partial x_x} = n_{11} A + n_{21} B + n_{31} C, \\
&\quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
A_y &= -\frac{\partial\xi}{\partial x_y} = n_{16} A + n_{26} B + n_{36} C.
\end{aligned}
$$

Die Specialisirung des Constantensystemes der n_{hk} für die verschiedenen Obergruppen des Schemas auf S. 3 ergiebt nun folgende **Resultate**:

Triclines System

Sämmtliche Constanten;

Monoclines System

$$
\begin{array}{cccccc}
0 & 0 & 0 & n_{14} & n_{15} & 0 \\
0 & 0 & 0 & n_{24} & n_{25} & 0 \\
n_{31} & n_{32} & n_{33} & 0 & 0 & n_{36};
\end{array}
$$

Rhombisches System

$$
\begin{array}{cccccc}
0 & 0 & 0 & n_{14} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & n_{25} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_{36};
\end{array}
$$

Rhomboedrisches System

Abth. I)

$$
\begin{array}{cccccc}
n_{11} & -n_{11} & 0 & n_{14} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -n_{14} & -n_{11} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0;
\end{array}
$$

Abth. II)

$$
\begin{array}{cccccc}
n_{11} & -n_{11} & 0 & n_{14} & n_{15} & -n_{22} \\
-n_{22} & n_{22} & 0 & n_{15} & -n_{14} & -n_{11} \\
n_{31} & n_{31} & n_{33} & 0 & 0 & 0;
\end{array}
$$

Tetragonales System

Abth. I)

$$
\begin{array}{cccccc}
0 & 0 & 0 & n_{14} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -n_{14} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0;
\end{array}
$$

Abth. II)

$$
\begin{array}{cccccc}
0 & 0 & 0 & n_{14} & n_{15} & 0 \\
0 & 0 & 0 & n_{15} & -n_{14} & 0 \\
n_{31} & n_{31} & n_{33} & 0 & 0 & 0;
\end{array}
$$

Hexagonales System

Abth. I)

$$
\begin{array}{cccccc}
0 & 0 & 0 & n_{14} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -n_{14} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0;
\end{array}
$$

$$\text{Abth. II)}\quad \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & \varkappa_{14} & \varkappa_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varkappa_{15} & -\varkappa_{14} & 0 \\ \varkappa_{31} & \varkappa_{31} & \varkappa_{33} & 0 & 0 & 0; \end{array}$$

Reguläres System

$$\text{Abth. I)}\quad \text{alle } \varkappa_{hk} = 0;$$

$$\text{Abth. II)}\quad \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & \varkappa_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \varkappa_{14} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varkappa_{14}. \end{array}$$

Hiernach ordnen sich die Krystalle hinsichtlich der Möglichkeit piezomagnetischer Erregungen in nur neun verschiedene Gruppen, von denen die eine als vollständig inactiv außer Betracht bleibt. Es ist vielleicht überraschend, daß die Möglichkeit der piezomagnetischen Erregung erheblich häufiger ist, als die der piezoelectrischen; in Bezug auf erstere fallen nur drei, in Bezug auf letztere aber zwölf Gruppen aus.

Im Uebrigen besteht eine nahe Beziehung zwischen den Formeln für piezomagnetische und denen für piezoelectrische Erregung. Da die magnetische, wie die electrische Feldstärke Vectoren sind, nur aber die erstere axialen, die letztere polaren Character besitzt, so müssen die Formelsysteme für alle diejenigen Krystallgruppen übereinstimmen, bei denen dieser Unterschied nicht zur Geltung kommt, d. h. für alle, die nur durch Symmetrieaxen characterisirt sind, aber weder Symmetriecentrum, noch Symmetrieebenen, noch Spiegelaxen besitzen. Dies sind die Gruppen 2) (ohne Symmetrieelemente), 5) (A^2_z), 7) (A^2_z, A^2_x), 10) (A^3_z, A^2_x), 13) (A^3_z), 15) (A^4_z, A^2_x), 18) (A^4_z), 22) (A^6_z, A^2_x), 25) (A^6_z), 29) (A^4_x, A^4_y), 32) ($A^2_x \sim A^2_y \sim A^2_z$).

Zur Beurtheilung der Wirkung specieller Drucksysteme bei ungeänderter Temperatur ist es am bequemsten, in den Grundformeln die Deformationsgrößen durch die elastischen Druckcomponenten zu ersetzen, also zu schreiben

$$7)\qquad +\mathfrak{x} = A(p_{11} X_x + p_{12} Y_y + \cdots + p_{16} X_y) + \cdots$$

worin die Parameter p_{hk} als piezomagnetische Moduln bezeichnet werden können; daraus folgt dann auch

$$8)\qquad -a = p_{11} X_x + p_{12} Y_y + \cdots + p_{16} X_y \text{ u. s. f.}$$

Die Specialisirung dieser Ausdrücke für die verschiedenen Krystallgruppen liefert dieselben Resultate, die oben für die $\varkappa_{hk}$ aufgestellt sind; nur in den Schemata für die beiden Abtheilungen

des rhomboedrischen Systemes ist in der letzten Colonne $-n_{11}$ und $-n_{22}$ durch $-2p_{11}$ und $-2p_{22}$ zu ersetzen. —

Von speciellen auszuübenden Drucksystemen kommt in erster Linie der Fall eines allseitig gleichen Druckes in Betracht, gegeben durch $X_x = Y_y = Z_z = D$, $Y_z = Z_x = X_y = 0$.

Diese Werthe der Druckcomponenten machen für die Krystalle des 3. und des 7., sowie der ersten Abtheilungen des 4. bis 6. Systemes, a, b, c zu Null; die betreffenden Krystalle können also auch unter gewöhnlichen Umständen, d. h. unter Atmosphärendruck, ein magnetisches Moment nicht zeigen. Für die übrigen Krystalle findet das nicht statt, sie müßten im Allgemeinen unter diesen Umständen ein Moment besitzen; es sind das natürlich dieselben Krystalle, die (wahren) Pyromagnetismus zeigen können.

Der Beobachtung in erster Linie zugänglich ist das longitudinale Moment, das ein Krystallcylinder durch einen longitudinalen Druck P erhält. Bezeichnen α, β, γ die Richtungscosinus der Cylinderaxe gegen die Krystallaxen, so ist hier zu setzen

9) $$X_x = P\alpha^2,\ Y_y = P\beta^2,\ \cdots\ X_y = P\alpha\beta;$$

es bestimmt sich dann das longitudinale Moment nach der Formel

10) $$l = a\alpha + b\beta + c\gamma.$$

Auf eine solche Einwirkung reagiren bei keiner Orientirung der Cylinderaxe nur die Krystalle der ersten Abtheilungen des 5. und 6. Systemes; alle übrigen dagegen wenigstens für gewisse Orientirungen. Demgemäß beziehen sich die von mir angestellten Beobachtungen auch auf eine Erregung dieser Art.

7. Beobachtungen über Piezomagnetismus. Die Krystallcylinder hatten als Querschnitt ein reguläres Achteck von etwa 6 mm Seitenlänge und somit etwa 1,7 □cm Querschnitt; ihre Länge betrug etwa 4,5 cm. Sie wurden mittelst einer Hebelvorrichtung, bei der zur Verminderung störender magnetischer Einflüsse die beweglichen Theile aus electrolytischem Kupfer hergestellt waren, longitudinal mit etwa 170 kg comprimirt. Ihr magnetisches Moment wurde dabei aus der Einwirkung erschlossen, die sie auf das oben beschriebene, nahe dem comprimirten Cylinder und zwar mit seinen Nadeln in der Höhe der Endquerschnitte des Cylinders aufgehängte astatische System ausübten.

Eine einfache Einrichtung gestattete, die Belastung und Entlastung von dem Beobachtungsplatz aus vorzunehmen.

Die Beobachtungen geschahen in der Weise, daß je nach Belastung und nach Entlastung drei Umkehrpunkte der nur etwa 1—2 cm der Scala überstreichenden Schwingungen notirt wurden;

... Belastungen und Entlastungen [illegible]
... Hierauf wurde der Krystallcylinder [illegible]
... vor verfahren, der Wechsel von [illegible]
... Mal wiederholt. Die Combination [illegible]
... den Stellungen des Cylinders [illegible]
... tten. Insbesondere von der Einwirkung [illegible]
... men in den bei Belastung und [illegible]
... uch diese Messungen erlitten grosse Störung [illegible]
... liende Aenderungen des das astatische System [illegible]
... ides, und dies um so mehr, als bei [illegible]
... riebenen vorausgingen, die S. [illegible]
... nt angewendet wurde, immerhin sind einige [illegible]
... weit geglückt, daß sich sichere Schlüsse [illegible]

Bei den ersten zufriedenstellenden Versuchen war die Astasi-rung des Nadelsystemes weniger vollkommen, als bei den letzten, die Genauigkeit der Beobachtungen also geringer. Um die Messungen auf absolutes Maaß zu reduciren, wurde auch hier an die Stelle des gepreßten Krystallcylinders ein Solenoid von ungefähr den gleichen Dimensionen aufgestellt und durch dasselbe ein Strom von bekannter Stärke geschickt.

Das Solenoid hatte kreisförmigen Querschnitt von 0,8 cm Radius und trug 72 Windungen auf 4,0 cm Länge. Ein Strom von [illegible] 10^{-6} gab bei der ersten Anordnung 21,5 mm Ausschlag; ein Ausschlag von 1 mm entsprach sonach einer Polstärke von 1,7 . 10 [illegible] g. cm. sec). Bei der zweiten Anordnung war die Empfindlichkeit des Apparates ziemlich genau die Dreifache, ein Millimeter Ausschlag entsprach somit einer Polstärke 0,5 . 10 [illegible]. Die Präparate hatten Querschnitte, die etwas von dem des Solenoides abwichen, was bei der Berechnung der in ihnen erregten Momente zu berücksichtigen ist.

a) Bergkrystall aus brasilianischem Geschiebe (I. Abth. des rhomboedrischen Systemes).

Der beobachtete Cylinder von 1,1 cm Länge und 1,6 cm Querschnitt war parallel einer zweizähligen Nebenaxe geschnitten. Nach dem für die erste Abtheilung des rhomboedrischen Systemes aufgestellten Constantenschema und den Resultaten von S. 16 ist in diesem Falle das piezomagnetische Moment direct gleich $p_{11} P$, unter P den auf die Flächeneinheit bezogenen Druck verstanden. Hieraus ergiebt sich für die Polstärke der Werth $p_{11} q P = p_{11} \Pi$, wobei q den Querschnitt des Cylinders, Π das ganze drückende Gewicht bezeichnet.

Die beste der bei der geringeren Empfindlichkeit angestellten

Beobachtungsreihen lieferte folgende mittlere Ausschläge für die abwechselnd auf einander folgenden Stellungen $\mp$ und $\pm$

$$\mp 3{,}0, \quad \pm 3{,}2, \quad \mp 3{,}3, \quad \pm 3{,}6, \quad \mp 3{,}9, \quad \pm 4{,}0.$$

Die Zahlen zeigen ein stetiges Wachsthum, das mit der bei dieser Reihe stetig ansteigenden Temperatur des Beobachtungsraumes zusammenhängen dürfte, welche die Stärke der beweglichen, wie der Astasirungsmagneten beeinflußte. Aber es ist keine Spur davon zu erkennen, daß die eine Stellung ($\pm$) einen anderen Ausschlag geliefert hätte, als die andere ($\mp$). Man darf behaupten, daß ein etwaiger Ausschlag der Nadel unterhalb der kleinsten wahrnehmbaren Größe von 0,1 mm liegt, woraus dann folgt, daß die Polstärke des gepreßten Bergkrystallpräparates unterhalb $17 \,.\, 10^{-8}$ (g.cm.sec) geblieben ist.

Da nun die ganze wirksame Belastung 170 kg betrug, so findet sich der piezomagnetische Parameter p_{11} bei Voraussetzung von kg als Krafteinheit für Quarz kleiner als $17 \,.\, 10^{-8}/170$, d. h.

$$p_{11} < 10^{-9}.$$

Riecke und ich haben für Bergkrystall den analogen Parameter der piezoelektrischen Erregung bei Voraussetzung absoluter electrostatischer Einheiten, die den hier verwandten magnetischen parallel gehen, bestimmt zu rund

$$d_{11} = 6 \,.\, 10^{-8}.$$

Die Vergleichung dieser Zahlen ergiebt, daß

$$p_{11} < 0{,}17 \,.\, 10^{-7} \,.\, d_{11},$$

oder daß die durch den Parameter p_{11} gemessene piezomagnetische Erregung jedenfalls mindestens 60 Millionen Mal schwächer ist, als die correspondirende piezoelectrische.

b) Pyrit von Elba (II. Abth. des regulären Systemes).

Dieses Material war ausgewählt, um eine Eisenverbindung der Beobachtung zu unterwerfen. Zwar gehört Pyrit zu den schwächer magnetisirbaren Körpern dieser Gattung, indessen erschien er allein brauchbar, weil andere in Betracht kommende entweder nicht die nöthigen Symmetrieeigenschaften besitzen, um die piezomagnetische Erregung überhaupt zuzulassen, oder zu wenig fest sind, um starke Drucke auszuhalten.

Der Cylinder war parallel zu einer Octaëdernormalen ausgeschnitten und besaß einen Querschnitt von 1,8 □cm. Nach dem oben für die zweite Abtheilung des regulären Systemes aufgestellten Constantenschema und den Resultaten von S. 16 ist das

durch longitudinale Compression erzeugte specifische Moment in diesem Falle gegeben durch $p_{14} P/\sqrt{3}$.

Ich gebe zunächst eine ziemlich gute Beobachtungsreihe an, die bei der kleinen Empfindlichkeit des Nadelsystemes erhalten wurde und lautet

$$\mp 3{,}3, \quad \pm 3{,}4, \quad \mp 3{,}6, \quad \pm 3{,}7, \quad \mp 3{,}2;$$

sodann eine bessere, bei der großen Empfindlichkeit gewonnene

$$\mp 10{,}4, \quad \pm 10{,}8, \quad \mp 10{,}7, \quad \pm 10{,}7, \quad \mp 10{,}6, \quad \pm 10{,}0\ (?), \quad \mp 10{,}3;$$

die vorletzte Zahl ist etwas unsicherer, als die übrigen, da während der betreffenden Ablesungsreihe die Ruhelage des Nadelsystemes unregelmäßig schwankte, während sie bei den übrigen ziemlich regelmäßig und langsam in einer constanten Richtung wanderte.

Auch hier ist irgend ein consequenter Unterschied zwischen den auf die Stellung ($\pm$) und den auf die Stellung ($\mp$) bezüglichen Zahlen nicht wahrnehmbar, die piezomagnetische Polstärke des Pyritcylinders bleibt sonach offenbar unterhalb $6 \cdot 10^{-8}$. Hieraus folgt dann wie oben, daß für Pyrit

$$p_{11} < 6 \cdot 10^{-10}$$

sein muß.

Schluß.

Die mitgetheilten Beobachtungen bestimmen für die pyro- und piezomagnetische Erregung im Wesentlichen nur obere Grenzwerthe. Die außerordentliche Kleinheit der betreffenden Effecte läßt sich von der Jonentheorie aus verstehen, wenn man berücksichtigt, daß in dem Ausdruck für die magnetische Wirkung eines bewegten Electron die Lichtgeschwindigkeit als Nenner auftritt; immerhin wirken bei dem Zustandekommen der pyro- und piezomagnetischen Effecte noch unbekannte Umstände mit, so daß sich deren Größenordnung nicht mit Sicherheit im Voraus angeben läßt. Deshalb dürften die vorstehenden Beobachtungen über diese Größenordnung immerhin einiges Interesse verdienen.

Ueber die Abbildung der projektiven Ebene auf eine im Endlichen geschlossene singularitätenfreie Fläche.

Von

W. Boy.

Vorgelegt von D. Hilbert in der Sitzung vom 23. Februar 1901.

§ 1. Das Problem.

In seinem Pariser Vortrage sagt Herr D. Hilbert, ein jedes mathematische Problem könne und müsse erledigt werden, indem man es entweder im positiven Sinne löse oder die Unmöglichkeit der Lösung unter den gegebenen Bedingungen zeige. Trotzt ein Problem allen Versuchen einer direkten Lösung, so wird man geneigt sein, an seine Unauflösbarkeit zu glauben und wird versuchen, für diese den Beweis zu erbringen. Zuweilen führt dann gerade der Versuch des Unmöglichkeitsbeweises auf die bisher übersehene Methode zur positiven Lösung.

Ein Problem, das seine Lösung auf dem hier angedeuteten Wege fand, ist das Folgende:

> Eine geschlossene, ganz im Endlichen gelegene, *singularitätenfreie* Fläche zu finden, auf die sich die projektive Ebene umkehrbar eindeutig beziehen läßt.

Eine solche Fläche wäre im Sinne der Analysis situs identisch mit der projektiven Ebene.

Die Bedeutung der Frage leuchtet ein. Auf einer solchen Fläche würde bei geeigneten Festsetzungen die projektive (elliptische) Geometrie gelten. Wie wir in der Funktionentheorie die komplexe Zahlenebene auf eine Kugel projicieren und hier den Verlauf und den Zusammenhang einer Funktion auch im Unendlichen vor Augen haben, so könnten wir auf einer solchen Fläche den Verlauf der Gebilde der projectiven Geometrie in ihrer ganzen

Ausdehnung studieren. Zudem hat die aufgeworfene Frage an sich ein großes Interesse und Bedeutung für die Topologie der Flächen überhaupt. Denn finden wir ein singularitätenfreies Bild der projektiven Ebene, so ist damit gleichzeitig gezeigt, daß alle im Sinne der Analysis situs möglichen verschiedenen Flächen thatsächlich singularitätenfreie endliche Repräsentanten haben.

Eine solche Fläche zu finden, ist meines Wissens bisher nicht gelungen. Die bisher bekannten Flächen von gleichem Zusammenhang mit der projectiven Ebene, haben alle Singularitäten[1]) (Endende Doppelcurven, pinch-points.)

Da lag die Vermutung nahe: Es giebt überhaupt keine Fläche mit den verlangten Eigenschaften. Angeregt durch Herrn D. Hilbert trat ich dieser Frage näher. Die Bemühungen, die Nichtexistenz einer solchen Fläche zu beweisen, führten mich auf eine Methode, mit deren Hülfe sich die gesuchte Fläche leicht construieren und das Problem damit in positivem Sinne erledigen ließ.

Wir dürfen natürlich nicht erwarten, eine ganz einfach vorzustellende Fläche zu finden. Denn als einseitige, geschlossene Fläche muß das Bild der projektiven Ebene notwendig Doppelelemente enthalten[2]). Wir werden also mehrfache Elemente (Doppelcurven, dreifache Punkte) nicht als Singularitäten ansprechen. Doch verlangen wir: Unsere Fläche soll in einem einfachen, zweifachen, dreifachen Punkte entsprechend ein, zwei oder drei bestimmte Tangentialebenen haben. Das Vorkommen von Verzweigungspunkten ist natürlich auszuschließen. Endende Doppelcurven dürfen also nicht vorkommen; kurz, die Selbstdurchdringung der Fläche ist nur in der Weise erlaubt, daß jedes Blatt für sich völlig regulär verläuft.

Damit ist unsere Aufgabe präcisiert. Ich will nun im folgenden Paragraphen eine Methode angeben, nach der wir Flächen der gesuchten Art construieren können, und eine Fläche construieren, bei der unsere Methode am einfachsten ist. In einem dritten Paragraphen werde ich dann eine zweite Fläche construieren und beschreiben, die, wenn auch die Anwendung unserer Methode dort complicierter, doch als Fläche einfacher ist, und dann in einem vierten Paragraphen die Identität dieser Fläche mit der projektiven Ebene unabhängig von der Erzeugung der Fläche beweisen.

---

1) Wegen einer solchen Fläche siehe Dyck, Analysis situs I. Math. Ann. 32. 1888. pg. 511.

2) Vergl. Darboux, Leçons sur la Théorie générale des Surfaces. Bd. II. pg. 360.

§ 2. Der Aufbau einer Fläche mit den verlangten Eigenschaften.

Im Sinne der Analysis situs sind die Flächen (wir reden hier nur von geschlossenen Flächen) bekanntlich charakterisiert durch die Zahl der auf ihnen möglichen, nicht zerstückenden Rückkehrschnitte. Zwei wesentlich verschiedene Arten von Schnitten sind dabei zu unterscheiden. Bei den Schnitten der „ersten Art" kehrt die mit einem bestimmten Richtungssinn versehene Normale nach einmaligem Umlauf in der Ausgangsrichtung zum Anfangspunkt zurück, bei den Schnitten der „zweiten Art" in der entgegengesetzten. (Man vergleiche etwa den Schnitt längs der Mittellinie eines Möbius'schen Bandes.) Die Schnitte der ersten Art liefern zwei Ränder, die der zweiten blos einen. Sei die Zahl der Schnitte der ersten Art σ, die der zweiten σ', so definieren wir mit Dyck[1]) als Charakteristik K einer Fläche:

$$K = 2-\sigma'-2\sigma,$$

wonach die Charakteristik der Kugel 2, die des Ringes 0 etc. wird. Die projective Ebene ist nun im Sinne der Analysis situs dadurch definiert, daß sie blos einen nicht zerstückenden Rückkehrschnitt und zwar einen von der zweiten Art hat, so daß bei ihr:

$$\sigma = 0, \quad \sigma' = 1, \quad \underline{K = 1}$$

ist. Als Rückkehrschnitt fungiert dabei jeder unpaare, sich selbst nicht schneidende Curvenzug, am einfachsten also eine Gerade. Durch einen solchen Schnitt wird die projektive Ebene in ein einfach berandetes, einfach zusammenhängendes Blatt verwandelt.

Wir können unsere Aufgabe auch so fassen: eine geschlossene, singularitätenfreie Fläche von der Charakteristik 1 zu finden. Denn zwei geschlossene Flächen von der Charakteristik 1 sind im Sinne der Analysis situs identisch und lassen sich eindeutig auf einander beziehen.

Die Charakteristik einer Fläche genügt im Allgemeinen der Relation:

$$K = E-S,$$

wo E die Anzahl der Extreme ist, d. h. der Punkte, in denen die horizontale Tangentialebene in isolierten Punkten berührt, und S die Zahl der Punkte, in denen die horizontale Tangentialebene in nicht isolierten Punkten berührt, d. h. die Zahl der Maximinima, der Sattelpunkte oder, wie wir sagen wollen, der stationären

1) Dyck, a. a. O. pg. 481 (4). Die Schnitte σ und σ'' bei Dyck sind hier unter σ zusammengefaßt.

Punkte. Dabei nehmen wir an, daß die horizontale Tangentialebene niemals in Punkten mit der Gauß'schen Krümmung 0 berühre.

Wir wollen auf die Ableitung dieser Relation hier nicht eingehen, sondern, auf sie gestützt, die gesuchte Fläche construieren und dann an der fertigen Fläche ihre Identität mit der projektiven Ebene beweisen.

Bei dem Bilde der projektiven Ebene muß also sein:

$$E - S = 1.$$

Wir setzen:

$$1.\quad E = 2,\quad S = 1$$
$$2.\quad E = 4,\quad S = 3$$

und konstruieren zunächst die erste Fläche, die zwei Extreme und einen stationären Punkt hat.

Denken wir uns eine Ebene parallel mit sich selbst über eine Fläche gleiten, so wird von der Fläche in der Ebene ein Curvensystem ausgeschnitten, das sich mit der Bewegung der Ebene ändert. Diese Aenderung erfolgt bei geschlossenen Flächen stetig, solange die Ebene die Fläche nicht berührt. Ist die Fläche zudem singularitätenfrei, so wird sich auch die Tangente stetig ändern, d. h. bei jeder der unendlich vielen Curven werden benachbarte Punkte benachbarte Tangenten haben, und der Winkel benachbarter Tangenten wird sich bei jeder beliebig kleinen Bewegung der Ebene auch nur um eine beliebig kleine Größe ändern. Genauer auf solche „vollkommen stetigen" Curvendeformationen einzugehen, behalten wir uns für eine andere Gelegenheit vor. Aus Obigem folgt, daß Doppelpunkte nur paarweise, über einen Berührungspunkt des Curvensystems hin, entstehen und vergehen können.

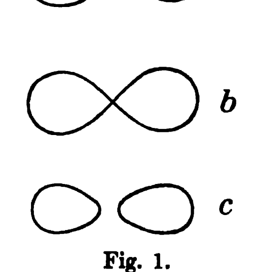


Fig. 1.

Gleitet die Ebene, die jetzt parallel der XY-Ebene sei und sich im Sinne der positiven Richtung der Z-Achse bewege, über ein Minimum der Fläche hinweg, so entsteht in ihr ein Oval. Beim Ueberschreiten eines Maximums verschwindet ein solches. Bewegt sich die Ebene über einen stationären Punkt, so findet in dem Curvensystem eine Umschaltung statt (Vergl. Fig.1 *a*, *b*, *c*. Fig. 1*b* stellt den Augenblick der Berührung dar.) Im Allgemeinen trennt sich beim Uebergang über einen stationären Punkt eine geschlossene Curve in zwei, oder es findet das Entgegengesetzte statt. Wenn

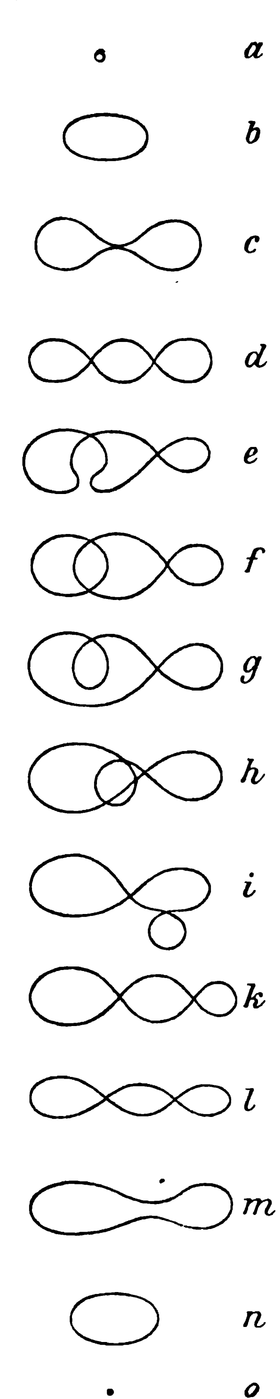


Fig. 2.

das in allen stationären Punkten der Fall ist, so muß, wie man leicht sieht, die Charakteristik der Fläche gerade sein. Wir haben also eine Umschaltung zu finden, bei der blos innerhalb einer geschlossenen Curve eine Aenderung des Zusammenhanges der einzelnen Teile stattfindet. Dabei ist jedoch zu beachten, daß die bei der Umstaltung entstehende Curve sich durch „vollkommen stetige“ Deformation in ein Oval verwandeln lassen muß.

Alle diese Bedingungen erfüllt und veranschaulicht das Curvensystem Fig. 2 *a*—*o*. Fig. 2*a* und *o* stellen die Berührungen in den Extremen dar. Fig 2*c* zeigt, wie ein Doppelpunktpaar über eine Berührung hin entsteht. Fig. 2*f* entspricht dem Augenblicke der Berührung im stationären Punkt. Die folgenden Figuren veranschaulichen die Auflösung der Curve Fig. 2*g* in ein Oval.

Denken wir uns eine aus einem Punkt entstehende Curve sich stetig verwandeln und die Curven des Systems durchlaufen und die die Curve tragende Ebene parallel mit sich selbst sich bewegen, so bildet die Gesamtheit der von der Curve eingenommenen Lagen eine Fläche, die von der Ebene in einem Maximum, einem Minimum und einem stationären Punkt berührt wird. Sie ist in der That das verlangte, singularitätenfreie Bild der projektiven Ebene. Fig. 3*a*, *b* veranschaulichen die Fläche, und zwar zeigt Fig. 3*b* die Rückseite der Fläche 3*a*, wie sie in einem hinter 3*a* aufgestellten Spiegel erscheinen würde. Die Punkte E_1, E_2 und S_1 in Fig. 3*a* stellen bezw. das Minimum, das Maximum und den stationären Punkt dar. Die eingetragene Curve ist ein Schnitt, längs dessen sich die Normale umkehrt.

Wir wollen nicht weiter auf diesen Flächentypus eingehen. Den Beweis der Identität mit der projektiven Ebene wollen wir bei

der zweiten Fläche erbringen, aus der diese Fläche durch eine Deformation hervorgeht, bei der sich auch die Tangentialebenen stetig ändern.

Nur eine Bemerkung sei uns noch gestattet. Mit der geometrischen Construktion ist die immerhin befremdliche Möglichkeit der Existenz von singularitätenfreien Funktionen $f(x, y)$ gezeigt, deren reeller Wertevorrat ganz im Endlichen liegt, und die zwei Extreme und ein Maximinimum haben. Die Existenz einer solchen

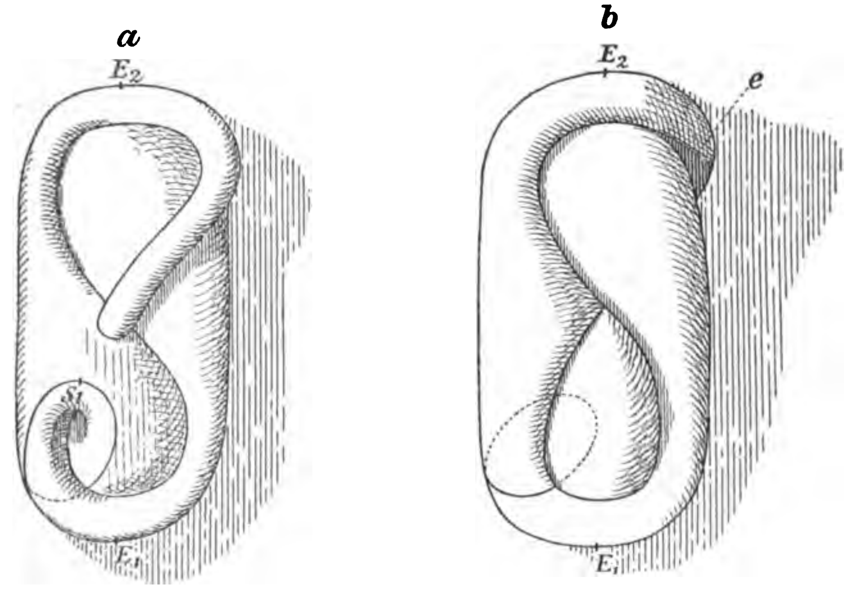
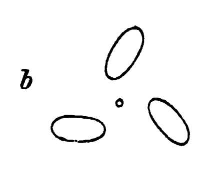


Fig. 3.

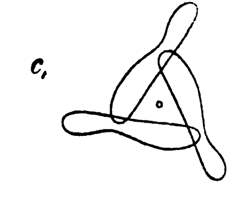
Funktion würde durch ihre Aufstellung zu beweisen sein. Ein Weg dazu zeigt sich ohne Weiteres. Man müßte die Curven unseres Systems algebraisch approximieren und nun die Coefficienten nicht als Zahlen, sondern als Funktionen eines Parameters z darstellen, bei dessen Aenderung die Curven des Systems durchlaufen werden. Die wirkliche Aufstellung der Funktion scheint aber nicht ganz einfach zu sein. Die Gleichung dieser Fläche wie der folgenden wird mindestens vom sechsten Grade.

a

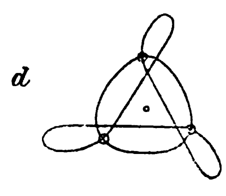
b



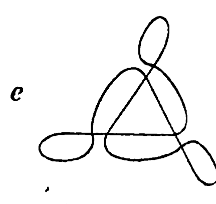
c



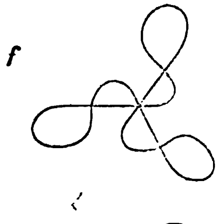
d



e



f



g

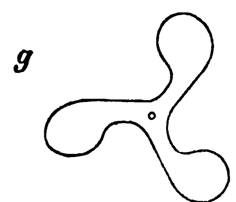


Fig. 4

§ 3. Aufbau und Beschreibung einer zweiten Fläche, die eine dreizählige Symmetrieachse hat.

Wir construieren jetzt die Fläche, bei der $E = 4$, $S = 3$ ist[1]). Diese Anordnung giebt uns die Möglichkeit, die Fläche besonders symmetrisch zu gestalten. Wir können ihr eine dreizählige Symmetrieachse geben, indem wir allen ebenen Schnitten einen Drehungsmittelpunkt von der Ordnung 3 geben, also drei Minima und die drei stationären Punkte auf die Ecken gleichseitiger Dreiecke und ein Maximum in den Drehungsmittelpunkt selbst legen. Auf die Möglichkeit einer solchen symmetrischen Fläche machte mich Herr D. Hilbert aufmerksam, wofür ich ihm sehr zu Dank verpflichtet bin.

Die Schaltung, die das verlangte leistet, ist die in Fig. 4*a*—*g* dargestellte. Fig. 4*d* stellt den Augenblick der Berührung in den drei stationären Punkten dar, die durch kleine Kreise markiert sind. In Fig. 4*f* sehen wir den dreifachen Punkt der Doppelcurve. Die Curve Fig. 4*g* wird kleiner und kleiner, nähert sich dabei immermehr einem Kreise und verschwindet dann über ein Maximum hinweg. Gerade wie die vorige Fläche baut sich auch diese aus dem Schnittsystem auf. Da dieser Aufbau aber hier der Anschauung größere Schwierigkeiten macht, so wollen wir die Fläche auf eine der Anschauung zugänglichere Weise entstehen lassen. Es ist zu bemerken, daß die Dimensionen der einzelnen Teile des Querschnittsystems mit Rücksicht auf die Uebersichtlichkeit des Systems selbst gewählt sind und deshalb blos qualitativ mit den Querschnitten der jetzt aufzubauenden Fläche übereinstimmen. Zudem bitte ich den Leser, die folgenden Operationen an den Fi-

---

1) Natürlich können wir durch Anbringen von Auswüchsen die Zahl von E und S bei der vorigen Fläche um beliebige gleiche Zahlen erhöhen, erhalten dabei aber immer qualitativ dasselbe Querschnittsystem.

guren 5a—d zu verfolgen, an denen sie sich viel einfacher darstellen, als es in der Beschreibung möglich ist.

Wir nehmen drei cylinderförmige Schläuche von der Länge l und dem in Fig. 5a sichtbaren Querschnitt, dessen Umfang gleichfalls l sei. Der Querschnitt ist eine geschlossene Curve, die eine rechtwinklige Ecke hat. An der einen Seite verschließen wir die Schläuche durch ebene „Deckel", die die Erzeugenden der Cylinder rechtwinklig schneiden. Diese Cylinder legen wir mit ihren geradlinigen Kanten („Cylinderkanten" zum Unterschied von „Deckelkanten") an die negativen Achsen eines rechtwinkligen xyz-Koordinatensystems so, daß die an den offenen Schlauchseiten liegenden

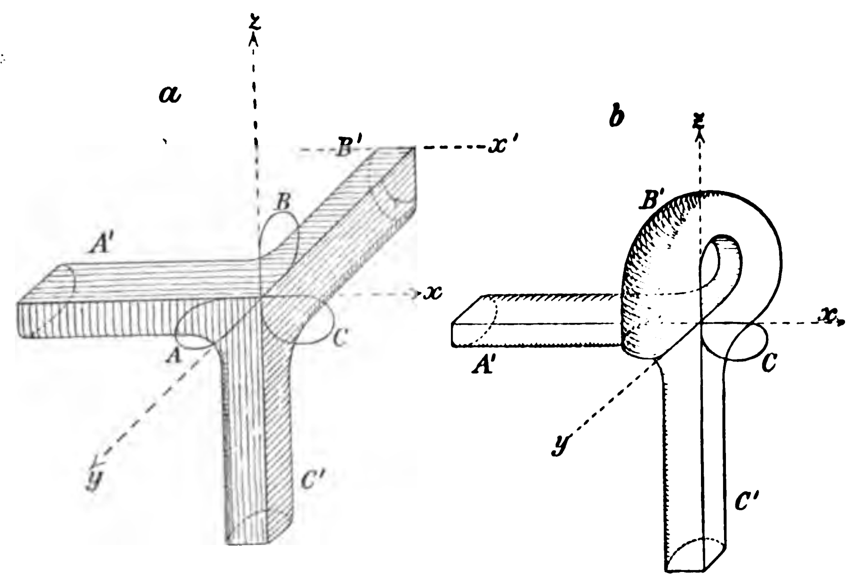


Fig. 5 a, b.

Kantenendpunkte im Koordinatenanfang liegen, die beiden Tangentialebenen in den Kantenpunkten jede mit einer der Koordinatenebenen zusammenfällt und die Cylinder ganz in einem Oktanten (—, —, —) liegen.

In der Umgebung des Anfangspunktes durchdringen sich die Cylinder. Den Teil jedes Cylinders, der in einem anderen Cylinder liegt, schneiden wir weg und vereinigen die so entstehenden Ränder miteinander. Die dadurch neu hinzugekommenen Kanten und Ecken denken wir uns gleichmäßig abgerundet. Die Gerade, die mit den drei Achsen gleiche Winkel bildet, d. i. die Gerade, die im Koordinatenanfang auf der Ebene $x + y + z = 0$ senkrecht steht, ist dann eine dreizählige Symmetrieachse unserer so erzeugten Fläche,

d. h. bei einer Drehung um 120^0 um diese Gerade kommt die Fläche mit sich selbst zur Deckung. Die Randcurven der „Deckel" zeichnen wir nun noch dreimal, in jeder Koordinatenebene einmal, und zwar so, daß sie mit den Ecken im Koordinatenanfang liegen, und daß je eine von ihnen dort

die positive Y-Achse und negative X-Achse, (A)
„ „ Z- „ „ „ Y- „ (B)
„ „ X- „ „ „ Z- „ (C)

zur Tangente hat und zudem die Symmetrie der Figur gewahrt bleibt. Wir nennen diese Curven entsprechend A, B, C, die an der X-, Y-, Z-Achse liegenden Schläuche A', B', C'. Die Lage der Curven A, B, C ist durch Obiges noch nicht eindeutig bestimmt,

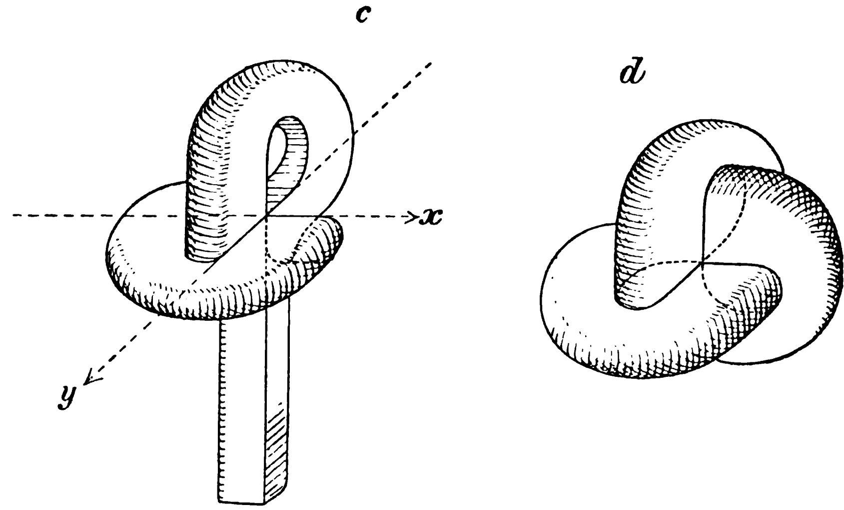


Fig. 5 *c*, *d*.

es sind noch 2 Configurationen möglich. Wir legen jetzt die Lage von A und damit die Lage der anderen Curven dadurch fest, daß wir verlangen: Wenn wir die Deckelkante von B' um die in der Figur gezeichnete Parallele x' zur X-Achse um 90^0 so drehen, daß der untere Teil der Deckelkante sich auf uns zu bewegt, so soll die jetzt in der XY-Ebene liegende Deckelkante durch bloßes Verschieben längs der Y-Achse mit der Curve A zur Deckung kommen.

Wir biegen nun den Schlauch B' um die Curve B herum, so daß die Cylinderkante in B fällt (Fig. 5 *b*). Der Endpunkt der Kante fällt dann in den Koordinatenanfang, da die Länge der Kante gleich dem Umfang von B ist. Die Länge der übrigen Erzeugenden dehnen wir so, daß der Deckel gerade in die XY-

Ebene, sein Rand also in die Curve A fällt. In dem Deckelrande soll der Schlauch auf der XY-Ebene senkrecht aufsitzen. Von den zwei Schaaren von Tangentialebenen, die die jetzt in B liegende Cylinderkante hat, soll die eine in die YZ-Ebene fallen, die andere auf dieser Ebene senkrecht stehen (vergl. Fig. 5 *b*). In derselben Weise legen wir den Schlauch A' um die Curve A, den Schlauch C' um C (vergl. Fig. 5 *c* und *d*).

In jeder der Curven A, B, C liegt dann eine Deckelkante und eine Cylinderkante. Der Deckel des Schlauches B' bildet die Fortsetzung des auf der einen Seite der Cylinderkante von A' liegenden Mantelteiles und der Schlauch B' selbst die Fortsetzung des anderen Teiles, und entsprechend liegen die Mäntel an den Curven B und C. Wir zerschneiden nun längs der Curven A, B, C die sechs Kanten und heften die entstehenden Ränder kreuzweise aneinander. Damit ist unsere Fläche fertig. In den Curven A, B, C durchdringt je ein Cylinder senkrecht ein ebenes Blatt. Der Anfangspunkt ist dreifacher Punkt unserer Fläche. Die sich dort durchdringenden Mäntel haben die Koordinatenebenen zu Tangentialebenen. Wir sehen, unsere Fläche ist singularitätenfrei. Die Curven A, B, C bilden in ihrer Gesamtheit die einzige Doppelcurve unserer Fläche. Gehen wir vom Koordinatenanfang in der Richtung der negativen X-Achse aus, so durchlaufen wir sie in der Reihenfolge A, B, C. Das in Fig. 4 dargestellte Curvensystem erhalten wir, wenn wir die zur Symmetrieachse senkrechte Ebene

$$x + y + z = \text{const.}$$

über die Fläche hingleiten lassen.

Die Figuren 6 *a*, *b*, *c* veranschaulichen die Fläche von verschiedenen Seiten gesehen. Denken wir uns die Fläche jetzt dem

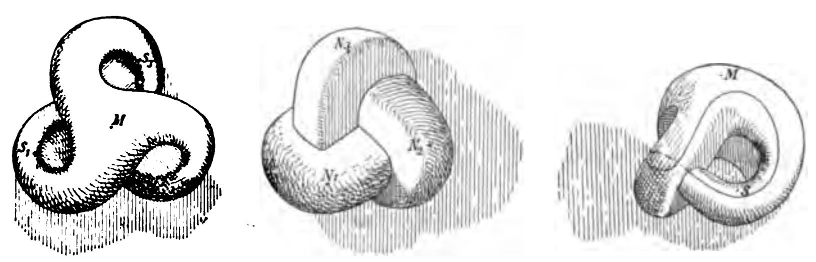


Fig. 6 *a*. Fig. 6 *b*. Fig. 6 *c*.

Curvensystem 4 entsprechend liegen, so daß die Symmetrieachse senkrecht steht, so zeigt Fig. 6 *a* die Fläche senkrecht von oben, Fig. 6 *b* senkrecht von unten, Fig. 6 *c* von der Seite, aber etwas schräg von oben, gesehen. M ist das Maximum, die Punkte N_1, N_2, N_3 sind die Minima, und S_1, S_2, S_3 die stationären Punkte.

§ 4. Beweis der Identität der Fläche mit der projektiven Ebene.

Wir wollen den Nachweis erbringen, daß unsere Fläche die verlangten Eigenschaften hat. Daß sie singularitätenfrei, geschlossen und ganz im Endlichen gelegen ist, ist klar. Es handelt sich nun nur darum, ihre Identität mit der projectiven Ebene zu zeigen, d. h. wir müssen darthun, daß unsere Fläche blos einen nicht zerstückenden Rückkehrschnitt und zwar einen von der zweiten Art enthält. In Figur 6*c* ist ein solcher Schnitt, längs dessen sich die Normale umkehrt, eingezeichnet. Wir hätten nun zu zeigen, daß diese Curve von allen anderen Curven, längs deren sich die Normale umkehrt, geschnitten wird. Das würde jedoch bei so einfacher Wahl der Schnittcurve compliciert sein. Wir wählen deshalb die Schnittcurve weniger einfach, aber so, daß wir aus allgemeinen Sätzen leicht die Identität unserer Fläche mit der projektiven Ebene folgern und auch die Fläche leicht in ein ebenes, einfach berandetes Blatt transformieren können. Wir wollen zu dem Zwecke die Doppelcurve genauer betrachten.

Fig. 7 stellt die Doppelcurve unserer Fläche dar. Von den sich in der Doppelcurve durchdringenden Mänteln sind blos die cylinderförmigen gezeichnet, die anderen fallen zusammen mit den Koordinatenebenen. Wir wollen die gezeichneten Cylinderstreifen entsprechend den Curven A, B, C, mit A', B', C', die ebenen Blätter, ebenso mit A'', B'', C'' bezeichnen. Dann sieht man an der Figur, daß über den Koordinatenanfang

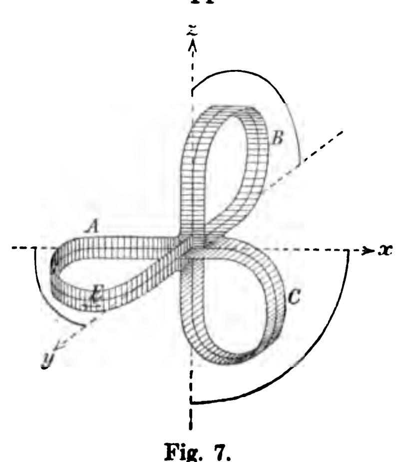


Fig. 7.

Ebene A''	in	die	Streifen	B', C'
„ B''	„	„	„	A', C'
„ C''	„	„	„	B', A'

übergeht.

Errichten wir in einem Punkte der Doppelcurve auf einem Mantel die Normale, sagen wir im Punkte E der Curve A auf dem Streifen A', und lassen wir die Normale die Doppelcurve durchlaufen, so daß wir von E aus zunächst in die X-Achse kommen, so durchläuft die Normale, wie man an der Figur verfolgt:

die Curve		
	$A \perp A'$	erster Umlauf
	$C \perp C''$	
	$B \perp B'$	
	$A \perp A''$	zweiter Umlauf.
	$C \perp C'$	
	$B \perp B''$	
	$A \perp A'$	

Zu dem Ausgangspunkt E kehren wir also nach einmaligem Umlauf $\perp A''$ zurück, d. h. wenn die Normale ursprünglich auf dem cylindrischen Streifen senkrecht stand, so steht sie jetzt auf der Ebene senkrecht. Wir befinden uns jetzt demnach auf einem anderen Blatt. Erst nach nochmaligem Umlauf steht die Normale wieder auf dem Cylinderstreifen senkrecht, aber, wie man bei genauem Verfolgen der Normale sieht, in der der Ausgangsrichtung entgegengesetzten Richtung. Um zum Punkte E mit der ursprünglichen Normalenrichtung zurückzukommen, müssen wir also die Doppelcurve viermal durchlaufen. Wenn wir im Punkte E anfangen, den Cylinder längs der Doppelcurve zu zerschneiden, so werden wir, nachdem sich der Schnitt geschlossen hat, beide Mäntel längs der Doppelcurve zerschnitten haben. Wir erkennen so den eigentümlichen Charakter unserer Doppelcurve!

Durchlaufen wir die Doppelcurve nun noch einmal von E ausgehend, und denken wir uns dabei immer in einem bestimmten Mantel befindlich. Wir kommen dann von A' nach C'', durchlaufen C in C'' und kommen dann zum Koordinatenanfang zurück. Dort schneiden wir unsere frühere Bahn in demselben Mantel. Zerschneiden wir den Mantel längs des durchlaufenen Weges, so würde durch den Schnitt längs C aus dem ebenen Blatt C'' ein einfach zusammenhängendes Stück herausgeschnitten werden, gerade das Stück, das wir früher als Deckel des Schlauches A bezeichneten. Zerschneiden wir längs der ganzen Doppelcurve, so trennen wir gerade die drei Deckel aus der Fläche aus. Um dieses Zerfallen zu verhüten, schalten wir aus unserem Wege die drei in die ebenen Blätter fallenden Stücke aus, gehen also, wenn wir von E zum ersten Male in den Koordinatenanfang kommen, sofort auf den Streifen B' über u. s. w. Das ändert an der Drehung der Normale nichts, da diese sich auf dem ebenen Blatt stets selbst parallel bleibt und dieser Weg nur dazu dient, die Fortschreitungsrichtung stetig zu ändern. Lassen wir diese Curventeile fort, so erhält unser Weg bei dem Eintreffen im Koordinatenanfang jedesmal eine rechtwinklige Ecke. Wir durchlaufen jetzt:

A in A'
B „ B'
C „ C'.

Längs dieses Weges kehrt sich die Normale um. Wir behaupten:

Nach Ausführung dieses Schnittes enthält die Fläche keinen Rückkehrschnitt der zweiten Art mehr.

Ein Rückkehrschnitt der zweiten Art muß nämlich Doppelcurven, eine ungerade Zahl von Malen überschreiten [1]). Nun ist die Doppelcurve auf dem Cylinderstreifen unpassierbar, und die in den ebenen Blättern liegenden Doppelcurventeile können nur eine gerade Anzahl von Malen überschritten werden, da sie die Fläche zerstücken.

Daß unsere Fläche keine Rückkehrschnitte der ersten Art enthält, folgt nach der Zerschneidung direkt aus der Betrachtung der Fläche.

Nach Ausführung eines Rückkehrschnittes der zweiten Art soll unsere Fläche äquivalent sein einem einfach berandeten, ebenen Blatte. Wir wollen die Fläche in ein solches deformieren. Eine Fläche wird im Sinne der Analysis situs nicht geändert, wenn man durch einen Querschnitt, der Punkte desselben Randes verbindet, einfach zusammenhängende Stücke von der Fläche trennt. (Fig. 8, Schnitt a). Wir ändern deshalb auch eine Fläche nicht, wenn wir durch einen Querschnitt, der in demselben Randpunkt anfängt und aufhört, Stücke aus einer Fläche ausschneiden (Fig. 8, Schnitt b). Wir dürfen deshalb die „Deckel", die durch solche Schnitte von der Fläche getrennt werden, aus der Fläche ausschneiden, ohne ihren Charakter zu ändern; wir vergrößern dadurch blos die Randcurve. Wie wir nun unsere Fläche aus der in Fig. 5a dargestellten Fläche erhielten, so können wir jetzt unsere Fläche in Fig. 5a zurückverwandeln; nur fehlen die Deckel, und die Fläche ist längs der in den Achsen liegenden Cylinderkanten aufgeschnitten. Dieses Blatt kann man nun sofort in ein ebenes von der in Fig. 9 dargestellten Form verbiegen. An der geschlossenen Fläche waren die Randstücke, die gleiche Buchstaben tragen, in der durch die Zahlen angedeuteten Weise aneinander-

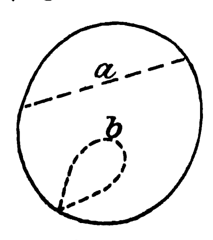


Fig. 8.

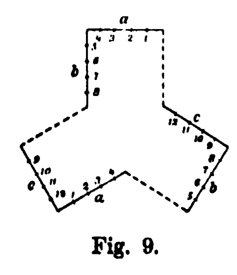


Fig. 9.

1) Dieser Satz folgt direkt aus der Betrachtung bei Darboux, a. a. O.

geheftet. Die punktierten Randstücke waren, jedes in sich selbst, durch die Deckel geschlossen. Deformieren wir noch dieses ebene Blatt in ein Kreisblatt, in dem die punktierten Randstücke als Rückkehrschnitte erscheinen, die in demselben Randpunkt anfangen und endigen, so erhalten wir das in Fig. 10 dargestellte Bild, in dem wir die Räume d, d', d'' wieder durch die Deckel schließen können. Wir haben so in der That nach Ausführung des einen Rückkehrschnittes unsere Fläche in ein einfach berandetes ebenes Blatt verwandelt, und damit ist wiederum die Identität unserer Fläche mit der projektiven Ebene gezeigt.

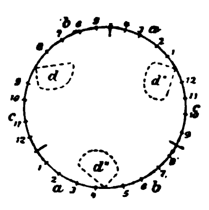


Fig. 10.

Wie bildet sich nun die projective Ebene auf unsere Fläche ab? Da herrscht natürlich große Willkür. Am übersichtlichsten gestaltet sich die Abbildung, wenn wir den in den Cylindermänteln liegenden Teil der Doppelcurve der unendlich fernen Geraden zuordnen. Da ergiebt sich sofort: Jeder unpaare Curvenzug, der ja eine ungerade Zahl von Malen durchs Unendliche geht, schneidet die Doppelcurve eine ungerade Zahl von Malen und ist deshalb ein Rückkehrschnitt zweiter Art. Und das Entsprechende gilt von den paaren Curvenzügen.

Damit wollen wir die Betrachtung der Fläche schließen. Es schließen sich natürlich noch eine Reihe von Fragen an, z. B. die Frage nach der niedrigsten algebraischen Gleichung, die eine Fläche mit den angeführten Eigenschaften bestimmt, und die Frage, ob alle Flächen mit den angegebenen Eigenschaften Doppelcurven von derselben Art enthalten müssen wie unsere Fläche, und andere Fragen mehr. Doch wollen wir hier nicht auf diese Fragen eingehen.

Zum Schlusse ist es mir eine angenehme Pflicht, Herrn D. Hilbert für die außerordentliche Liebenswürdigkeit zu danken, mit der er mir stets mit seinem Rate zur Seite stand.

Ueber die Addition transfiniter Cardinalzahlen.

Von

E. Zermelo.

Vorgelegt von D. Hilbert in der Sitzung vom 9. März 1901.

Die Summe zweier endlichen Cardinalzahlen, wie überhaupt zweier endlichen positiven Zahlen, ist stets größer als jede von ihnen, also von beiden verschieden. Dieser Satz gilt aber nicht mehr von den transfiniten Cardinalzahlen im Sinne der Cantorschen Mengenlehre [Cantor, Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, Math. Annalen Bd. 46; vgl. auch Schoenflies, Bericht über Punktmannigfaltigkeiten Cap. I—IV]. Denn eine unendliche Menge kann einer ihrer Teilmengen aequivalent sein [Cantor ibid. § 6, D, S. 496], und Dedekind [„Was sind und was sollen die Zahlen?" § 5] hat eben auf diese Eigenschaft seine Definition der „unendlichen Systeme" gegründet. Somit läßt sich die Cardinalzahl einer unendlichen Menge stets als eine Summe darstellen, deren einer Summandus sie selbst ist. So ist z. B., wenn man unter $\mathfrak{a} = \aleph_0$ die Cardinalzahl der „abzählbaren" Mengen versteht,

$$\mathfrak{a} = \mathfrak{a}+1 = \mathfrak{a}+\mathfrak{a} = 2\mathfrak{a},$$

und da jede unendliche Menge abzählbare Teilmengen besitzt, so ist auch für jede transfinite Cardinalzahl $\mathfrak{m}$

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m}'+\mathfrak{a} = \mathfrak{m}'+\mathfrak{a}+1 = \mathfrak{m}'+\mathfrak{a}+\mathfrak{a} = \mathfrak{m}+1 = \mathfrak{m}+\mathfrak{a}.$$

Es kann aber außer $\mathfrak{a}$ noch andere (unendliche) Cardinalzahlen $\mathfrak{p}$ geben, deren Addition die vorgelegte Cardinalzahl $\mathfrak{m}$ nicht ändert:

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m}+\mathfrak{p},$$

und die Summe zweier solchen Zahlen $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$ hat wieder dieselbe Eigenschaft. Denn wenn

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p} = \mathfrak{m} + \mathfrak{q},$$

so ist auch

$$\mathfrak{m} = (\mathfrak{m} + \mathfrak{p}) + \mathfrak{q} = \mathfrak{m} + (\mathfrak{p} + \mathfrak{q}).$$

Wie man unmittelbar sieht, läßt sich der Satz auch auf drei und mehr Summanden $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$ ausdehnen, er gilt aber, wie wir jetzt zeigen wollen, auch für eine beliebige abzählbar unendliche Menge solcher Cardinalzahlen $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \mathfrak{p}_3, \ldots$

Satz I (*Hauptsatz*). Wenn eine Cardinalzahl $\mathfrak{m}$ ungeändert bleibt bei der Addition einer beliebigen Cardinalzahl aus der unendlichen Reihe $\mathfrak{p}_1, \mathfrak{p}_2, \mathfrak{p}_3, \ldots$, so bleibt sie auch ungeändert, wenn man alle auf einmal addirt.

Nach unserer Voraussetzung

$$(1) \qquad \mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}_1 = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}_2 = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}_3 = \cdots$$

läßt sich nämlich eine Menge M von der Mächtigkeit $\mathfrak{m}$ folgendermaßen in Teilmengen zerlegen

$$(2) \qquad M = (P_1, M_1) = (P_2, M_2) = (P_3, M_3) = \cdots,$$

wo jede Teilmenge P_λ von der Cardinalzahl $\mathfrak{p}_\lambda$ mit ihrer complementären M_λ kein Element gemeinsam hat und alle M_λ der Menge M selbst aequivalent sind:

$$M \sim M_1 \sim M_2 \sim M_3 \cdots$$

Es existiren also ein-eindeutige Abbildungen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$ der Menge M auf ihre Teilmengen $M_1, M_2, M_3, \ldots$, so daß

$$(3) \qquad M_1 = \varphi_1 M, \; M_2 = \varphi_2 M, \; M_3 = \varphi_3 M, \ldots$$

geschrieben werden kann. Für eine beliebige solche Abbildung φ ist aber auch immer

$$(2a) \quad \varphi M = (\varphi P_1, \varphi M_1) = (\varphi P_2, \varphi M_2) = (\varphi P_3, \varphi M_3), \ldots,$$

d. h. für alle aequivalenten Mengen gelten die analogen Zerlegungen. Somit ist auch successive

$$\begin{aligned}
M & & &= (P_1, M_1) \\
M_1 &= \varphi_1 M & &= (\varphi_1 P_2, \varphi_1 M_2) &&= (P_2', M_2') \\
M_2' &= \varphi_1 \varphi_2 M & &= (\varphi_1 \varphi_2 P_3, \varphi_1 \varphi_2 M_3) &&= (P_3', M_3') \\
M_3' &= \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 M & &= (\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 P_4, \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 M_4) &&= (P_4', M_4') \\
& \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
M_{\lambda-1}' &= \varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_{\lambda-1} M & &= (\varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_{\lambda-1} P_\lambda, \varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_{\lambda-1} M_\lambda) &&= (P_\lambda', M_\lambda'),
\end{aligned}$$

also

$$(4) \qquad M = (P_1, P'_2, P'_3 \ldots P'_\lambda; M'_\lambda),$$

wenn man die Abbildungen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \ldots$ hinter einander ausführt und die Abkürzungen benutzt:

$$\varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_{\lambda-1} P_\lambda = P'_\lambda \sim P_\lambda$$
$$\varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_{\lambda-1} M_\lambda = \varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_\lambda M = M'_\lambda \sim M.$$

Hier sind auch von den Teilmengen P'_λ der ursprünglichen Menge M immer je zwei ohne gemeinsame Elemente, und es wird schließlich:

$$(5) \qquad M = (P_1, P'_2, P'_3, \ldots; M'),$$

d. h. M enthält alle Teilmengen P'_λ und somit auch ihre Vereinigungsmenge. Für die entsprechenden Cardinalzahlen haben wir also zunächst

$$(6) \qquad \mathfrak{m} = \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 + \cdots + \mathfrak{m}',$$

und es bleibt nur noch zu zeigen, daß hier die Cardinalzahl $\mathfrak{m}'$ durch $\mathfrak{m}$ selbst ersetzt werden kann.

Zunächst können wir aber die Formel (6) auf den Fall anwenden, wo

$$\mathfrak{p}_1 = \mathfrak{p}_2 = \mathfrak{p}_3 \cdots = \mathfrak{p}, \text{ also } \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 + \cdots = \mathfrak{a}\mathfrak{p},$$

und dann folgt aus der einen Gleichung

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}$$

sofort

$$(7) \qquad \mathfrak{m} = \mathfrak{a}\mathfrak{p} + \mathfrak{m}' = 2\mathfrak{a}\mathfrak{p} + \mathfrak{m}' = \mathfrak{m} + \mathfrak{a}\mathfrak{p}.$$

Wir haben also:

Satz II. Wenn eine Cardinalzahl $\mathfrak{m}$ bei der Addition einer anderen $\mathfrak{p}$ ungeändert bleibt, so bleibt sie es auch bei unendlich oft wiederholter Addition derselben Cardinalzahl, oder bei der Addition ihres $\mathfrak{a}$-fachen.

Somit können wir unsere Voraussetzung (1) folgendermaßen erweitern:

$$(1\text{a}) \qquad \mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{a}\mathfrak{p}_1 = \mathfrak{m} + \mathfrak{a}\mathfrak{p}_2 = \mathfrak{m} + \mathfrak{a}\mathfrak{p}_3 \cdots$$

und wir haben nach (6)

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{m} &= \mathfrak{a}\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{a}\mathfrak{p}_2 + \cdots + \mathfrak{m}'' \\
&= 2\mathfrak{a}(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 + \cdots) + \mathfrak{m}'' = (\mathfrak{a}+1)(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 + \cdots) + \mathfrak{m}'' \\
&= \mathfrak{m} + \mathfrak{a}(\mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 + \cdots) = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 + \cdots,
\end{aligned} \tag{8}
$$

womit der Satz I sogar in erweiterter Form bewiesen ist.

Der Satz läßt sich aber auch umkehren, in folgender Form:

Satz III. **Wenn die Summe zweier Cardinalzahlen, zu einer dritten addirt, diese ungeändert läßt, so gilt dies auch von jedem ihrer Summanden.**

Ist nämlich

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p} + \mathfrak{q},$$

so ist nach II auch

$$
\begin{aligned}
\mathfrak{m} &= \mathfrak{m} + \mathfrak{a}(\mathfrak{p} + \mathfrak{q}) \\
&= \mathfrak{m} + (\mathfrak{a}+1)\mathfrak{p} + \mathfrak{a}\mathfrak{q} = \mathfrak{m} + \mathfrak{a}\mathfrak{p} + (\mathfrak{a}+1)\mathfrak{q} \\
&= \mathfrak{m} + \mathfrak{p} \qquad\qquad\quad = \mathfrak{m} + \mathfrak{q},
\end{aligned}
$$

und das gleiche gilt natürlich auch, wenn die Summe mehr als zwei Summanden besitzt.

Dieser Satz III ist aber der eigentliche Kern des 1896 von Schröder und Bernstein zuerst bewiesenen „Aequivalenzsatzes“: Wenn von zwei Mengen jede einem Teile der anderen aequivalent ist, so sind sie unter einander aequivalent. (Borel, Théorie des fonctions, p. 103 ff., Schoenflies, Bericht S. 16).

Ist nämlich

$$a)\quad \mathfrak{m} = \mathfrak{n} + \mathfrak{p}$$

und

$$b)\quad \mathfrak{n} = \mathfrak{m} + \mathfrak{q},$$

so ist auch

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p} + \mathfrak{q}$$

und daher

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{q} = \mathfrak{n}, \text{ q.e.d.}$$

Gilt dagegen nur die erste Gleichung *a*), aber keine Gleichung der Form *b*), so daß die erste Menge M keinem Teile der zweiten aequivalent ist, so ist nach der Cantorschen Definition (Cantor, Ann. 46 § 2, Schoenflies Cap. III) $\mathfrak{m} > \mathfrak{n}$. Aus $\mathfrak{m} = \mathfrak{n} + \mathfrak{p}$ folgt also immer: $\mathfrak{m} \geqq \mathfrak{n}$, d. h.

Satz IV. **Die Summe zweier oder mehrerer Cardinalzahlen ist stets größer oder gleich einer jeden von ihnen.**

Diese Sätze III und IV, die dem „Aequivalenzsatze" gleichwertig sind, ergaben sich als unmittelbare Folgen des „Kettensatzes" II, den wir hier als Specialfall von I eingeführt hatten. Natürlich läßt sich Satz II aber auch direkt beweisen, man braucht nur in dem oben gegebenen Beweise von I die Teilmengen P_1, P_2, $P_3 \dots$ und damit auch die Abbildungen $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ von vorn herein als identisch zu betrachten, und dann unterscheidet sich der Beweis des Aequivalenzsatzes nur in der Anordnung und Ausdrucksweise von dem oben citirten Bernstein'schen. Dagegen ist der Satz I selbst als eine Erweiterung des Aequivalenzsatzes aufzufassen, die bisher meines Wissens noch unbewiesen war und sich aus diesem allein nicht ableiten läßt.

Beachten wir nun, daß alle Cardinalzahlen $\mathfrak{p} \geqq \mathfrak{p}'$ und nur diese in der Form $\mathfrak{p} = \mathfrak{p}' + \mathfrak{q}$ und alle Zahlen $\mathfrak{m}' \geqq \mathfrak{m}$ in der Form $\mathfrak{m}' = \mathfrak{m} + \mathfrak{r}$ enthalten sind, so können wir aus der Annahme

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}' + \mathfrak{q}$$

nach III schließen

$$\mathfrak{m} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}',$$

und dann ist auch:

$$\begin{aligned} \mathfrak{m}' = \mathfrak{m} + \mathfrak{r} &= \mathfrak{m} + \mathfrak{p} + \mathfrak{r} = \mathfrak{m} + \mathfrak{p}' + \mathfrak{r} \\ &= \mathfrak{m}' + \mathfrak{p}, \qquad = \mathfrak{m}' + \mathfrak{p}', \end{aligned}$$

und wir haben den Satz:

Satz V. Wenn eine Cardinalzahl $\mathfrak{p}$ eine andere $\mathfrak{m}$ bei der Addition ungeändert läßt, so läßt auch jede Zahl $\mathfrak{p}' \leqq \mathfrak{p}$ jede andere $\mathfrak{m}' \geqq \mathfrak{m}$ bei der Addition ungeändert.

Die Cardinalzahlen $\mathfrak{p}$, die eine gegebene Cardinalzahl $\mathfrak{m}$ bei der Addition ungeändert lassen, bilden also eine Art „Gruppe" von Zahlen, die sich reproduciren

1) bei ihrer Verkleinerung (Satz V),
2) bei ihrer Multiplication mit $\mathfrak{a} = \aleph_0$ (Satz II),
3) bei ihrer Addition in endlicher oder abzählbar unendlicher Summanden-Anzahl (Satz I).

Ueber die Verbiegung der geschlossenen Ringfläche.

Von

H. Liebmann in Leipzig.

Vorgelegt in der Sitzung am 9. März 1901.

§ 1. *Einleitung.*

1) **Rückblick auf frühere Ergebnisse.** In verschiedenen Arbeiten[1]) habe ich mich mit dem Problem der Verbiegung geschlossener Flächen positiven Krümmungsmaßes beschäftigt und bin dabei zu dem Ergebnis gelangt, daß die Verbiegung derselben unmöglich ist, wenn man von dem uneigentlichen Fall absieht, daß sie einfach in eine Bewegung ausartet.

Bei dem Beweis waren zwei wesentliche Voraussetzungen nötig: erstens mußten die Flächen wirklich in allen Punkten positives, von Null verschiedenes Krümmungsmaß besitzen[2]), und zweitens wurde angenommen, daß die Coordinaten der neuen Fläche, welche aus der gegebenen Fläche durch Verbiegung entstanden sein soll, sich in folgender Weise darstellen lassen:

$$x_1 = x + \xi t + \xi_2 t^2 + \xi_3 t^3 + \cdots$$
$$y_1 = y + \eta t + \eta_2 t^2 + \eta_3 t^3 + \cdots$$
$$z_1 = z + \zeta t + \zeta_2 t^2 + \zeta_3 t^3 + \cdots,$$

wo die Variable t in einem gewissen Bereich variieren kann, wel-

1) Die Verbiegung der geschlossenen Flächen positiver Krümmung. Leipzig 1899 (Math. Annalen, Band 53). Ein vereinfachter Beweis ist inzwischen erschienen (Math. Annalen, Band 54).

2) Hierdurch ist z. B. die Fläche, deren Gleichung lautet

[illegible]

von der Betrachtung ausgeschlossen; sie entsteht durch Rotation einer Cassinischen Curve, die zwei Flachpunkte hat.

cher den Wert $t = 0$ mit enthält. (x_1, y_1, z_1 bedeuten die Coordinaten der neuen Fläche, x, y, z die der gegebenen)[1]).

Die geometrische Bedeutung dieser zweiten Annahme ist folgende: Es wird vorausgesetzt, daß nicht nur die Fläche (x, y, z) und die Fläche (x_1, y_1, z_1) einander isometrisch[2]) sind, sondern daß sie auch wirklich auf einander abwickelbar sind, d. h. daß man die Fläche vom Anfangszustand in den Endzustand stetig überführen kann, so daß alle diese Zwischenzustände der Fläche ebenfalls Flächen sind, die isometrisch sind mit der Fläche (x, y, z) und der Fläche (x_1, y_1, z_1).

Unter diesen beiden Annahmen wurde dann der Beweis geführt und zwar im Wesentlichen durch Betrachtung der Größen ξ_1, η_1, ζ_1[3]).

2) Die Ringfläche. Nach diesen Untersuchungen ergiebt sich von selbst die Frage: Läßt sich der Satz auch beweisen für Flächen, die nicht überall positives Krümmungsmaß besitzen? In der That wollen wir hier für eine spezielle Fläche seine Gültigkeit beweisen, nämlich für die Ringfläche, d. h. diejenige Fläche, welche durch Rotation eines Kreises um eine ihn nicht schneidende Gerade entsteht.

Wir werden auch hier also eine Reihenentwickelung annehmen und uns zunächst mit den Gliedern niedrigster Ordnung beschäftigen (§ 2—3); sodann werden wir aus der Form, welche sich für die Glieder niedrigster Ordnung ergiebt, Schlüsse ziehen können auf die ganze Reihenentwickelung, welche lehren, daß dieselbe eine Bewegung darstellen muß.

§ 2. *Formeln für die infinitesimale Verbiegung der Ringfläche.*

1) Der Begriff der inf. Verbiegung. Wir wollen zunächst sehen, welche Gestalt die Glieder niedrigster Ordnung haben müssen in der Reihenentwickelung:

$$\begin{aligned} x_1 &= x + \xi t + \xi_2 t^2 \ldots \\ y_1 &= y + \eta t + \eta_2 t^2 \ldots \\ z_1 &= z + \zeta t + \zeta_2 t^2 \ldots, \end{aligned}$$

---

1) Nur für die Kugel wurde der Beweis ganz allgemein geführt. (Nachrichten der K. G. d. W. zu Göttingen 1899). Ein einfacherer Beweis findet sich in der Arbeit von D. Hilbert: Ueber Flächen von constanten Gauss'scher Krümmung. Transactions of the Americain Math. Soc. Vol. 2. Nr. 1 Jan. 1901.

2) Die wichtige Unterscheidung der Begriffe: Isometrisch und Abwickelbar hat A. Voss eingeführt. (Math. Annalen 46, 1895). Isometrisch ist z. B. jede Fläche zu ihrem Spiegelbild, aber nicht abwickelbar darauf.

3) a. a. O. § 4.

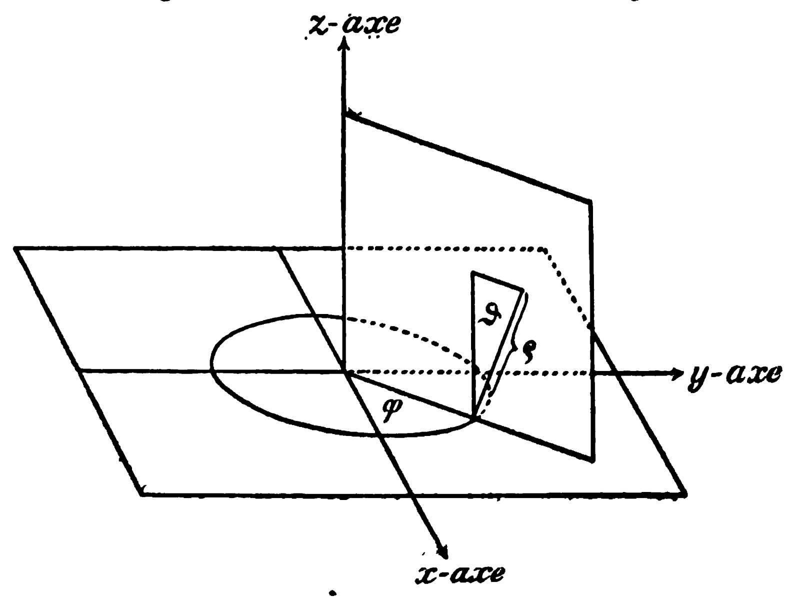
wenn dieselbe eine Verbiegung darstellen soll. Des bequemen Ausdrucks halber wollen wir von den Gliedern niedrigster Ordnung dann sagen: Sie definieren eine **infinitesimale Verbiegung**. Die Formeln für dieselben erhält man, wenn man in den sich ergebenden Differentialgleichungen überall die Coefficienten von t d. h. die Glieder erster Ordnung gleich Null setzt; oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn man bei der Aufstellung der Differentialgleichungen immer nur die Glieder erster Ordnung berücksichtigt. Dies soll also im Folgenden geschehen.

2) **Einführung von Ringcoordinaten.** Um die Formeln für die inf. Verbiegung zu berechnen, müssen wir an Stelle der rechtwinkligen Coordinaten andere einführen. Das rechtwinklige Coordinatensystem zunächst sei so definiert: Die z-Axe sei die Rotationsaxe der Ringfläche, die xy-Ebene sei diejenige Ebene, welche den größten und den kleinsten Parallelkreis der Ringfläche enthält. Die Constanten der Ringfläche seien ferner folgende Größen: r $(r > 1)$ sei der Radius des Kreises, welcher der Ort der Mittelpunkte der Meridiankreise ist, der Radius eines Meridiankreises habe den Wert $\varrho = 1$.

An Stelle der rechtwinkligen Coordinaten führen wir nun die Größen ϱ, ϑ und φ ein durch die Gleichungen

$$x = \cos\varphi\,(r + \varrho \sin\vartheta),$$
$$y = \sin\varphi\,(r + \varrho \sin\vartheta),$$
$$z = \varrho \cos\vartheta.$$

(Die Bedeutung der neuen Coordinaten ist aus der Figur ersichtlich).



Das Quadrat des Bogenelementes hat in den neuen Coordinaten den Wert

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = d\varrho^2 + \varrho^2 d\vartheta^2 + (r + \varrho \sin\vartheta)^2 d\varphi^2,$$

und speziell auf der gegebenen Ringfläche ($\varrho = 1$) wird

$$ds^2 = d\vartheta^2 + (r + \sin\vartheta)^2 d\varphi^2.$$

3) Die infinitesimale Verbiegung. Bei einer infinitesimalen Verbiegung der Ringfläche haben wir zu setzen:

$$\begin{aligned} \varrho_1 &= 1 + t.P(\vartheta, \varphi) \\ \varphi_1 &= \varphi + t.\Phi(\vartheta, \varphi) \\ \vartheta_1 &= \vartheta + t.\Theta(\vartheta, \varphi) \end{aligned} \tag{1}$$

und die Differentialgleichungen für P, Φ und Θ erhält man, wenn man in der Formel:

$$\begin{aligned} & d\varrho_1^2 + \varrho_1^2 d\vartheta_1^2 + (r + \varrho_1 \sin\vartheta_1)^2 d\varphi_1^2 \\ & = d\vartheta^2 + (r + \sin\vartheta)^2 d\varphi^2 + 2t\left\{\left(P + \frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta}\right) d\vartheta^2\right. \\ & + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} + (r + \sin\vartheta)^2 \frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right) d\vartheta\, d\varphi + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} + (r + \sin\vartheta)^2\right. \\ & \left.\left. + (r + \sin\vartheta)(P \sin\vartheta + \Theta\cos\vartheta)\right) d\varphi^2\right\} + t^2(\ldots) \end{aligned}$$

das Glied erster Ordnung gleich Null setzt. Da dasselbe verschwinden muß, unabhängig davon, welche Werte $d\vartheta$ und $d\varphi$ haben, so erhält man die Gleichungen:

$$\begin{aligned} & P + \frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta} = 0 \\ & \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} + (r + \sin\vartheta)^2 \frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} = 0 \\ & P \sin\vartheta + \Theta\cos\vartheta + (r + \sin\vartheta)\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Wir wollen schließlich noch zusehen, wie sich die Größen ξ, η und ζ ausdrücken durch P, Θ und Φ.

Dazu dienen die Gleichungen:

$$\begin{aligned} x + t\xi &= \cos(\varphi + t\Phi)(r + (1 + tP)\sin(\vartheta + t\Theta)), \\ y + t\eta &= \sin(\varphi + t\Phi)(r + (1 + tP)\sin(\vartheta + t\Theta)), \\ z + t\zeta &= (1 + tP)\cos(\vartheta + t\Theta), \end{aligned}$$

aus denen folgt:

$$
(3) \qquad
\begin{aligned}
\xi &= \cos\varphi(P\sin\vartheta+\Theta\cos\vartheta)-\sin\varphi(r+\sin\vartheta)\Phi,\\
\eta &= \sin\varphi(P\sin\vartheta+\Theta\cos\vartheta)+\cos\varphi(r+\sin\vartheta)\Phi,\\
\zeta &= P\cos\vartheta-\Theta\sin\vartheta.
\end{aligned}
$$

Die Auflösungen dieser Gleichungen lauten:

$$
(4) \qquad
\begin{aligned}
\Phi(r+\sin\vartheta) &= -\xi\sin\varphi+\eta\cos\varphi\\
P &= (\xi\cos\varphi+\eta\sin\varphi)\sin\vartheta+\zeta\cos\vartheta\\
\Theta &= (\xi\cos\varphi+\eta\sin\varphi)\cos\vartheta-\zeta\sin\vartheta.
\end{aligned}
$$

4) Infinitesimale Bewegungen: Wenn die Glieder niedrigster Ordnung die Form haben:

$$
\begin{aligned}
\xi &= \beta z-\gamma y+a,\\
\eta &= \gamma x-\alpha z+b,\\
\zeta &= \alpha y-\beta x+c,
\end{aligned}
$$

worin die sechs Größen α, β, γ, a, b, c Constanten sind, wollen wir sagen, daß die ξ, η, ζ eine infinitesimale Bewegung darstellen. Diese Bezeichnung hat ihren Grund darin, daß jede (endliche) Bewegung sich in Form von Reihenentwickelungen ausdrücken läßt, in denen die Glieder niedrigster Ordnung, die soeben hingeschriebene Form haben[1]).

Wir wollen auch noch berechnen, welche Gestalt die Größen P, Θ und Φ bei inf. Bewegungen haben; man erhält mit Hülfe der Gleichungen (4) sofort die Formeln:

$$
(5) \qquad
\begin{aligned}
P &= r\cos\vartheta(\alpha\sin\varphi-\beta\cos\varphi)+\sin\vartheta(a\cos\varphi+b\sin\varphi)+c\cos\vartheta,\\
\Theta &= -(1+r\sin\vartheta)(\alpha\sin\varphi-\beta\cos\varphi)+\cos\vartheta(a\cos\varphi+b\sin\varphi)-c\sin\vartheta,\\
\Phi(r+\sin\vartheta) &= \gamma(r+\sin\vartheta)-\cos\vartheta(\alpha\cos\varphi+\beta\sin\varphi)-a\sin\varphi+b\cos\varphi.
\end{aligned}
$$

Aus diesen Gleichungen folgt mit Hülfe der Gleichungen (3) ebenso leicht, daß die ξ, η, ζ eine inf. Bewegung darstellen, sobald die Größen P, Θ und Φ die Form (5) haben.

5) Differentialgleichungen für Θ und Φ. Wir wollen aus den Gleichungen (2) noch Differentialgleichungen für die Größen Θ und Φ allein ableiten.

Durch Elimination von P kommt zunächst:

$$
\Theta\cos\vartheta-\frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta}\sin\vartheta+(r+\sin\vartheta)\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} = 0.
$$

1) Lie-Scheffers, Continuirliche Gruppen. (Leipzig 1893) p. 108.

Hieraus folgt:

$$-(r+\sin\vartheta)^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi\,\partial\vartheta} = (r+\sin\vartheta)\frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\Theta\cos\vartheta - \frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\right)$$
$$-\cos\vartheta\left(\Theta\cos\vartheta - \frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta}\sin\vartheta\right);$$

andererseits ist:

$$-(r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2\Phi}{\partial\vartheta\,\partial\varphi} = \frac{\partial^2\Theta}{\partial\varphi^2}.$$

Durch Combination der beiden Gleichungen erhält man:

$$(6)\quad \frac{\partial^2\Theta}{\partial\varphi^2} + \sin\vartheta\,(r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2\Theta}{\partial\Theta^2} - \sin\vartheta\cos\vartheta\frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta} + (1+r\cos\vartheta)\,\Theta = 0.$$

Durch die folgende Rechnung bekommt man eine Gleichung für Φ allein.

Aus der dritten Gleichung (2) erhält man zunächst:

$$\frac{\partial P}{\partial\varphi}\sin\vartheta + \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi}\cos\vartheta + (r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} = 0.$$

Setzt man hierin ein:

$$\frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} = -(r+\sin\vartheta)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}$$

und

$$\frac{\partial P}{\partial\varphi} = -\frac{\partial^2\Theta}{\partial\varphi\,\partial\vartheta} = \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left((r+\sin\vartheta)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right),$$

so kommt schließlich:

$$\sin\vartheta\left\{(r+\sin\vartheta)^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial\vartheta^2} + 2\,(r+\sin\vartheta)\cos\vartheta\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta}\right\}$$
$$-\cos\vartheta\,(r+\sin\vartheta)^2\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} + (r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} = 0,$$

oder, mit Unterdrückung des Factors $(r+\sin\vartheta)$:

$$(7)\quad \frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} + \sin\vartheta\,(r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2\Phi}{\partial\vartheta^2} + \cos\vartheta\,(\sin\vartheta - r)\frac{\partial\Phi}{\partial\vartheta} = 0.$$

§ 3. *Der Krümmungszuwachs der Meridiankreise.*

1) Definition des Krümmungszuwachses. Wir wollen jetzt mit Hülfe der Größen P, Θ und Φ und unter Beachtung der für dieselben gewonnenen Differentialgleichungen eine Größe

berechnen, deren Verhalten für die ganze Verbiegung charakteristisch ist, nämlich den Krümmungszuwachs der Meridiankreise. Die Krümmung eines Meridiankreises ist gleich der Quadratwurzel aus dem Ausdruck:

$$\frac{\left(\frac{\partial x}{\partial \vartheta}\frac{\partial^2 y}{\partial \vartheta^2}-\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\frac{\partial^2 x}{\partial \vartheta^2}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\frac{\partial^2 z}{\partial \vartheta^2}-\frac{\partial z}{\partial \vartheta}\frac{\partial^2 y}{\partial \vartheta^2}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \vartheta}\frac{\partial^2 x}{\partial \vartheta^2}-\frac{\partial x}{\partial \vartheta}\frac{\partial^2 z}{\partial \vartheta^2}\right)^2}{\left(\left(\frac{\partial x}{\partial \vartheta}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \vartheta}\right)^2\right)^3}.$$

Der Wert dieses Ausdruckes ist Eins, wie man leicht nachrechnen kann.

Unter dem Krümmungszuwachs bei der inf. Verbiegung wollen wir nun den Coefficienten von t verstehen in der Entwickelung des Ausdrucks, den man erhält, wenn man in die Formel für die Krümmung statt x, y und z setzt:

$$x_1 = x+t\xi$$
$$y_1 = y+t\eta$$
$$z_1 = z+t\zeta.$$

Bei der Berechnung ist natürlich Gebrauch zu machen von den Gleichungen (2). —

2) Berechnung des Krümmungszuwachses. Bei der Berechnung ist außer den Gleichungen (2) noch die aus ihnen folgende Gleichung zu berücksichtigen:

$$\frac{\partial x}{\partial \vartheta}\cdot\frac{\partial \xi}{\partial \vartheta}+\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\cdot\frac{\partial \eta}{\partial \vartheta}+\frac{\partial z}{\partial \vartheta}\cdot\frac{\partial \zeta}{\partial \vartheta} = 0$$

und

$$\left(\frac{\partial x}{\partial \vartheta}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial \vartheta}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial \vartheta}\right)^2 = 1.$$

Ferner brauchen wir die Formeln:

$$\frac{\partial (x+t\xi)}{\partial \vartheta} = \cos\varphi\cdot\cos\vartheta+t\frac{\partial \xi}{\partial \vartheta},$$

$$\frac{\partial (y+t\eta)}{\partial \vartheta} = \sin\varphi\cdot\cos\vartheta+t\frac{\partial \eta}{\partial \vartheta},$$

$$\frac{\partial (z+t\zeta)}{\partial \vartheta} = -\sin\vartheta+t\frac{\partial \zeta}{\partial \vartheta};$$

$$\frac{\partial^2 (x+t\xi)}{\partial \vartheta^2} = -\cos\varphi\cdot\sin\vartheta+t\frac{\partial^2 \xi}{\partial \vartheta^2},$$

$$\frac{\partial^2(y+t\eta)}{\partial\vartheta^2} = -\sin\varphi\cdot\sin\vartheta + t\frac{\partial^2\eta}{\partial\vartheta^2},$$

$$\frac{\partial^2(z+t\zeta)}{\partial\vartheta^2} = \quad -\cos\vartheta + \quad t\frac{\partial^2\zeta}{\partial\vartheta^2}.$$

Hieraus folgt:

$$\left\{\left(\frac{\partial(x+t\xi)}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\partial^2(y+t\eta)}{\partial\vartheta^2} - \frac{\partial(y+t\eta)}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\partial^2(x+t\xi)}{\partial\vartheta^2}\right)^2\right.$$
$$+\left(\frac{\partial(y+t\eta)}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\partial^2(z+t\zeta)}{\partial\vartheta^2} - \frac{\partial(z+t\zeta)}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\partial^2(y+t\eta)}{\partial\vartheta^2}\right)^2$$
$$\left.+\left(\frac{\partial(z+t\zeta)}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\partial^2(x+t\xi)}{\partial\vartheta^2} - \frac{\partial(x+t\xi)}{\partial\vartheta}\cdot\frac{\partial^2(z+t\zeta)}{\partial\vartheta^2}\right)^2\right\}:$$
$$\left(\left(\frac{\partial(x+t\xi)}{\partial\vartheta}\right)^2 + \left(\frac{\partial(y+t\eta)}{\partial\vartheta}\right)^2 + \left(\frac{\partial(z+t\zeta)}{\partial\vartheta}\right)^2\right)^3$$
$$= 1 + 2t\left\{-\cos\vartheta\frac{\partial^2\zeta}{\partial\vartheta^2} - \sin\vartheta\frac{\partial\zeta}{\partial\vartheta} + \cos\vartheta\left(\sin\varphi\frac{\partial\eta}{\partial\vartheta} + \cos\varphi\frac{\partial\xi}{\partial\vartheta}\right)\right.$$
$$\left.-\sin\vartheta\left(\sin\varphi\frac{\partial^2\eta}{\partial\vartheta^2} + \cos\varphi\frac{\partial^2\xi}{\partial\vartheta^2}\right)\right\}.$$

Setzt man nun hierin ein:

$$\frac{\partial\zeta}{\partial\vartheta} = \cos\vartheta\frac{\partial P}{\partial\vartheta} - P\sin\vartheta - \frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta}\sin\vartheta - \Theta\cos\vartheta = \cos\vartheta\left(\frac{\partial P}{\partial\vartheta} - \Theta\right),$$

$$\frac{\partial^2\zeta}{\partial\vartheta^2} = \cos\vartheta\left(\frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2} + P\right) - \sin\vartheta\left(\frac{\partial P}{\partial\vartheta} - \Theta\right),$$

$$\frac{\partial}{\partial\vartheta}(\xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi) = \frac{\partial}{\partial\vartheta}(P\sin\vartheta + \Theta\cos\vartheta) = \sin\vartheta\left(\frac{\partial P}{\partial\vartheta} - \Theta\right),$$

$$\frac{\partial^2}{\partial\vartheta^2}(\xi\cos\varphi + \eta\sin\varphi) = \left(\frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2} + P\right)\sin\vartheta + \left(\frac{\partial P}{\partial\vartheta} - \Theta\right)\cos\vartheta,$$

so kommt:

$$1 - 2t\left(\frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2} + P\right).$$

Für den Krümmungszuwachs selbst bekommt man

$$\sqrt{1 - 2t\left(\frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2} + P\right)} = 1 = -t\left(\frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2} + P\right).$$

Der Krümmungszuwachs der Meridiane hat aber den Wert $-K$, wo K definiert ist durch die Formel:

$$K = \frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2} + P.$$

3) **Differentialgleichung für K.** Wir wollen jetzt aus den Differentialgleichungen (2), (6) und (7) eine Gleichung für K ableiten.

Zunächst ist

$$\frac{\partial^2 P}{\partial \varphi^2} = -\frac{\partial^3 \Theta}{\partial \varphi^2 \partial \vartheta} = \frac{\partial^2}{\partial \varphi\, \partial \vartheta}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta}(r+\sin\vartheta)^2\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta\, \partial \varphi}(r+\sin\vartheta)^2\right)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \vartheta}\left\{-(r+\sin\vartheta)\sin\vartheta\left(\frac{\partial P}{\partial \vartheta}-\Theta\right)+\cos\vartheta\,(P\sin\vartheta+\Theta\cos\vartheta)\right\}$$

$$= -\frac{\partial^2 P}{\partial \vartheta^2}\sin\vartheta\,(r+\sin\vartheta)-\frac{\partial P}{\partial \vartheta}\cos\vartheta\,(r+\sin\vartheta)$$

$$-P\sin\vartheta\,(r+2\sin\vartheta)+r\Theta\cos\vartheta.$$

Differenziert man diese Gleichung zweimal nach ϑ, so kommt

$$\frac{\partial^4 P}{\partial \varphi^2 \partial \vartheta^2} = -\frac{\partial^4 P}{\partial \vartheta^4}\sin\vartheta\,(r+\sin\vartheta)-\frac{\partial^3 P}{\partial \vartheta^3}\cos\vartheta\,(3r+5\sin\vartheta)$$

$$+\frac{\partial^2 P}{\partial \vartheta^2}(2r\sin\vartheta-4+6\sin^2\vartheta)$$

$$-\frac{\partial P}{\partial \vartheta}(2r\cos\vartheta+4\sin\vartheta\cos\vartheta)$$

$$+P(3r\sin\vartheta-4+8\sin^2\vartheta)-r\Theta\cos\vartheta.$$

Durch Addition dieser beiden Gleichungen erhält man:

$$\frac{\partial^4 P}{\partial \varphi^2 \partial \vartheta^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial \varphi^2} = -\sin\vartheta\,(r+\sin\vartheta)\left(\frac{\partial^4 P}{\partial \vartheta^4}+\frac{\partial^2 P}{\partial \vartheta^2}\right)$$

$$-(3r\cos\vartheta+5\sin\vartheta\cos\vartheta)\left(\frac{\partial^3 P}{\partial \vartheta^3}+\frac{\partial P}{\partial \vartheta}\right)$$

$$+(2r\sin\vartheta-4+6\sin^2\vartheta)\left(\frac{\partial^2 P}{\partial \vartheta^2}+P\right),$$

oder

$$\frac{\partial^2 K}{\partial \varphi^2}+\sin\vartheta\,(r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2 K}{\partial \vartheta^2}+\cos\vartheta\,(3r+5\sin\vartheta)\frac{\partial K}{\partial \vartheta} \tag{9}$$

$$-2\,(r\sin\vartheta-2+3\sin^2\vartheta)K = 0.$$

Dieser Differentialgleichung wollen wir noch eine andere Gestalt geben, indem wir die Größe Q einführen durch die Gleichung:

$$K\sin\vartheta = Q.$$

Man bekommt dann für Q die Gleichung:

$$(10)\quad \sin\vartheta\frac{\partial^2 Q}{\partial\varphi^2}+\sin^2\vartheta(r+\sin\vartheta)\frac{\partial^2 Q}{\partial\vartheta^2}+\sin\vartheta\cos\vartheta(r+3\sin\vartheta)\frac{\partial Q}{\partial\vartheta}$$
$$-(r-\sin\vartheta+2\sin^2\vartheta)Q = 0.$$

4) Das Verhalten von K bei inf. Bewegungen. Bei (endlichen) Bewegungen ändert sich die Krümmung der Meridiankreise nicht, und daraus folgt sofort, daß bei inf. Bewegungen die Größe K den Wert Null hat. Wir wollen nun zeigen, daß diese Behauptung sich auch umkehren läßt, d. h. daß das Verschwinden von K auch hinreichende Bedingung dafür ist, daß die inf. Verbiegung eine inf. Bewegung ist. Vorausgesetzt wird beim Beweis dieser Umkehrung, daß P, Θ und Φ periodische Functionen von φ sind[1]).

Aus

$$\frac{\partial^2 P}{\partial\vartheta^2}+P = 0$$

folgt

$$P = f_1(\varphi)\sin\vartheta+f_2(\varphi)\cos\vartheta$$

und weiter

$$\Theta = -\int P d\vartheta = f_1(\varphi)\cos\vartheta-f_2(\varphi)\cos\vartheta+f_3(\varphi).$$

Da nun Θ die Gleichung (6) erfüllen soll, so muß die Bedingung erfüllt sein:

$$\left(\frac{d^2 f_1}{d\varphi^2}\cos\vartheta+\frac{d^2 f_2}{d\varphi^2}\sin\vartheta+\frac{d^2 f_3}{d\varphi^2}\right)+(r+\sin\vartheta)f_3\sin\vartheta$$
$$+\cos\vartheta(f_1(\varphi)+f_3(\varphi)\cos\vartheta) = 0,$$

d. h. es muß sein:

$$\frac{d^2 f_1}{d\varphi^2}+f_1(\varphi) = 0,$$
$$\frac{d^2 f_2}{d\varphi^2}+rf_2(\varphi) = 0,$$
$$\frac{d^2 f_3}{d\varphi^2}+f_3(\varphi) = 0.$$

Hieraus folgt

$$f_1(\varphi) = \quad a\cos\varphi+b\sin\varphi,$$
$$f_2(\varphi) = -\alpha\sin\varphi+\beta\cos\varphi,$$

1) Diese Annahme ist deshalb notwendig, weil wir die Verbiegung der geschlossenen Fläche untersuchen wollen.

wo a, b, α und β Constanten sind, deren Bezeichnung wir so gewählt haben, daß sich später der Character der Transformation bequem erkennen läßt.

Endlich wird

$$f_2(\varphi) = r(\alpha \sin\varphi - \beta\cos\varphi) - c.$$

(Ein Glied von der Form $c'\varphi$, welches in Folge der für f_2 erhaltenen Differentialgleichungen noch hinzutreten könnte, fällt fort, weil f_2 ja eine periodische Function sein soll).

Dann wird also:

$$\begin{aligned}\Theta &= \cos\vartheta(a\cos\varphi + b\sin\varphi) + \sin\vartheta(-r(\alpha\sin\varphi - \beta\cos\varphi) - c) \\ &\qquad - \alpha\sin\varphi + \beta\cos\varphi \\ &= -(1 + r\sin\vartheta)(\alpha\sin\varphi - \beta\cos\varphi) + \cos\vartheta(a\cos\varphi + b\sin\varphi) \\ &\qquad - c\sin\vartheta,\end{aligned}$$

und

$$P = -\frac{\partial\Theta}{\partial\vartheta} = r\cos\vartheta(\alpha\sin\varphi - \beta\cos\varphi) + \sin\vartheta(a\cos\varphi + b\sin\varphi).$$

Dies sind genau die Werte (5) in § 2, 4.

Φ ist dann durch die Gleichungen (2), wenn man Θ und P bereits kennt, bis auf eine Constante bestimmt, d. h. es ergiebt sich, wenn wir diese Constante mit γ bezeichnen, der Wert:

$$\Phi(r + \sin\vartheta) = \gamma(r + \sin\vartheta) - \cos\vartheta(\alpha\cos\varphi + \beta\sin\varphi) - a\sin\varphi + b\cos\varphi.$$

Dieser Wert muß sich deshalb ergeben, weil die durch die Formeln (5) definierten Größen die Gleichungen (2) erfüllen.

Hieraus ergiebt sich nun nach § 2, 4 unsere Behauptung, d. h.: Verschwindet K, so ist die inf. Verbiegung notwendig eine inf. Bewegung.

§ 4. *Folgerung für die inf. Verbiegung.*

1) Der elliptische Character der Differentialgleichung (10). Bevor wir aus den bisherigen Untersuchungen Schlüsse ziehen, wollen wir noch auf eine Eigenschaft der Differentialgleichung (10) aufmerksam machen.

Sie hat die Eigenschaft, daß in dem positiv gekrümmten Teil der Fläche, welcher definiert ist durch die Ungleichheit:

$$0 < \vartheta < \pi,$$

die Coefficienten

$$\sin\vartheta \quad \text{und} \quad \sin^2\vartheta(r + \sin\vartheta)$$

von

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2}$$

positiv sind; der Coefficient von Q aber, nämlich die Größe:

$$-(r - \sin\vartheta + 2\sin^2\vartheta)$$

ist in diesem Gebiete negativ (weil $r > 1$).

Hieraus folgt: Verschwindet eine Function, welche die Differentialgleichung (10) erfüllt, auf der Berandung eines Gebietes der Ringfläche, welches im Innern nur solche Punkte enthält, in denen die Krümmung positiv ist, dann verschwindet sie auch im Innern.

Wenn sie nämlich längs der Berandung verschwinden würde, ohne im Innern überall den Wert Null zu haben, so müßte sie notwendig ein positives Maximum oder ein negatives Minimum haben [1]).

Beides aber ist unmöglich; denn an der Stelle eines positiven Maximums müßte, weil $\frac{\partial Q}{\partial \vartheta}$ verschwindet und

$$-Q(r - \sin\vartheta + 2\sin^2\vartheta)$$

negativ ist,

$$\sin\vartheta \frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} + \sin^2\vartheta (r + \sin\vartheta) \frac{\partial^2 Q}{\partial \vartheta^2}$$

positiv sein. Es wäre dann also mindestens einer der beiden Differentialquotienten:

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 Q}{\partial \vartheta^2}$$

positiv, was am Orte eines Maximums nicht eintreten kann. Eine analoge Betrachtung zeigt, daß ein negatives Minimum nicht eintreten kann; und damit ist die ausgesprochene Behauptung bewiesen.

2) Folgerung. Für $\vartheta = 0$ und $\vartheta = \pi$, also längs der Berandung des positiv gekrümmten Teiles der Ringfläche verschwindet die Function

$$Q = K \sin\vartheta.$$

---

1) Das nun folgende Schlußverfahren rührt von Paraf her. (Vgl. Sommerfeld's Referat in der Math. Encyclopädie II, A. 7c: Randwertaufgaben in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen, No. 4: Eindeutigkeitsfragen, vornehmlich bei elliptischen Differentialgleichungen).

Hieraus folgt dann, daß diese Function Q überhaupt gleich Null sein muß bei einer inf. Verbiegung (nach 1). Mit Hülfe von § 3, 4 folgt dann hieraus, da mit der Größe Q auch die Größe K verschwindet:

Die inf. Verbiegung der geschlossenen Ringfläche ist notwendig eine infinitesimale Bewegung.

3) Zusatz. Beginnt die Reihenentwickelung von x_1, y_1 und z_1 nicht mit Gliedern erster Ordnung, sondern hat man etwa:

$$\begin{aligned} x_1 &= x+\xi_n t^n+\xi_{n+1}t^{n+1}+\cdots,\\ y_1 &= y+\eta_n t^n+\eta_{n+1}t^{n+1}+\cdots,\\ z_1 &= z+\zeta_n t^n+\zeta_{n+1}t^{n+1}+\cdots,\end{aligned}$$

so bekommt man für ξ_n, η_n und ζ_n genau dieselben Bedingungen, wie bisher für ξ, η und ζ. Die Rechnungen wiederholen sich genau; nur hat man überall statt der Glieder erster Ordnung die Glieder $n$ter Ordnung gleich Null zu setzen. Für ξ_n, η_n und ζ_n bekommt man dann also:

$$\begin{aligned} \xi_n &= \beta_n z-\gamma_n y+a_n,\\ \eta_n &= \gamma_n x-\alpha_n z+b_n,\\ \zeta_n &= \alpha_n y-\beta_n x+c_n.\end{aligned}$$

§ 5. *Folgerung für (endliche) Verbiegungen.*

1) Die lineare Gestalt der Coefficienten ξ_i, η_i, ζ_i. Aus den bisherigen Untersuchungen folgert man leicht, daß die ξ_i, η_i, ζ_i sämtlich lineare Functionen von x, y und z sind.

Denn wenn man etwa nach der durch die Formeln

$$\begin{aligned} x_1 &= x+(\beta z-\gamma y+a)t+\xi_2 t^2+\cdots\\ y_1 &= y+(\gamma x-\alpha z+b)t+\eta_2 t^2+\cdots\\ z_1 &= z+(\alpha y-\beta x+c)t+\zeta_2 t^2+\cdots\end{aligned}$$

gegebenen Verbiegung eine Bewegung ausführt, welche definiert ist durch die Formeln

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1-(\beta z_1-\gamma y_1+a)t+\cdots\\ y_2 &= y_1-(\gamma x_1-\alpha z_1+b)t+\cdots\\ z_2 &= z_1-(\alpha y_1-\beta x_1+c)t+\cdots,\end{aligned}$$

wo die nicht hingeschriebenen Glieder der Reihenentwicklungen zusammen mit den Anfangsgliedern die zu der infinitesimalen Be-

wegung

$$\xi = -(\beta z - \gamma y + a),$$
$$\eta = -(\gamma x - \alpha z + b),$$
$$\zeta = -(\alpha y - \beta x + c)$$

gehörige endliche Bewegung bedeuten[1]), so ergiebt sich:

$$x_2 = x + t^2 \xi_2' + \cdots$$
$$y_2 = y + t^2 \eta_2' + \cdots$$
$$z_2 = z + t^2 \zeta_2' + \cdots,$$

wo

$$\xi_2' = \xi_2 - (\beta(\alpha y - \beta x + c) - \gamma(\gamma x - \alpha z + b)),$$
$$\eta_2' = \eta_2 - (\gamma(\beta z - \gamma y + a) - \alpha(\alpha y - \beta x + c)),$$
$$\zeta_2' = \zeta_2 - (\alpha(\gamma x - \alpha z + b) - \beta(\beta z - \gamma y + a))$$

ist.

Da nun (§ 4, 3) die ξ_2', η_2', ζ_2' wieder lineare Functionen von x, y und z sind, so müssen auch ξ_2, η_2, ζ_2 lineare Functionen von x, y und z sein.

Durch dasselbe Schlußverfahren erkennt man daß auch ξ_3, η_3, ζ_3 u. s. w. lineare Functionen von x, y und z sind.

2) Ergebnis für die (endliche) Verbiegung. Die Formeln für die (endliche) Verbiegung haben also die Gestalt

$$x_1 = x + \xi_1 t + \xi_2 t^2 + \cdots$$
$$y_1 = y + \eta_1 t + \eta_2 t^2 + \cdots$$
$$z_1 = z + \zeta_1 t + \zeta_2 t^2 + \cdots$$

wo die ξ_i, η_i, ζ_i sämtlich lineare Functionen von x, y und z sind. Wir können dieselben so schreiben:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_{11} x + a_{12} y + a_{13} z + a_{14}, \\ y_1 &= a_{21} x + a_{22} y + a_{23} z + a_{24}, \\ z_1 &= a_{31} x + a_{32} y + a_{33} z + a_{34}. \end{aligned} \tag{11}$$

Da nun die endliche Verbiegung die Bedingungen erfüllen muß:

$$dx_1^2 + dy_1^2 + dz_1^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2,$$

1) Die Glieder höherer Ordnung sind dann sämtlich lineare Functionen, welche sich nach den Methoden der Lie'schen Gruppentheorie leicht berechnen lassen. (Vgl. z. B. Lie-Scheffers, Continuierliche Gruppen, Leipzig 1893, p. 192).

oder

$$\left[\frac{\partial x_1}{\partial x}dx+\frac{\partial x_1}{\partial y}dy+\frac{\partial x_1}{\partial z}\left(\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy\right)\right]^2$$
$$+\left[\frac{\partial y_1}{\partial x}dx+\frac{\partial y_1}{\partial y}dy+\frac{\partial y_1}{\partial z}\left(\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy\right)\right]^2$$
$$+\left[\frac{\partial z_1}{\partial x}dx+\frac{\partial z_1}{\partial y}dy+\frac{\partial z_1}{\partial z}\left(\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy\right)\right]^2$$
$$=dx^2+dy^2+\left(\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy\right)^2,$$

so gelangt man schließlich zu den Formeln

$$(12)\qquad \begin{aligned} a_{11}^2+a_{21}^2+a_{31}^2 &= 1,\\ a_{12}^2+a_{22}^2+a_{32}^2 &= 1,\\ a_{13}^2+a_{23}^2+a_{33}^2 &= 1,\\ a_{11}a_{12}+a_{21}a_{22}+a_{31}a_{32} &= 0,\\ a_{12}a_{13}+a_{22}a_{23}+a_{32}a_{33} &= 0,\\ a_{11}a_{13}+a_{21}a_{23}+a_{31}a_{33} &= 0. \end{aligned}$$

Aus diesen Formeln aber folgt, daß die Gleichungen (11) notwendig eine Bewegung definieren.

Hiermit ist bewiesen, daß jede Verbiegung, welche die in § 1, 1 ausgesprochene Bedingung erfüllt, eine Bewegung sein muß.

Leipzig, den 26. Februar 1901.

Ueber elektrolytische Erscheinungen an der Grenzfläche zweier Lösungsmittel.

(Mit 1 Figur.)

Von

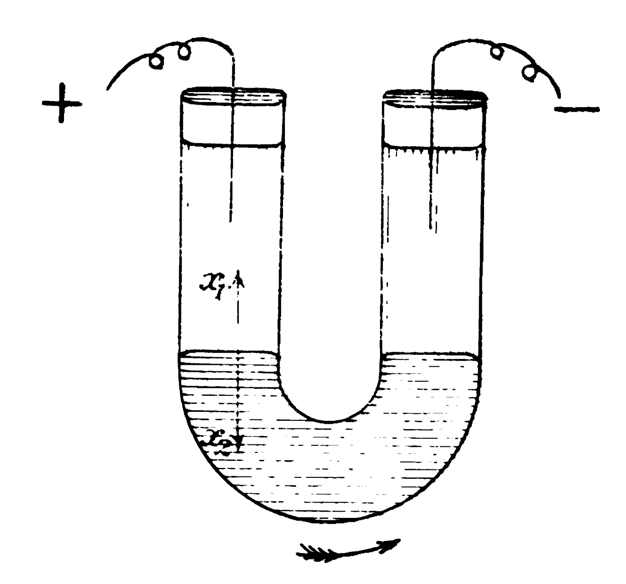
W. Nernst und E. H. Riesenfeld.

Vorgelegt in der Sitzung am 9. März 1901.

(Aus dem Institut f. physikal. Chemie a. d. Univ. Göttingen.)

Wenn ein Strom ein *U*-Rohr passiert, das in seinem unteren Ende ein Lösungsmittel (z. B. Phenol) enthalten möge, das beiderseitig mit einem zweiten Lösungsmittel (z. B. Wasser) überschichtet ist, so werden infolge der Wanderung der in beiden Lösungsmitteln gelösten Stoffe elektrolytische Erscheinungen auftreten müssen, die im Nachfolgenden behandelt werden sollen.

Abgesehen von den Konzentrationsänderungen in der Nähe der Elektroden, werden, wie von vornherein klar ist, diese Erscheinungen lediglich an der Grenzfläche der beiden Lösungsmittel auftreten können. Im Innern derselben kann durch die Jonenwanderung keine Aenderung erfolgen, weil in jedem Moment ebensoviel Jonen in ein Querschnittselement hineinwandern, wie aus demselben austreten. Und zwar beträgt diese Menge für das eine Lösungsmittel (z. B. Wasser) n_1 Kationen und $1-n_1$ Anionen, wenn wir während einer gewissen Zeit $1\,F = 96540$ Coulombs durch das *U*-Rohr uns geschickt denken und unter n_1 die Ueberführungszahl verstehen. Für das andere Lösungsmittel seien n_2 und $1-n_2$ die entsprechenden Größen. Wenn wir den Strom durch das *U*-Rohr (vgl. Figur) uns von links nach rechts fließend denken, so werden zur linken Grenzfläche n_1-n_2 Kationen hinzugeführt und gleichzeitig $(1-n_1)-(1-n_2)$ Anionen hinweggeführt werden; mit andern Worten, es gelangen an der Trennungsfläche n_1-n_2 Gramm-Aequivalente des Elektrolyten zur Abscheidung. An der rechten



Trennungsfläche haben wir die gleichen Vorgänge, jedoch mit entgegengesetztem Vorzeichen, sodaß sich also das einfache Endresultat ergiebt, daß pro F $n_1 - n_2$ Gramm-Aequivalente des Elektrolyten von der rechten zur linken Trennungsfläche, d. h. dem Strome entgegen, transportiert werden.

Während also an der Unstetigkeitsfläche, die durch die Berührung metallischer Elektroden und Elektrolyt gebildet wird, neben dem durch die Jonenwanderung bedingten Transport des Elektrolyten eine Abscheidung der Jonen (nach Faraday's Gesetz) stattfindet, ist an der durch die Berührung zweier Lösungsmittel gebildeten Trennungsfläche lediglich ein Transport des Elektrolyten, keine Jonenabscheidung, zu erwarten. Dabei ist es gleichgültig, ob die beiden Lösungsmittel eine völlige oder nur beschränkte gegenseitige Löslichkeit zeigen.

Bei der weiteren Behandlung dieses Phänomens ist zu beachten, daß die an solchen Trennungsflächen entstandenen Mengen des Elektrolyten nach beiden Seiten hin in die Lösungsmittel hineindiffundieren werden. Wir wollen uns im Folgenden der Einfachheit wegen die Trennungsflächen als annähernd mathematisch scharf vorstellen, wie es ja auch bei beschränkt sich gegenseitig lösenden Flüssigkeiten in der That der Fall ist.

Bezeichnen wir die Stromintensität mit i, den Querschnitt des Diffusionsgefäßes mit q, die Diffusionskoefficienten des Elektrolyten in den beiden Lösungsmitteln mit D_1 und D_2, seine Konzentration entsprechend mit c_1 und c_2, und stellen x_1 und x_2 die Entfernungen

von der Trennungsfläche in beiden Lösungsmitteln dar, so finden wir nach dem oben Gesagten

$$i(n_1 - n_2)F = -q\left[D_1\left(\frac{\partial c_1}{\partial x_1}\right)_{x_1=0} + D_2\left(\frac{\partial c_2}{\partial x_2}\right)_{x_2=0}\right] = q[(m_1)_{x_1=0} + (m_2)_{x_2=0}], \quad (1)$$

wobei

$$m_1 = -D_1\frac{\partial c_1}{\partial x_1}, \quad m_2 = -D_2\frac{\partial c_2}{\partial x_2} \quad (2)$$

die durch den Querschnitt 1 in der Zeiteinheit hindurchdiffundierenden Mengen sind.

Als Grenzbedingungen kommen hinzu:

$$\frac{\partial c_1}{\partial x_1} = 0 \text{ für } x_1 = \infty, \quad \frac{\partial c_2}{\partial x_2} = 0 \text{ für } x_2 = \infty, \quad (3)$$

weil während der kurzen Zeit der Versuchsdauer der Diffusionsvorgang in größerer Entfernung von der Trennungsfläche unmerklich wird.

An der Trennungsfläche selbst stellt sich in jedem Augenblicke das Verteilungsgleichgewicht zwischen den beiden Konzentrationen c_1 und c_2 her. Bezeichnen wir diese Konzentrationen an der Grenze $x_1 = 0$ und $x_2 = 0$ mit $\bar{c}_1$ und $\bar{c}_2$, so haben wir

$$\frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_2} = k, \quad (4)$$

wenn k den Teilungskoefficienten bedeutet. Ist k von der Konzentration unabhängig, so liegt von vornherein die Vermutung nahe, daß die nach beiden Seiten hindiffundierenden Mengen ebenfalls in einem konstanten Verhältnis stehen werden. Beschränken wir uns auf den Fall, daß der Strom i während des Versuches konstant erhalten wird, so würde nach (1) die Summe jener Mengen ebenfalls konstant sein. Dann müßten die fortdiffundierenden Mengen auch einzeln konstant sein, d. h. wir hätten

$$(m_1)_{x_1=0} = \bar{m}_1, \quad (m_2)_{x_2=0} = \bar{m}_2, \quad (5)$$

worin $\bar{m}_1$ und $\bar{m}_2$ keine Zeitfunktionen sein würden, da Summe und Verhältnis konstant bleiben.

Die mathematische Behandlung des obigen Problems wird unter der angegebenen Voraussetzung, die sich in der That nachträglich als völlig statthaft herausstellen wird, relativ einfach, worauf uns Herr Privatdozent Dr. Zermelo freundlichst aufmerksam machte; hierfür, wie für seine bereitwillige Unterstützung in der

weiteren mathematischen Behandlung des Problems sind wir ihm zu großem Danke verpflichtet.

Für den Diffusionsverlauf in einem Lösungsmittel haben wir nunmehr folgende Gleichungen. Die bekannte Theorie der Diffusion (Gesetz von Fick[1])) liefert

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 c_1}{\partial x_1^2} \tag{6}$$

oder nach x_1 differenziert

$$\frac{\partial^2 c_1}{\partial x_1 \partial t} = D_1 \frac{\partial^3 c_1}{\partial x_1^3}.$$

Setzen wir nach (2)

$$-D_1 \frac{\partial c_1}{\partial x_1} = m_1\,,$$

so wird

$$\frac{\partial m_1}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 m_1}{\partial x_1^2} \tag{7}$$

mit den oben erläuterten Grenzbedingungen

$$\text{für } x_1 = 0 \text{ wird } m_1 = \overline{m}_1 = \text{konst } (5),$$
$$\text{für } x_1 = \infty \text{ wird } m_1 = 0 \qquad (3).$$

Das gesuchte Integral lautet nun

$$m_1 = \frac{\overline{m}_1}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi_1}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \overline{m}_1 J(\xi_1). \tag{8}$$

Durch Differentiation überzeugt man sich leicht, daß dasselbe der partiellen Differentialgleichung (7) genügt[2]); $J(\xi_1)$ bedeutet das sogenannte Wahrscheinlichkeitsintegral, wobei

$$\xi_1 = \frac{x_1}{2\sqrt{D_1 t}} \quad \text{ist.} \tag{9}$$

Wenn die Konzentration bei Beginn des Stromdurchganges, also für $t = 0$, c_1^0 war, und daher für $x_1 = \infty$ seinen Wert c_1^0 beibehalten hat, so wird

$$c_1 - c_1^0 = \frac{1}{D_1} \int_{x_1}^{\infty} m_1 dx_1\,, \tag{10}$$

---

1) Pogg. Ann. 94. 59. (1855).

2) Vergleiche z. B. Kirchhoff, Theorie der Wärme S. 22. (1894).

wie sich sofort durch Integration von (2) ergiebt. Unter Berücksichtigung von (8) und (9) folgt

$$c_1 - c_1^0 = \frac{\overline{m}_1}{D_1}\int_{x_1}^{\infty} J(\xi_1)dx_1 = 2\overline{m}_1\sqrt{\frac{t}{D_1}}\int_{\xi_1}^{\infty} J(\xi_1)\,d\xi_1$$

oder, wenn wir

$$\int_{\xi_1}^{\infty} J(\xi_1)\,d\xi_1 = F(\xi_1)$$

setzen, so ergiebt sich

$$c_1 - c_1^0 = 2\overline{m}_1\sqrt{\frac{t}{D_1}}\,F\left(\frac{x_1}{2\sqrt{D_1 t}}\right). \tag{11}$$

Nun ist

$$F(\xi_1) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}e^{-\xi_1^2} - \xi\,J(\xi_1); \tag{12}$$

denn durch Differentiation erhält man in der That

$$F'(\xi_1) = -J(\xi_1);$$

und außerdem ist $F(\infty) = 0$.

Unsere Gleichung (11) giebt also den gesammten Konzentrationsverlauf im Lösungsmittel 1.

Von besonderem Interesse ist jedoch die Konzentration $\overline{c}_1$ an der Trennungsfläche. Aus (9) folgt, daß für $x_1 = 0$ auch $\xi_1 = 0$ wird, und nach (12) ist

$$F(0) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}.$$

Somit folgt für $x_1 = 0$ aus (11)

$$\overline{c}_1 - c_1^0 = \overline{m}_1\sqrt{\frac{t}{\pi D_1}}. \tag{13a}$$

Für das zweite Lösungsmittel folgt analog

$$\overline{c}_2 - c_2^0 = \overline{m}_2\sqrt{\frac{t}{\pi D_2}}. \tag{13b}$$

Der Verteilungssatz giebt uns nach (4) die Beziehung

$$\frac{\overline{c}_1}{\overline{c}_2} = \frac{c_1^0}{c_2^0} = k.$$

Also ist auch

$$\frac{\overline{c}_1 - c_1^0}{\overline{c}_2 - c_2^0} = k.$$

Dividiert man (13ª) und (13ᵇ), so folgt schließlich

$$\frac{\overline{m}_1}{\overline{m}_2} = k\sqrt{\frac{D_1}{D_2}}; \tag{14}$$

d. h. der Elektrolyt diffundiert in die beiden Lösungsmittel nach Maßgabe des Teilungsverhältnisses und des Verhältnisses der Quadratwurzeln aus den Diffusionskoefficienten.

Aus Gleichung (14) sieht man ferner, daß das Verhältnis der nach beiden Seiten hin in die Lösungsmittel hineindiffundierenden Mengen konstant ist. So bestätigt sich nun in der That die auf Seite 3 gemachte Annahme und damit die Voraussetzung unserer Rechnung, daß $\overline{m}_1$ und $\overline{m}_2$ bei gleichbleibender Stromstärke sich nicht ändern.

Ueber die Versuche, die zur Prüfung der obigen Theorie angestellt wurden, soll ausführlich an anderer Stelle berichtet werden; hier sei nur Folgendes mitgetheilt. Daß in der That je nach der Stromrichtung ein Ansteigen oder Sinken der Konzentration in unmittelbarer Nähe der beiden Grenzflächen stattfindet, läßt sich am einfachsten bei Benutzung eines gefärbten Elektrolyten beobachten. Sehr deutlich zeigt sich das Phänomen bei Anwendung von Phenol und Wasser als Lösungsmittel in dem oben gezeichneten Apparat, wobei als Elektrolyt z. B. Kaliumbichromat oder *o*-Nitrophenol dienten.

Bei der quantitativen Untersuchung des Phänomens tritt eine außerordentliche Vereinfachung in dem Falle ein, das $k\sqrt{\frac{D_1}{D_2}}$ groß gegen eins, $\overline{m}_2$ entsprechend gegen $\overline{m}_1$ verschwindend klein ist. Dieser Fall ist gut erfüllt bei Benutzung von Jodkalium als Elektrolyt. Dieses löst sich einerseits bei der Verteilung großenteils im Wasser und geht nur zu einem kleinen Bruchteile in das Phenol; daß anderseits $D_1 > D_2$ ist, kann man mit einiger Wahrscheinlichkeit aus der mehrfach gemachten Beobachtung schließen, daß die Wanderungsgeschwindigkeit der Jonen in Wasser meistens relativ groß im Vergleich zu anderen Lösungsmitteln ist.

Unter solchen Umständen wird das Jodkalium so gut wie quantitativ in das Wasser übergehn. Es läßt sich daher hierauf eine Methode begründen, die Ueberführungszahl des KJ im Phenol zu bestimmen. Leitet man in oben angegebener Weise eine Elektricitätsmenge von 96450 Coulombs durch ein *U*-Rohr, so wird, wie berechnet, von der Trennungsfläche ausgehend eine Konzen-

trationszunahme von $n_2 - n_1$ Gramm-Aequivalenten in der die Kathode umspülenden wässrigen Lösung hervorgebracht. An der Kathode selbst findet eine Konzentrationsabnahmen von $1 - n_1$ Gramm-Aequivalenten statt. Trennt man daher nach Stromdurchgang die wässrige Kathodenlösung vom Phenol und gleicht die entstandenen Konzentrationsunterschiede durch Schütteln aus, so wird die nunmehr resultierende Konzentrationsabnahme der Kathodenlösung $1 - n_2$ Gramm-Aequivalente betragen. Wir können also auf diese Weise durch Konzentrationsbestimmung im Wasser direkt die Ueberführungszahl des Anions des Jodkaliums im Phenol ermitteln.

Die Versuche wurden in der Weise angestellt, daß in einem *U*-Rohr Phenol und Wasser, zwischen dem *KJ* sich im Verteilungsgleichgewicht befand, übereinandergeschichtet wurden. Zwei Platindrähte, die durch die Oeffnungen des *U*-Rohres in die Wasserschicht hineinragten, bildeten die Elektroden. Man elektrolysierte mit einer Spannung von 220 Volt; die Stromstärke schwankte während der in der Regel 2 Stunden dauernden Elektrolyse nur wenig; sie betrug 0,01—0,02 Amper. Nach Beendigung der Elektrolyse wurde die wässrige Kathodenlösung möglichst quantitativ abgegossen, und durch Titration die durch den Stromdurchgang hervorgerufene Konzentrationsabnahme bestimmt. Die hindurchgeschickte Strommenge wurde durch ein gleichzeitig in den Stromkreis eingeschaltetes Silbervoltameter gemessen.

Um eine exakte Prüfung unserer Theorie zu erhalten, wurden die Versuchsbedingungen möglichst variiert. Es mußten, falls unsere Ueberlegungen richtig waren, die Ueberführungszahl unabhängig sein:

1) von der Länge der Phenolschicht, die die beiden wässrigen Schichten trennt;

2) von der Konzentration des Elektrolyten und

3) von der Zeitdauer der Elektrolyse und der Stromstärke.

Im Folgenden seien einige der unter diesen Bedingungen erhaltenen Zahlen angeführt.

1) Abhängigkeit von der Schichtlänge.

Länge d. Phenolschicht in cm.	Ueberführungszahl.
3	0,208
7	0,193
11	0,182

2) Abhängigkeit von der Konzentration.

Konz. des KJ im H_2O gr.-Aequ/Liter.	Ueberführungszahl.
0,029	0,181
0,063	0,198
0,13	0,185

3) Abhängigkeit von der Zeitdauer der Elektrolyse und der Stromstärke.

Dieselbe Ag-Menge im Voltameter abgeschieden in Stunden.	Ueberführungszahl.
2	0,170
3	0,193
4	0,180

Im Hinblick auf die beschränkte Genauigkeit der Untersuchungsmethode, die in erster Linie dadurch bedingt wird, daß es sich um die Bestimmung relativ kleiner Konzentrationsänderungen handelte, dürfen dieselben wohl als genügende Bestätigung unserer Theorie angesehen werden.

Als wahrscheinlichster Wert der Ueberführungszahl des Jodkaliums im Phenol scheint daher der Wert $1-0{,}19 = 0{,}81$ hinlänglich sichergestellt; derselbe ist übrigens auch unabhängig von der Gültigkeit der Gleichung (4).

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die hier besprochenen Erscheinungen mit dem Peltiereffekt in einer gewissen Analogie stehen; die Gleichungen werden für beide Phänomene nämlich identisch, wenn man Diffusion mit Wärmeleitung, Konzentration mit Temperatur in Parallele setzt. Ein Unterschied besteht nur insofern, als im zweiten Falle der Verteilungskoefficient k immer gleich eins ist, weil die Temperatur an der Berührungfläche notwendig in beiden Metallen den gleichen Wert besitzt.

Ueber eine Analogie zwischen dem elektrischen Verhalten *Nernst*'scher Glühkörper und demjenigen leitender Gase.

Von

W. Kaufmann.

1. In einer früheren Mitteilung (diese Ber. 1899 H. 3. Ann. d. Phys. 2, 158; 1900) habe ich gezeigt, daß man das elektrodynamische Verhalten leitender Gase aus einer empirisch bestimmbaren Kurve $E = f(J)$, der sogenannten „Charakteristik" ableiten könne. (Hierbei bedeutet E die Spannung an den Enden der Gasstrecke, J die Stromstärke.)

Unter anderem wurde dort nachgewiesen, daß für die Stabilität des Gleichgewichtszustandes die Bedingung maßgebend ist:

$$1) \qquad W > -\frac{\partial E}{\partial J},$$

wenn man unter W den außer dem leitenden Gase noch vorhandenen Widerstand des Stromkreises versteht.

Da die Resultate der genannten Mitteilung rein elektrodynamisch, d. h. ohne Bezugnahme auf den unbekannten inneren Mechanismus des Entladungsvorganges erhalten sind, so müssen dieselben sich ohne weiteres auf jeden beliebigen Leiter anwenden lassen. Es muß also ein fester Leiter, der eine ähnliche Charakteristik besitzt, wie ein Gas, auch ganz entsprechende Eigentümlichkeiten zeigen; wie z. B.: Entladungspotentiale, Minimalspannungen resp. -Ströme, intermittirende Entladungen u. s. w.

Leiter dieser Art sind nun eine Reihe von Metalloxyden u. dgl., von denen Einer wegen seiner technischen Verwendung als Glühkörper der Nernstlampe neuerdings besonderes Interesse erlangt hat. Dass derartige Leiter eine gewisse Aehnlichkeit in

ihrem Verhalten mit dem des Lichtbogens zeigen, ist bereits vor zwei Jahren von den Hrn. W. B. Burnie und Ch. A. Lee (Electrician **43**, 75—79; 1899) gezeigt worden; doch beschränken sich die Verff. in ihren Analogiebetrachtungen auf den negativen Wert von $\partial E / \partial J$ in beiden Fällen und auf den Nachweis, daß Wechselströmen gegenüber die Oxyde sich wie gewöhnliche Leiter verhalten, jedoch mit einem von dem Mittelwert des Stromes abhängigen Widerstand. Ich möchte nun im Folgenden zeigen, daß trotz des gänzlich verschiedenen inneren Mechanismus der Leitung[1]) in einem leitenden Gase und im Nernstkörper dennoch die elektrodynamischen Erscheinungen genau dieselben sind.

2. Apparate: (s. Fig. 1).

Der zu untersuchende Glühkörper[2]) von etwa 1 cm Länge und 0,5 mm Durchmesser wurde mit seinen Platinzuführungen in den aufgeschlitzten etwas konisch gefeilten Enden AA zweier dicken Kupferdrähte BB mittels übergeschobener Ringe festgeklemmt; die Kupferdrähte waren in einem Hartgummistück C befestigt, durch das zwischen beiden Drähten ein bis 500° reichendes Thermometer D hindurchgesteckt war. Diese Vorrichtung wurde in einen elektrisch geheizten Ofen E hineingesteckt, dessen Temperatur sich mit Leichtigkeit innerhalb eines Grades konstant halten ließ.

Zur Strommessung diente ein Wiedemann'sches Galvanometer, dessen Empfindlichkeit so regulirt wurde, daß 1 Sk. T. Anschlag einem Strome von $2 \cdot 10^{-8}$ Ampere entsprach. Da es bei den Messungen nur auf Relativwerte ankommt, so sind im Folgenden die Ströme stets in Skalenteilen angegeben. Die Spannung an den Enden des Stiftes wurde durch ein mit einer Hochspannungsbatterie von 1008 Zellen empirisch geaichtes Quadrantelektrometer bestimmt. Dieselbe Batterie wurde auch als Stromquelle benutzt. Da es auch hier nur auf Relativzahlen ankommt, so wurde die Spannung jeder Zelle bei der Aichung als 2 Volt angenommen. Eine Anzahl Hittorf'scher Jodcadmiumwiderstände diente zur Regulirung des Stromes.

Ein Teil der Batterie (168 Zellen) war unmittelbar neben dem Beobachter aufgestellt, so daß mittels einer beweglichen Klemme die Spannung in Intervallen von zwei Volt variirt werden konnte.

---

1) Siehe Abschnitt 5.

2) Die benutzten Stifte wurden mir von Herrn Prof. W. Nernst freundlichst zur Verfügung gestellt. Ich sage demselben auch an dieser Stelle dafür meinen verbindlichsten Dank.

Die Construction des Ofens, der einem ähnlichen von Prof. Nernst[1]) benutzten nachgebildet war, ist aus der Fig. 1 zu ersehen. Besondere Sorgfalt wurde stets darauf verwandt, daß die den Ofen oben zudeckenden Asbeststücke die Drähte AA nicht berührten, da sonst bei höheren Temperaturen ein nicht unbeträchtlicher Teil des Stromes seinen Weg durch den Asbest nimmt.

3. Beobachtungen:

Die Charakteristik wurde beobachtet für drei verschiedene Ofentemperaturen:

$$\text{I)}\quad T_0 = 670.5^0 = 397.5^0 + 273^0$$
$$\text{II)}\quad T_0 = 639.5^0 = 366.5^0 + 273^0$$
$$\text{III)}\quad T_0 = 621.5^0 = 348.5^0 + 273^0$$

wobei die Temperaturschwankungen etwa $\pm 0{,}5^0$ betrugen.

Die Tabellen I) bis III) und die Kurven I) bis III) (Fig. 2) stellen die erhaltenen Resultate dar. [Ueber die „berechneten" Punkte s. w. u.].

Die erste Spalte enthält die Batteriespannung E_0, die zweite E, die dritte J. Die vierte und fünfte Spalte mit E/J resp. $E \cdot J$ soll später besprochen werden.

Tabelle I.

$T_0 = 670.5^0$

E_0	E	J	E/J	$E.J.10^{-2}$
1698	790	78.5	10.05	621
1698	840	45.4	18.5	382
1362	762	22.7	33.5	173
1023	826	32.3	25.6	267
1023	828	56.3	14.7	467
1023	815	60.5	13.5	493
1023	837	51.5	16.2	431
1023	804	71.5	11.2	575
1023	818	62.7	13.0	513
1023	824	59.3	13.9	489
1023	827	57	14.5	472
1023	832	55.2	15.1	459
1023	834	53	15.7	442
1023	833	52	16.0	433
1023	835	50	16.7	417

1) Diese Ber. 1900 H. 3.

Tabelle I, Fortsetzung.

E_0	E	J	E/J	$E.J.10^{-2}$
1023	836	47.5	17.6	397
1023	840	45	18.7	378
1023	842	43.5	19.3	366
1023	836	42.5	19.7	355
1023	832	41.7	19.9	346
1023	829	38	21.8	315
681	565	11.5	49.1	65
342	290	4.7	61.7	13.6
1698	587	203	2.9	1190
1698	727	108.5	6.7	790
1698	703	124.5	5.65	875
1698	642	162.5	3.95	1045

Es ist

$$W = \frac{E_0 - E}{J}, \tag{2}$$

so daß die Stabilitätsbedingung (Gl. 1) auch geschrieben werden kann:

$$\frac{E_0 - E}{J} > -\frac{\partial E}{\partial J}. \tag{3}$$

Zieht man also in der graphischen Darstellung eine Gerade vom Punkte E_0 der Ordinatenaxe nach einem Kurvenpunkte, so ist der Zustand stabil, wenn die Gerade einen größeren Winkel mit der Abscissenaxe einschließt, als die Kurve in dem betreffenden Punkte. Dies ist für alle oben mitgeteilten Punkte der Fall.

Macht man nun bei derselben Temperatur eine Beobachtungsreihe unter Ausschaltung allen Widerstandes, so ist demnach der Zustand nur stabil, so lange $\partial E/\partial J > 0$, d. h. so lange man sich auf dem aufsteigenden Ast der Kurve befindet.

Der Versuch bestätigt diese Folgerung: Es wurde zuerst ein Potential E_0 angelegt, das etwas kleiner war als der beobachtete Maximalwert von $E = 840 = E'$. Den zugehörigen Stromwert erhält man aus der Charakteristik als Schnittpunkt derselben mit einer vom Punkte E_0 der Ordinatenaxe aus gezogenen horizontalen Geraden. Ging man nun mit der Spannung schrittweise in die Höhe, so ergab sich schließlich ein Wert der Spannung $E' = 842$, bei dem der Strom keinen bestimmten Wert mehr annahm, sondern erst langsam, dann immer schneller anwuchs. Durch schleuniges Unterbrechen konnte ein Durchbrennen des Stiftes verhütet werden. Die Uebereinstimmung zwischen dem beobachteten und

dem berechneten Werte von E', 842 resp. 840, kann angesichts der unvermeidlichen kleinen Temperaturschwankungen als vollkommen bezeichnet werden.

Wir haben in dieser Erscheinung offenbar ein vollständiges Analogon zum Eintritt der Funkenentladung in einem Gase. Auch hier ist der Strom sehr klein, so lange $E_0 < E'$, um sogleich zu ungeheuren Werten anzusteigen, so bald $E_0 \geqq E'$. [Die gewöhnliche Darstellungsweise, daß in einem Gase der Strom für $E_0 < E'$ gleich Null sei, ist nach den neueren Untersuchungen der Hrn. J. Elster und H. Geitel[1]), sowie H. Kreusler[2]) nicht korrekt.] Auch eine wesentliche Begleiterscheinung der Funkenentladung, nämlich die „Verzögerung" findet hier ihr Analogon: Legt man nämlich eine Spannung an, die beträchtlich größer als E', so steigt trotzdem der Strom anfangs sehr langsam an, so daß es einer Zeit von 10—20″ bedarf, ehe der Strom einen Wert von etwa 50 Sk. T. erreicht. Ich habe gezeigt[3]), daß die Verzögerung ihre Ursache in der „Umwandlungsarbeit" habe. In dem hier betrachteten Falle ist die Umwandlungsarbeit einfach die zur Erwärmung des Stiftes auf eine höhere Temperatur, als die des Ofens, verwandte Energie [s. w. u.].

Tabelle II.

$T_0 = 639.5$

E_0	E	J	E/J	$E.J.10^{-2}$
1698	1248	39.7	31.5	496
1698	1150	55.0	20.9	632
1362	1197	14.5	82.5	174
1362	1282	22.5	57.0	298
1362	1285	22.2	58.0	296
1362	1290	24.0	53.8	309
1362	1292	24.5 geht an	52.8	317
1362	692	211.5	3.27	1462
1362	734	179.0	4.1	1315
1362	787	158.0	4.97	1242
1362	813	146.3	5.55	1190
1362	840	135.7	6.18	1140
1362	902	114.7	7.9	1035
1362	926	106.5 erlischt	8.7	985

1) Phys. Z. S. 1, 11; 1899.
2) Verh. phys. Ges. Berlin 17, 86; 1898.
3) l. c.

Bei dieser Kurve sind zwei Stellen labilen Gleichgewichts vorhanden, erstens für $J > 24.5$, zweitens für $J < 106.3$. Wie aus der graphischen Darstellung leicht ersichtlich, ist für diese Punkte

$$\frac{E_0 - E}{W} = -\frac{\partial E}{\partial J}$$

d. h. die Charakteristik wird von einer vom Punkte E_0 der Ordinatenaxe nach dem beobachteten Punkt gezogenen Geraden tangirt [1]. Der Vorgang ist also ganz analog dem Umschlagen einer Entladungsform in eine andere von höherer Stomstärke und niederer Spannung, resp. dem Erlöschen bei einem bestimmten Minimalstrom. Auch das Bestehenbleiben der höheren Stromstärke, wenn nach dem Umschlagen der Widerstand wieder vermehrt wird, findet hier genau wie bei einer Gasentladung statt.

In der folgenden Tabelle (resp. Kurve) III, sind die Verhältnisse ganz ähnlich, so daß dieselbe eines weiteren Commentars nicht bedarf.

Tabelle III.

$T_0 = 621.5$

E_0	E	J	E/J	$E.J.10^{-2}$
1870	1692	15.5	109	262
1870	1710	17.5	97.7	299
1870	1712	19.0 geht an	90.2	325
1870	1028	115.0	8.94	1188
1870	1197	81.0	14.8	970
1870	1170	67.0	19.0	851
1870	1388	52.5	26.5	729
	?	< 50 erlischt		

Verzögerungsversuche: Bei der Temperatur der letzten Tabelle wurden auch eine Reihe von Verzögerungsversuchen gemacht. Es bedeutet ΔE die Differenz zwischen der ohne Vorschaltwiderstand angelegten Spannung E_0 und dem Entladungspotential $E' = 1712$; τ die Zeit, während der der Strom von 15 auf 25 Sk. T. anwächst:

Tabelle IV.

$\Delta E =$	24	48	96	142
$\tau =$	30.5	24	14.2	11.4

Die Verzögerung nimmt also ab mit wachsender Ueberspannung.

---

1) Eine scharfe Bestimmung des Labilitätspunktes ist wegen der großen Verzögerung und der unvermeidlichen Temperaturschwankungen nicht möglich.

4. Intermittirende Entladungen:

Nachdem sich in den bisher mitgeteilten Beobachtungen ein völliger Parallelismus mit dem Verhalten leitender Gase gezeigt hatte, schien es mir nicht mehr zweifelhaft, daß auch diejenige Entladungsform, die als ganz besondere Eigentümlichkeit leitender Gase betrachtet zu werden pflegt, nämlich die intermittirende Entladung sich mittels eines Nernstschen Glühkörpers verwirklichen lassen müsse. Die Bedingung für das Zustandekommen intermittirender Entladungen habe ich l. c. folgendermaßen formulirt:

Ist l die Selbstinduktion des Leiters, C die Kapazität eines parallel zur Entladungsstrecke geschalteten Condensators[1]), so können Intermittenzen eintreten, wenn

$$\frac{l}{CW} + \frac{\partial E}{\partial J} < 0. \tag{4}$$

Unter l ist hierbei nicht die aus der Gestalt des Leiters zu berechnende „wirkliche“, sondern die l. c. definirte „scheinbare“ Selbstinduktion zu verstehen. Ist dieselbe sehr groß, wie in dem hier zu betrachtenden Falle aus den großen Werten der Verzögerung folgt, so gehören natürlich sehr große Werte von C resp. W dazu, um Gl. 4) zu erfüllen. Einige Vorversuche zeigten mir sehr bald, daß, um zum Ziele zu gelangen ein Widerstand von mehreren Millionen Ohm und eine Capazität von mindestens 1 Mikrofarad nötig war. Will man nun trotz des großen W sich auf dem absteigenden Ast der Charakteristik befinden, so ist wiederum eine viel höhere Spannung nötig, als die Batterie sie liefert. Durch die Liebenswürdigkeit des Herrn Prof. des Coudres, dem ich dafür zu großem Dank verpflichtet bin, wurde mir ein Apparat zur Verfügung gestellt, der constante Spannungen bis zu 20000 Volt und eine Capazität von etwa 1,2 Mikrofarad liefert. Da der zu ganz anderen Zwecken konstruirte Apparat bisher nirgends beschrieben ist, so möge seine Construction hier schematisch beschrieben werden: (s. Fig. 3).

Der Apparat besteht aus einem großen Induktorium A, das von einer Wechselstrommaschine M mit 2 Perioden pro Umdrehung gespeist wird; ein auf der Axe der Maschine befindlicher Metallstab B verbindet im Moment des positiven Spannungsmaximums den einen Pol des Induktoriums mit einem großen Condensator

1) Bei Gasentladungen event. die Capazität der Elektroden.

C_1[1]) von etwa 0,6 Mf. Sind die diesem Condensator entnommenen Ströme nur schwach, so kann man die Spannung desselben als seitlich konstant ansehn. Beträgt z. B. der entnommene Strom 1 Milliampere bei 10000 Volt mittlerer Spannung, so beträgt die Spannungsabnahme während einer Periode der Maschine, d. i. während 1/50″

$$\delta E = \frac{10^{-3}}{0{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 50} = 33.3 \text{ Volt}$$

d. i. $^1/_3$ % der mittleren Spannung.

Die bei den folgenden Versuchen entnommenen Ströme waren weit unter $^1/_{10}$ M.A.

Von dem Condensator C_1, der lediglich als Stromquelle hoher Spannung diente, ging der Strom durch einen Widerstand W von etwa 5.10^6 Ohm Widerstand und dann durch den Nernstkörper J. Parallel zu letzterem war ein Condensator C_2 von etwa 1.2 Mf., ganz gleicher Construktion wie C_1, geschaltet, jedoch unter Zwischenschaltung eines Ausschalters D. Zur Spannungsmessung dienten zwei Braun'sche Elektrometer G und F. Von der Einschaltung eines Strommessinstrumentes sah ich ab, nachdem bei Vorversuchen eine zu starke Entladung von C_2 nicht nur der Stift, sondern auch ein Milliamperemeter zerstört hatte.

Nach vielen vergeblichen Versuchen gelang es innerhalb eines Temperaturintervalls von etwa 308 bis 318° (Celsius) [also 581° bis 591° absolut] intermittirende Entladungen zu erhalten. Es wurden dabei die Bewegungen des Elektrometers G beobachtet. Die Spannung an C_1 betrug 4500 bis 5000 Volt; nachdem der den Stift anfänglich kurzschließende Bügel H entfernt war, stieg G langsam bis zu einem gewissen Werte E' [dem Entladungs- oder Maximalpotential des Stiftes, um dann plötzlich bis auf einen sehr viel kleineren Wert herab zu sinken, worauf sofort wieder ein neuer Anstieg begann u. s. f.

Die Dauer des ganzen Vorgangs war wegen der großen Verzögerung nicht sehr konstant und schwankte zwischen 20 bis 50 Sekunden. Wurde C_2 ausgeschaltet so ging ein konstanter Strom durch den Stift und die Spannung an G blieb konstant auf einem zwischen den beiden oben erwähnten Grenzen liegenden Werte. Im Folgenden teile ich einige Zahlen mit:

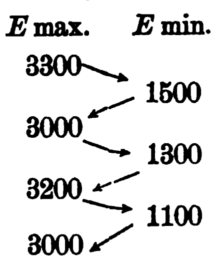
---

1) Der Condensator bestand aus 35 lackirten und mit Stanniol belegten Glasplatten von 2.5 mm Dicke und 60 × 60 cm Belegungsfläche.

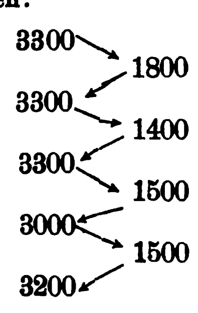
Tabelle V.

a) $T_0 = 585^0$.
Wenn C_2 ausgeschaltet $E = 1700$
" C_2 eingeschaltet E periodisch zwischen:

E max. *E* min.



b) $T_0 = 587^0$—591^0.
E periodisch zwischen:



Dauer einer Periode ca. 40″.

Bei anderen Temperaturen resp. anderen Werten von E_0 erhält man zwar auch stets zuerst einen langsamen Anstieg; nachdem aber einmal Entladung eingetreten, [bei der der Stift sich momentan bis zur Rotglut erwärmen kann] bleibt der Strom dauernd konstant. Während also die oben beschriebene Entladungsform ein Analogon zur intermittirenden Funkenentladung darstellt, ist die letztere analog einer durch einen Funken eingeleiteten Glimm- oder Bogenentladung.

5. Innerer Mechanismus des Entladungsvorganges:

Die Thatsache, daß in einem Gase der Strom bei Erreichung des „Entladungspotentiales" plötzlich von unmeßbar kleinen zu außerordentlich großen Werten anwächst, ist vielfach zur Grundlage einer besonderen Auffassung über den inneren Mechanismus des Entladungsvorganges gemacht worden. Man nahm an, daß durch ein genügend starkes Potentialgefälle „das Dielektrikum zerrissen werde" und bezeichnete geradezu das Entladungs-

gefälle als „elektrische Festigkeit" des betr. Dielektrikums. Wie mir scheint, ist diese Anschauung auch heute noch vielfach herrschend. Eine große Reihe von Thatsachen sind jedoch mit dieser Anschauung durchaus nicht vereinbar. Hierhin gehört z. B. das Ueberschlagen der Glimmentladung einer Spitze in Funkenentladung bei genügender Steigerung der Stromstärke. Hier ist schon vor dem Eintritt des Funkens eine beträchtliche Leitung vorhanden, das Dielektrikum ist also, im Sinne der alten Anschauung gesprochen, schon vorher zerrissen, und man müßte verschiedene Grade von Zerreißung annehmen. Ferner habe ich gezeigt[1]), daß man durch Vergrößerung des Vorschaltwiderstandes und Verkleinerung der Elektrodenkapazität stetige Entladung unter Verhältnissen erhalten kann, unter denen man für gewöhnlich Funkenentladung erhält.

Eine in jedem Falle passende Definition ist dagegen, wie ich glaube, die folgende:

Unter Funkenpotential versteht man das Maximum von E in der Charakteristik eines leitenden Gases.

Die spezielle Eigentümlichkeit des Verhaltens schwach gekrümmter Elektroden bei hohem Gasdruck besteht darin, daß das Maximum bereits bei äußerst kleinen Werten von J erreicht wird.

Die Unstetigkeit im Entladungsvorgang bei Erreichung des Entladungspotentiales ist somit eine rein äußerliche, aus elektrodynamischen Gesetzen folgende, und hat mit dem inneren Mechanismus der Leitung in Gasen gar nichts zu thun.

Mag man sich also den inneren Entladungsvorgang darstellen, wie man will [etwa durch Erzeugung von Jonen im Gase]; keine der in einer solchen Theorie auftretenden Größen braucht für das Entladungspotential irgend welche Besonderheiten aufzuweisen; man hat vielmehr so vorzugehen, daß man auf Grund der eingeführten Hypothesen die Charakteristik $E = f(J)$ berechnet und den Punkt bestimmt, für den $\partial E / \partial J = 0$ wird.

Vorläufig sind wir allerdings von der Möglichkeit, eine solche Rechnung für ein leitendes Gas durchzuführen, noch weit entfernt. Dagegen ist die Möglichkeit für den Vorgang im Nernstkörper durchaus gegeben, so daß das vorhin gesagte durch Betrachtung des inneren Mechanismus der Leitung im Nernstkörper illustrirt werden kann.

1) l. c.

Die von vornherein naheliegendste Annahme ist die, dass die eigentümliche Charakteristik des Nernstkörpers durch die rapide Abnahme seines Widerstandes mit wachsender Temperatur bedingt sei. Ist T_0 die Temperatur des Ofens, T die Temperatur des Stiftes, so ist im stationären Zustand die durch Leitung resp. Ausstrahlung abgegebene Wärme gleich der in derselben Zeit erzeugten Joule'schen Wärme, d. h. es ist innerhalb eines nicht zu großen Temperaturintervalls

$$EJ = k(T - T_0) \tag{5}$$

wobei k eine Konstante.

Ferner setzen wir gemäß der eben eingeführten Annahme:

$$E/J = f(T) = f\left(\frac{EJ}{k} + T_0\right). \tag{6}$$

Die Richtigkeit dieser Annahme läßt sich folgendermaßen prüfen:

Wir konstruiren aus den beobachteten Kurven I bis III drei neue Kurven mit EJ als Abscisse, E/J als Ordinate (*Fig. 4*, Kurven IV bis VI). Wenn Gl. 6) richtig ist, so müssen diese 3 Kurven durch Parallelverschiebung sich in einander überführen lassen. Ein Blick auf die Figur zeigt, daß dies thatsächlich der Fall.

Sind ferner: $a_{1,2}$, $a_{2,3}$, $a_{1,3}$ die Abstände je zweier Kurven; $T_{0,1}$, $T_{0,2}$, $T_{0,3}$ die zu den einzelnen Kurven gehörigen Werte von T_0, so muß sein:

$$k = \frac{a_{1,2}}{T_{0,1} - T_{0,2}} = \frac{a_{2,3}}{T_{0,2} - T_{0,3}} = \frac{a_{1,3}}{T_{0,1} - T_{0,3}} \tag{7}$$

man erhält durch Ausmessung:

$$k = 1000,\ 960,\ 937 \tag{8}$$

im Mittel: *966*.

Berechnet man nun mit diesem Werte von k eine Kurve nach Gl. 6)[1], so müssen sämtliche 3 beobachteten Kurven in eine einzige zusammenfallen. Ferner muß die so erhaltene Kurve übereinstimmen mit einer durch direkte Beobachtung erhältlichen, indem man für verschiedene Temperaturen des Ofens E/J bei möglichst schwachem Strome mißt, so daß man $T = T_0$ setzen kann.

Fig. (5) stellt die so erhaltene Kurve dar: und zwar ist dort $\lg(E/J)$ als Ordinate, $\lg T$ als Abscisse gewählt; bei dieser Dar-

---

1) d. h. mit $EJ/k + T_0$ als Abscisse.

stellungsweise erhält man nahezu eine gerade Linie[1]; ob die schwache Krümmung reell ist, oder in Fehlern des Thermometers begründet, bleibe hier unerörtert, jedenfalls läßt sich innerhalb des hier vorliegenden Temperaturintervalles mit genügender Genauigkeit setzen:

$$\lg E/J = \lg c - n \lg T \tag{9}$$

oder:

$$\underline{E/J = c \cdot T^{-n}} \tag{10}$$

u. zw. ist $n = 18.2$; $\lg c = 53.180$.

Die Gleichung der Charakteristik wird demnach:

$$\underline{E/J = c \cdot \left(\frac{EJ}{k} + T_0\right)^{-n}} \tag{11}$$

wobei $\lg c = 53.180$, $k = 966$, $n = 18.2$.

Mit Hülfe dieser drei Konstanten habe ich eine Anzahl Punkte für die Kurven I bis III berechnet und in die Kurven eingetragen. Die Uebereinstimmung ist eine ganz befriedigende.

Die Kurve (Fig. 5) stellt nun gewissermaßen den inneren Mechanismus des Leiters dar; sie zeigt keinerlei Singularitäten. Gleichwohl tritt in der für das elektrodynamische Verhalten maßgebenden Charakteristik eine Singularität auf, in Form eines namentlich bei niederen Temperaturen T_0 außerordentlich scharfen Maximums, und dementsprechend Besonderheiten im Entladungsvorgange an diesem Punkte. Ich glaube, daß das, was ich im Beginn dieses Abschnittes über das Entladungspotential in Gasen gesagt habe, hierdurch genügend illustrirt wird.

---

1) Die direkt beobachteten Punkte sind wegen der notwendigen Kleinheit von J mit sehr erheblichen Fehlern behaftet.

Göttingen, März 1901.

Ueber die Gleichungen des elektromagnetischen Feldes für bewegte Körper.

Von

Emil Cohn.

Vorgelegt von E. Riecke in der Sitzung vom 11. Mai 1901.

Ziel und Umfang der folgenden Darlegungen lassen sich am kürzesten aussprechen unter Bezugnahme auf die beiden Aufsätze von Hertz „Ueber die Grundgleichungen der Elektrodynamik für ruhende —" und „— für bewegte Körper": Es soll eine Erweiterung der Gleichungen des ersten Aufsatzes gegeben werden, welche für die Darstellung der im engeren Sinne elektromagnetischen Erscheinungen in bewegten Körpern das gleiche leistet, wie der zweite Aufsatz, welche aber von den beiden Mängeln der Hertz'schen Erweiterung frei ist. Diese Mängel bestehen bekanntlich in folgendem: Die Hertz'schen Gleichungen geben erstens keine Rechenschaft von dem beobachteten Einfluß der Bewegung auf die optischen Erscheinungen; sie liefern ferner unter gewissen Umständen Kräfte, „welche den Aether in Bewegung setzen müßten" — mit anderen Worten: sie führen auf Bewegungen und auf bestimmte diesen Bewegungen entsprechende Energiewerthe an Stellen des Raumes, wo wir ein bewegliches nicht kennen.

Unter den Theorien, welche diese Mängel der Hertz'schen Elektrodynamik zu vermeiden suchen, nimmt die Lorentz'sche die erste Stelle ein: sie ist ausgezeichnet durch consequente Durchführung ihrer einfachen Grundannahmen, und sie hat in ungewöhnlichem Maße befruchtend gewirkt auf die experimentelle wie theoretische Forschung der letzten Jahre. Aber auch in der Lorentz'schen Theorie gehen die Erfahrungsthatsachen der Optik nicht ohne Rest auf: unerklärt bleibt, daß der Unterschied der Zeiten,

$-\mathsf{K}$ innere elektromotorische Intensität, einen in inhomogenen Leitern vorhandenen, constanten Vector,
E elektrische Feldintensität,
M magnetische Feldintensität,
$\mathfrak{E}$ elektrische Polarisation,
$\mathfrak{M}$ magnetische Polarisation,
Λ elektrische Strömung,
ε_0, μ_0 elektrische und magnetische Constante des Vacuums,
$\omega_0 = 3.10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ die Lichtgeschwindigkeit im Vacuum.

Es bezeichnet ferner, bzw. soll im folgenden bezeichnen:

$+, -, \frac{\partial}{\partial t}$ vor Vectoren: Vector-Addition, -Subtraction, -Differentiation.
$A.B$ das scalare (geometrische) Product } der Vectoren A und B.
$[AB]$ oder $[A.B]$ das Vector-Product }
$\Gamma(A)$ die Divergenz } des Vectors A,
$\mathsf{P}(A)$ die Rotation (curl) }
∇a den Gradienten des Scalars a.
$A\nabla$ den Operator $A_x \frac{\partial}{\partial x} + A_y \frac{\partial}{\partial y} + A_z \frac{\partial}{\partial z}$.

Hieraus ergeben sich unter anderem die folgenden später zu benutzenden Rechnungsregeln:

$$A.B = B.A \qquad (a)$$

$$[AB] = -[BA] \qquad (b)$$

$$A.[BC] = B.[CA] = C.[AB] \qquad (c)$$

$$A.[AB] = 0 \qquad (d)$$

$$[A[BC]] = (C.A)B - (A.B)C \qquad (e)$$

$$\Gamma[AB] = B.\mathsf{P}(A) - A.\mathsf{P}(B) \qquad (f)$$

$$\mathsf{P}[AB] = \Gamma(B).A - \Gamma(A).B + B\nabla.A - A\nabla.B. \qquad (g)$$

Aus den Maxwell'schen Grundgleichungen folgt bekanntlich, daß wir dem Volumelement $d\tau$ den Energiebetrag $\frac{1}{2}(\mathsf{E}.\mathfrak{E} + \mathsf{M}.\mathfrak{M})\,d\tau$ zuschreiben können, wenn wir annehmen, daß eine Strömung der Energie stattfindet, welche nach Größe und Richtung gegeben ist durch:

$$\Sigma = [\mathsf{E}\mathsf{M}]. \qquad (F_0)$$

Dieser Vector Σ ist identisch mit demjenigen, welcher in der Optik als Strahlung bezeichnet wird.

Die elektromagnetische Energie des Feldes ist

$$W = \int_\infty \tfrac{1}{2}(\mathsf{E}\,.\,\mathfrak{E} + \mathsf{M}\,.\,\mathfrak{M})\,d\tau, \qquad (A_0)$$

und es bestehen zwischen den vier Vectoren E, M, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{M}$ die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} -\int_o \mathsf{E}_s\,ds &= \frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathfrak{M}_N\,dS \\ \int_o \mathsf{M}_s\,ds &= \frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathfrak{E}_N\,dS + \int_S \Lambda_N\,dS \end{aligned}\right\} \qquad (B_0)$$

oder in der Form von Differentialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E}) &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} \\ \mathsf{P}(\mathsf{M}) &= \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \Lambda \end{aligned}\right\} \qquad (B_0')$$

$$\left.\begin{aligned} \Lambda &= \lambda(\mathsf{E} - \mathsf{K}) \\ \mathfrak{E} &= \varepsilon \mathsf{E} \\ \mathfrak{M} &= \mu \mathsf{M} \end{aligned}\right\} \qquad (C_0)$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{\omega_0^2} \qquad (D_0)$$

Hierin bedeutet:

t die Zeit,
$d\tau$ ein Volumelement,
dS ein Flächenelement,
ds ein Curvenelement,
N eine der Normalen von dS, (für geschlossene Flächen die äußere Normale)
o den, bezüglich N positiven, vollständigen Umlauf um S,
ε Dielektricitätsconstante, ⎫
μ magnetische Permeabilität, ⎬ scalare Körperconstanten,
λ Leitungsvermögen, ⎭

Weise zu einem beliebigen der „absoluten" Maßsysteme überzugehen (s. dort pag. 279 f.). Diese Constante ist hier gleich Eins gesetzt. Es entsteht so das „rationelle" Maßsystem Heaviside's, welches die „absoluten" Systeme nicht mehr als Specialfälle einschließt. Auch nach meiner Ueberzeugung bildet es das einzige „rationelle" System für die theoretische Physik und zweifellos das System der Zukunft. Gegenüber der Zwangslage, in welche uns geschichtliche Entwicklung und internationale Vereinbarung versetzt haben, mag das allgemeinere Maßsystem des genannten Lehrbuchs einstweilen vermittelnd und vorbereitend wirken.

$-\mathsf{K}$ innere elektromotorische Intensität, einen in inhomogenen Leitern vorhandenen, constanten Vector,
E elektrische Feldintensität,
M magnetische Feldintensität,
$\mathfrak{E}$ elektrische Polarisation,
$\mathfrak{M}$ magnetische Polarisation,
Λ elektrische Strömung,
ε_0, μ_0 elektrische und magnetische Constante des Vacuums,
$\omega_0 = 3.10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ die Lichtgeschwindigkeit im Vacuum.

Es bezeichnet ferner, bzw. soll im folgenden bezeichnen:

$+$, $-$, $\frac{\partial}{\partial t}$ vor Vectoren: Vector-Addition, -Subtraction, -Differentiation,
$A.B$ das scalare (geometrische) Product } der Vectoren A und B,
$[AB]$ oder $[A.B]$ das Vector-Product } der Vectoren A und B,
$\Gamma(A)$ die Divergenz } des Vectors A,
$\mathrm{P}(A)$ die Rotation (curl) } des Vectors A,
$\nabla\alpha$ den Gradienten des Scalars α,
$A\nabla$ den Operator $A_x \frac{\partial}{\partial x} + A_y \frac{\partial}{\partial y} + A_z \frac{\partial}{\partial z}$.

Hieraus ergeben sich unter anderem die folgenden später zu benutzenden Rechnungsregeln:

$$A.B = B.A \tag{a}$$
$$[AB] = -[BA] \tag{b}$$
$$A.[BC] = B.[CA] = C.[AB] \tag{c}$$
$$A.[AB] = 0 \tag{d}$$
$$[A[BC]] = (C.A)B - (A.B)C \tag{e}$$
$$\Gamma[AB] = B.\mathrm{P}(A) - A.\mathrm{P}(B) \tag{f}$$
$$\mathrm{P}[AB] = \Gamma(B).A - \Gamma(A).B + B\nabla.A - A\nabla.B. \tag{g}$$

Aus den Maxwell'schen Grundgleichungen folgt bekanntlich, daß wir dem Volumelement $d\tau$ den Energiebetrag $\frac{1}{2}(\mathsf{E}.\mathfrak{E} + \mathsf{M}.\mathfrak{M})\,d\tau$ zuschreiben können, wenn wir annehmen, daß eine Strömung der Energie stattfindet, welche nach Größe und Richtung gegeben ist durch

$$\Sigma = [\mathsf{EM}]. \tag{F_0}$$

Dieser Vector Σ ist identisch mit demjenigen, welcher in der Optik als Strahlung bezeichnet wird.

Wir stellen nunmehr den Maxwell'schen Grundgleichungen für ruhende Körper die Gleichungen gegenüber, welche wir für den Fall beliebiger Bewegung als gültig ansehen wollen [1]). Sie lauten, wenn u die Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkte bezeichnet:

$$W = \int_{\infty}\left\{\tfrac{1}{2}(\mathsf{E}.\mathfrak{E}+\mathsf{M}.\mathfrak{M})+\varepsilon_0\mu_0 u.[\mathsf{E}\mathsf{M}]\right\}d\tau \tag{A}$$

$$\left.\begin{aligned} -\int_0 \mathsf{E}_s ds &= \frac{d}{dt}\int_S \mathfrak{M}_N dS \\ \int_0 \mathsf{M}_s ds &= \frac{d}{dt}\int_S \mathfrak{E}_N dS+\int_S \Lambda_N dS \end{aligned}\right\} \tag{B}$$

$$\left.\begin{aligned} \Lambda &= \lambda(\mathsf{E}-\mathsf{K}) \\ \mathfrak{E} &= \varepsilon\mathsf{E}-\varepsilon_0\mu_0[u\mathsf{M}] \\ \mathfrak{M} &= \mu\mathsf{M}+\varepsilon_0\mu_0[u\mathsf{E}] \end{aligned}\right\} \tag{C}$$

$$\varepsilon_0\mu_0 = \frac{1}{\omega_0^2}. \tag{D}$$

Die Differentialquotienten der Flächenintegrale nach der Zeit in (B) sind so zu verstehen, daß während dt die Fläche S dauernd durch dieselben materiellen Theilchen führt.

Die Geschwindigkeiten u sollen bezogen sein auf ein räumliches System, welches durch die Fixsterne festgelegt ist, genauer: durch jene Fixsterne, deren „Eigenbewegung" die Astronomie gleich Null setzt. Die Frage, ob diese Fixsterne — und somit unser Bezugssystem — absolut ruhen, hat keinen Inhalt. Ob wir sie im Sinne unserer Gleichungen dauernd als ruhend werden betrachten dürfen, ist eine Frage künftiger Erfahrung. Behauptet wird lediglich, daß wir zur Darstellung irgend welcher bisher beobachteter Erscheinungen eine gleichförmige gemeinsame so wenig, wie eine relative Bewegung dieser Himmelskörper heranzuziehen brauchen.

Der Werth von u ist überall dort, wo wir Materie vorfinden, unmittelbar durch die Bewegung dieser Materie gegeben. Hierunter verstehen wir ausschließlich die beobachtbare Bewegung aus-

1) Für den speciellen Fall der optischen Erscheinungen in gleichförmig bewegten Medien habe ich die Gleichungen bereits in Archives Néerlandaises (2) 5 (Lorentz-Jubelband) pag. 516 aufgestellt und discutirt. Dort habe ich auch den Weg angegeben, auf welchem ich zu den Gleichungen gelangt bin. Die hier folgenden Gleichungen sind nichts anderes, als die einfachste mögliche Verallgemeinerung der dortigen.

gedehnter Massen. Wo keine Materie vorhanden ist, da setzen wir $u = 0$.

Diese Festsetzungen lassen theoretisch eine Lücke: Denken wir uns ein sehr verdünntes Gas auf stetigem Wege in ein Vacuum übergeführt. Für jede Gasdichte $\varrho = \varrho_1$, bei welcher noch von einer bestimmten Strömungsgeschwindigkeit q des Gases in jedem Punkte gesprochen werden kann, haben wir $u = q$ zu setzen. Für $\varrho = 0$ aber soll der Werth $u = 0$ gelten. Es fehlt eine Vorschrift, welche den Werth von u stetig von q zu 0 überführt, während der Werth von ϱ stetig von ϱ_1 zu 0 übergeht. Praktisch aber bedürfen wir dieser Vorschrift nicht. Zwei Fälle kommen in Betracht: Wir können experimentell den Werth $\varrho = 0$ nicht erreichen. Ob für die äußersten Verdünnungen, welche wir herstellen können, in jeder physikalischen Beziehung noch ein einheitlicher Werth q angenommen werden darf, steht nicht in Frage. In dem Gebiet unserer Untersuchungen aber reichen wir mit einer solchen Annahme aus. Insbesondere — und das allein hat praktische Bedeutung — dürfen wir stets $u = q$ setzen für den beliebig verdünnten Gasinhalt eines Gefäßes, welches eine constante Translationsgeschwindigkeit q besitzt. (Dies kommt zur Geltung in § 4.) — Ein absolutes Vacuum zum mindesten als möglich zuzulassen, sind wir lediglich genöthigt außerhalb der Atmosphären der Himmelskörper. Unsere Festsetzungen versagen für jene Schichten, welche den Uebergang aus der Atmosphäre in das Vacuum vermitteln. Aber um die Beobachtungen mit unserer Theorie zu vergleichen, brauchen wir das u dieser Schichten nicht zu kennen (s. § 2).

Der letzte Theil unserer Festsetzungen: „$u = 0$ im Vacuum" würde ferner unzulässig sein oder zum mindesten einer Rechtfertigung durch Nebenannahmen bedürfen, wenn aus unseren Gleichungen folgte, daß auf ein Raumtheilchen im Vacuum, für welches $u = 0$ ist, unter irgend welchen Umständen mechanische Kräfte wirken könnten; denn diese Kräfte würden den Werth $u = 0$ aufzuheben suchen. Es wird sich aber zeigen, daß sie niemals auftreten.

Zu den Grundannahmen, welche in den Gleichungen (A) bis (D) ausgesprochen sind, fügen wir noch die weitere hinzu, daß auch in bewegten Körpern die Strahlung $\mathsf{\Sigma}$ normal zu E wie zu M sein soll. D. h. wir setzen

$$\mathsf{\Sigma} = c . [\mathsf{EM}], \qquad (E)$$

wo c eine unbenannte Zahl bedeutet, deren Werth zunächst unbestimmt bleiben mag (vgl. § 7).

Aus den Gleichungen (B) ziehen wir sogleich eine Folgerung, indem wir sie auf eine geschlossene Fläche ($\circ$) anwenden. Es werden dann die linken Seiten gleich Null und somit

$$\frac{d}{dt}\int_{\circ}\mathfrak{M}_{N}\,dS = 0$$

$$-\frac{d}{dt}\int_{\circ}\mathfrak{E}_{N}\,dS = \int_{\circ}\mathsf{\Lambda}_{N}\,dS$$

Wir nennen $\int_{\circ}\mathfrak{M}_{N}\,dS$ und $\int_{\circ}\mathfrak{E}_{N}\,dS$ die von der Fläche S eingeschlossene magnetische, bzw. elektrische Menge, und entsprechend $\mathsf{\Gamma}(\mathfrak{M})$ und $\mathsf{\Gamma}(\mathfrak{E})$ die magnetische, bzw. elektrische Dichte. Unsere Gleichungen sprechen dann die Continuitätseigenschaften aus, die wir mit diesen Begriffen zu verknüpfen gewöhnt sind.

Weiter geben wir, indem wir für S ein Flächenelement wählen, den Grundgleichungen (B) die Form von Differentialgleichungen. Sie lauten:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E}-[u\mathfrak{M}]) &= \frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial t}+\mathsf{\Gamma}(\mathfrak{M}).u \\ \mathsf{P}(\mathsf{M}+[u\mathfrak{E}]) &= \frac{\partial\mathfrak{E}}{\partial t}+\mathsf{\Gamma}(\mathfrak{E}).u+\mathsf{\Lambda} \end{aligned}\right\} \qquad (B')$$

wo $\frac{\partial}{\partial t}$ die zeitliche Aenderung in einem festen Raumpunkt bezeichnet. (Die Ableitung findet man z. B. „elm. Feld" pag. 535 ff., die Gleichungen (B') in cartesischen Coordinaten unter (L')(M').)

Die Gleichungen (B') bilden nicht nur eine Folgerung, sondern zugleich einen vollständigen Ersatz der Gleichungen (B): die „Stetigkeitsbedingungen" für Unstetigkeitsflächen, welche man neben ihnen noch einzuführen pflegt, drücken lediglich aus, daß sie allgemein gelten sollen. Wir können daher sachlich nichts verlieren, wenn wir alle Größen unserer Gleichungen als stetig veränderlich betrachten.

Endlich wollen wir noch eine Bezeichnung einführen: Alle bekannten Körpergeschwindigkeiten u sind sehr klein gegen die Lichtgeschwindigkeit ω_0; wir wollen eine Größe, welche den Faktor $\left(\frac{u}{\omega_0}\right)^n$ enthält, eine Größe n^{ter} Ordnung nennen.

Im folgenden soll nun ein Abriß der Elektrodynamik gegeben werden, welche aus unseren Gleichungen (A) bis (E) entwickelt werden kann. Wir betrachten zunächst in §§ 2—5 die räumlich-zeitlichen Verhältnisse des elektromagnetischen Feldes an sich; sodann in §§ 6—7 die mechanischen Kräfte elektromagnetischen

Ursprungs. Erst in diesem letzten Abschnitt bedürfen wir des Energieausdrucks in (A).

Alle elektromagnetischen Vorgänge, welche wir experimentell beherrschen, spielen sich in der Nähe der Erdoberfläche ab. Daneben kommt für uns nur noch in Betracht die Ausbreitung des Lichts von den Sternen bis zur Erde. Die beiden Gruppen von Erscheinungen verlangen eine verschiedene Behandlung; wir beginnen mit der zweiten.

§ 2. Aberration. Doppler'sches Princip.

Wir betrachten an dieser Stelle die Ausbreitung des Lichts von den Sternen bis in die Nähe unserer optischen Instrumente. In diesem ganzen Gebiet handelt es sich um Isolatoren, deren Constanten von denen des Vacuums nicht merklich verschieden sind. Wir haben also

$$\varepsilon = \varepsilon_0, \qquad \mu = \mu_0, \qquad \Lambda = \Gamma(\mathfrak{E}) = \Gamma(\mathfrak{M}) = 0.$$

Ferner sind die in Betracht kommenden Erscheinungen nur bekannt bis zu den Größen erster Ordnung, sofern für $\mathfrak{u}$ die Geschwindigkeit eines Punktes der Erdoberfläche gesetzt wird. Wir wollen annehmen, daß nirgends die $\mathfrak{u}$ solche Werthe erreichen, welche eine Berücksichtigung der Größen zweiter Ordnung nothwendig machen würden. Dann erhalten wir aus (C):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{E}}{\varepsilon_0} &= \mathsf{E} - [\mathfrak{u}\mathfrak{M}] \\ \frac{\mathfrak{M}}{\mu_0} &= \mathsf{M} + [\mathfrak{u}\mathfrak{E}] \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

und somit aus (B'):

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}\left(\frac{\mathfrak{E}}{\varepsilon_0}\right) &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} \\ \mathsf{P}\left(\frac{\mathfrak{M}}{\mu_0}\right) &= \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Die Gleichungen (2) sind identisch mit den Maxwell'schen Grundgleichungen der Lichtausbreitung in ruhenden Isolatoren, sofern man in diese die Polarisationen einführt. Sie sagen also, wie diese, aus, daß die Werthe der beiden Polarisationen sich in transversalen Wellen fortpflanzen. Aber die Feldintensitäten sind nicht mehr den Polarisationen gleichgerichtet. — Betrachten wir insbesondere ein System ebener Wellen, deren

Fortpflanzungsrichtung wir zur ξ-Axe wählen in einem ruhenden Coordinatensystem der (ξ, η, ζ). Eine entsprechende Lösung von (2) ist:

$$\left.\begin{array}{lll|l} \mathfrak{E}_\xi = 0, & \mathfrak{E}_\eta = \sqrt{\varepsilon_0}.F, & \mathfrak{E}_\zeta = 0 & F = F(\xi-\omega_0 t) \\ \mathfrak{M}_\xi = 0, & \mathfrak{M}_\eta = 0, & \mathfrak{M}_\zeta = \sqrt{\mu_0}.F & \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \end{array}\right\} \quad (3)$$

Die Gleichungen (1) und (E) ergeben dann weiter

$$\Sigma_\xi = \quad (\omega_0 - u_\xi)^2 \frac{c.F^2}{\omega_0}$$

$$\Sigma_\eta = -u_\eta(\omega_0 - u_\xi)\frac{c.F^2}{\omega_0}$$

$$\Sigma_\zeta = -u_\zeta(\omega_0 - u_\xi)\frac{c.F^2}{\omega_0},$$

folglich

$$\Sigma_\xi : \Sigma_\eta : \Sigma_\zeta = (\omega_0 - u_\xi) : (-u_\eta) : (-u_\zeta). \quad (4)$$

Also: in jedem Punkte P des Raumes weist die Wellennormale N von dem Orte her, an welchem sich der Stern zur Zeit der Lichtaussendung befand; die Strahlrichtung Σ in P aber erhalten wir, indem wir einen Vector von der Größe ω_0 und der Richtung N mit dem Vector $(-u)$ zusammensetzen. In diesen Sätzen ist das Gesetz der Aberration sowohl für die Fixsterne, wie für die beweglichen Sterne vollständig enthalten, sofern wir uns die Beobachtung ohne Hülfe optischer Instrumente ausgeführt denken. Bei den wirklichen Beobachtungen verläuft ein letztes Stück des Strahlenwegs in Körpern, für welche ε und μ von ε_0 und μ_0 verschieden sind. Dafür aber ist hier u constant nach Größe und Richtung. (S. unten § 4 c.) Hervorzuheben ist, daß — in den Größen erster Ordnung — die Aberration lediglich abhängt von Größe und Richtung der Geschwindigkeit u am Beobachtungsorte P.

Die Gleichungen (3) und (4) beziehen sich auf ein ruhendes Coordinatensystem. Wir führen zwei neue Systeme ein: eines der $\xi_0 \ldots$, welches die Geschwindigkeit u_0 des Sternes zur Zeit der Lichtaussendung theilt, eines der $\xi_1 \ldots$, welches die Geschwindigkeit u_1 des Beobachters zur Zeit der Beobachtung besitzt. Wir haben dann:

$$\xi = \xi_0 + u_{0\xi}.t$$

$$\xi = \xi_1 + u_{1\xi}.t,$$

. . . .

und die Feldgrößen werden proportional mit

$$F\left(\xi_0 - (\omega_0 - u_{0\xi})\,t\right)$$

bzw.

$$F\left(\xi_1 - (\omega_0 - u_{1\xi})\,t\right).$$

Handle es sich um monochromatisches Licht; dann ist

$$F(x) = \sin\left(\frac{N}{\omega_0}\,x\right),$$

wo $\frac{N}{2\pi}$ die Schwingungszahl für einen ruhenden Beobachter bedeutet. Bezeichnet nun $\frac{N_0}{2\pi}$ die Schwingungszahl für einen im System der ξ_0.. festen Punkt, also die wahre Schwingungszahl, und $\frac{N_1}{2\pi}$ die scheinbare Schwingungszahl für den mit der Geschwindigkeit u_1 bewegten Beobachter, so folgt

$$N_0 = (\omega_0 - u_{0\xi})\frac{N}{\omega_0}$$

$$N_1 = (\omega_0 - u_{1\xi})\frac{N}{\omega_0},$$

also, in den Größen erster Ordnung genau,

$$\frac{N_1 - N_0}{N_0} = \frac{u_{0\xi} - u_{1\xi}}{\omega_0}. \tag{5}$$

Man kann $u_{0\xi} - u_{1\xi}$ als Annäherungsgeschwindigkeit des Sternes gegen den Beobachter bezeichnen, muß aber beachten, daß es sich um Lage und Geschwindigkeit des Beobachters zur Beobachtungszeit, dagegen um Lage und Geschwindigkeit des Sternes zur Zeit der Lichtaussendung handelt. Gleichung (5) spricht das Doppler'sche Princip aus.

§ 3. Bewegung der Erde. Umformung der Grundgleichungen.

Gegenstand unserer Experimente sind ausschließlich Körper in unmittelbarer Nähe der Erdoberfläche. Die Geschwindigkeit u eines solchen Körpers setzt sich zusammen aus seiner relativen Geschwindigkeit v gegen die Erde und der Geschwindigkeit p, welche er bei starrer Verbindung mit der Erde besitzen würde. Dem Vector p dürfen wir für die räumliche und zeitliche Ausdehnung jedes einzelnen Versuchs constante Größe und Richtung zuschreiben

schreiben. Den Hauptbeitrag zu p liefert die Bewegung der Erde in ihrer Bahn um die Sonne; sein Zahlwerth ist sehr nahe $10^{-4}.\omega_0$.

Wir beziehen von jetzt an unsere Gleichungen auf ein Coordinatensystem, welches starr mit der Erde verbunden ist. Ruhe, Bewegung, Geschwindigkeit etc., bezogen auf dieses System, sollen im folgenden relative Ruhe, ... heißen. Eine Differentiation nach der Zeit, bei welcher die relativen Coordinaten des betrachteten Punktes als unverändert vorausgesetzt werden, soll durch $\frac{\delta}{\delta t}$ bezeichnet werden. Es ist dann

$$\frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} + p\nabla.$$

$$u = p + v, \qquad \text{wo } p = \text{const.},$$

und folglich nach (g):

$$\begin{aligned} \mathsf{P}[u\mathfrak{E}] &= \mathsf{P}[v\mathfrak{E}] + \mathsf{P}[p\mathfrak{E}] \\ &= \mathsf{P}[v\mathfrak{E}] + \Gamma(\mathfrak{E}).p - p\nabla.\mathfrak{E}. \end{aligned}$$

Somit wird aus (B') und (C):

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E} - [v\mathfrak{M}]) &= \frac{\delta\mathfrak{M}}{\delta t} + \Gamma(\mathfrak{M}).v \\ \mathsf{P}(\mathsf{M} + [v\mathfrak{E}]) &= \frac{\delta\mathfrak{E}}{\delta t} + \Gamma(\mathfrak{E}).v + \Lambda \end{aligned}\right\} \qquad (B_1)$$

$$\left.\begin{aligned} \Lambda &= \lambda(\mathsf{E} - \mathsf{K}) \\ \mathfrak{E} &= \varepsilon\mathsf{E} - \varepsilon_0\mu_0[(p+v)\mathsf{M}] \\ \mathfrak{M} &= \mu\mathsf{M} + \varepsilon_0\mu_0[(p+v)\mathsf{E}] \end{aligned}\right\} \qquad (C_1)$$

§ 4. Relativ ruhende Körper.

Für den Fall relativer Ruhe aller Körper gegen die Erde gehen diese Gleichungen über in:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E}) &= \frac{\delta\mathfrak{M}}{\delta t} \\ \mathsf{P}(\mathsf{M}) &= \frac{\delta\mathfrak{E}}{\delta t} + \Lambda \end{aligned}\right\} \qquad (B_2)$$

$$\left.\begin{aligned} \Lambda &= \lambda(\mathsf{E} - \mathsf{K}) \\ \mathfrak{E} &= \varepsilon\mathsf{E} - \varepsilon_0\mu_0[p\mathsf{M}] \\ \mathfrak{M} &= \mu\mathsf{M} + \varepsilon_0\mu_0[p\mathsf{E}] \end{aligned}\right\} \qquad (C_2)$$

Nun werden, soweit unsere bisherigen Erfahrungen reichen, sowohl die im engeren Sinne elektromagnetischen, wie die optischen Erscheinungen in relativ ruhenden Körpern vollständig dargestellt durch die Maxwell'schen Gleichungen (B'_0) (C_0). Wir haben also zu untersuchen, inwiefern sich die Folgerungen aus (B_1) (C_1) von den Folgerungen aus (B'_0) (C_0) unterscheiden.

a. Stationäre Felder.

Stationäre Erscheinungen — genauer: Erscheinungen, welche stationär bleiben für den mitbewegten Beobachter — sind dadurch charakterisirt, daß $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ist. Für sie gilt also:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E}) &= 0 \\ \mathsf{P}(\mathsf{M}) &= \Lambda \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Aus der zweiten dieser Gleichungen folgt:

$$\Gamma(\Lambda) = 0. \qquad (7)$$

Die Gleichungen (6) stimmen überein mit den Gleichungen der Maxwell'schen Theorie für stationäre Felder. Durch sie ist das Feld eindeutig bestimmt, sobald noch die Werthe $\Gamma(\mu\mathsf{M})$ überall, die Werthe $\Gamma(\varepsilon\mathsf{E})$ durchweg im Dielektricum, und die Werthe $\int \varepsilon \mathsf{E}_n dS$ für die Gesammtoberfläche jedes Leiters vorgeschrieben sind (vgl. „elm. Feld" p. 375 f.). Diese Werthe bedeuten in der Maxwell'schen Theorie bzw. die magnetische Dichte, die elektrische Dichte, die gesammte Elektricitätsmenge eines Leiters. Die gleichen Größen sind in unserer Theorie dargestellt durch die Werthe $\Gamma(\mathfrak{M})$, $\Gamma(\mathfrak{E})$, $\int \mathfrak{E}_n dS$ (s. oben p. 80). Wir wollen zeigen, daß sie in Folge der Gleichungen (C_1) und (6) den obigen bzw. gleich sind. Es ist nach (C_1) und (f)

$$\Gamma(\mathfrak{M}) = \Gamma(\mu\mathsf{M}) - \varepsilon_0\mu_0 p \,.\, \mathsf{P}(\mathsf{E}),$$

also nach (6)

$$\Gamma(\mathfrak{M}) = \Gamma(\mu\mathsf{M}). \qquad (8a)$$

Ebenso

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathfrak{E}) &= \Gamma(\varepsilon\mathsf{E}) + \varepsilon_0\mu_0 p \,.\, \mathsf{P}(\mathsf{M}) \\ &= \Gamma(\varepsilon\mathsf{E}) + \varepsilon_0\mu_0 p \,.\, \Lambda. \end{aligned} \qquad (8b)$$

Daher im Dielektricum:

$$\Gamma(\mathfrak{E}) = \Gamma(\varepsilon\mathsf{E}); \qquad (8c)$$

und für einen Leiter von der Oberfläche S und dem Volumen τ:

$$\int \mathfrak{E}_n dS = \int \Gamma(\mathfrak{E}) d\tau = \int \varepsilon \mathsf{E}_n dS + \varepsilon_0\mu_0 \int p \,.\, \Lambda d\tau.$$

Das lezte Integral können wir schreiben, indem wir etwa $p \parallel x$ wählen:

$$p\int dx \iint \mathsf{\Lambda}_x dy\,dz.$$

Aber wegen (7) ist

$$\iint \mathsf{\Lambda}_x dy\,dz = 0,$$

da jeder zu x normale Querschnitt durch den Leiter mittels eines in Isolatoren verlaufenden Flächenstücks zu einer geschlossenen Fläche ergänzt werden kann. Somit

$$\int \mathfrak{E}_n dS = \int \varepsilon \mathsf{E}_n dS. \tag{8d}$$

Die Gleichungen (6) und (8a, c, d) sagen zusammen aus: das stationäre Feld ist bei gleicher elektrischer und magnetischer Vertheilung das gleiche, welches auch die Maxwell'sche Theorie ergiebt.

b. Quasistationäre Felder.

Als „quasistationär" bezeichnen wir veränderliche Felder, welche ausreichend dargestellt werden durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E}) &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} \\ \mathsf{P}(\mathsf{M}) &= \mathsf{\Lambda} \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

(vgl. „elm. Feld" p. 306 ff. u. p. 379 ff.).

Aus der zweiten Gleichung folgt wieder (7):

$$\mathsf{\Gamma}(\mathsf{\Lambda}) = 0.$$

Die betrachteten Vorgänge sind also dadurch charakterisirt, daß erstens die Strömung in geschlossenen Stromfäden verläuft, in deren jedem sie in einheitlichem Rythmus pulsirt, und daß zweitens das magnetische Feld in jedem Moment mit ausreichender Genauigkeit aus der jeweiligen Strömung berechnet werden kann in der gleichen Weise, wie wenn diese stationär wäre.

Die erste der Gleichungen (9) enthält das Gesetz der inducirten elektromotorischen Kräfte. Sie hat die Form des Faraday-schen Inductionsgesetzes; aber $\mathfrak{M}$ bedeutet nicht mehr die Größe $\mu \mathsf{M}$, sondern den in (C_2) gegebenen Werth. Es tritt also in einer Curve s, welche die Fläche S umspannt, neben der Faraday'schen elektromotorischen Kraft

$$E = -\frac{\partial}{\partial t}\int \mu \mathsf{M}_n dS$$

eine neue auf:

$$E' = -\frac{\partial}{\partial t}\int \varepsilon_0 \mu_0 [p\mathsf{E}]_s dS.$$

Sie ist selbst für die stärksten herstellbaren E sehr klein, und könnte nur erkannt werden durch den Stromstoß in einem Leiter, der in der Curve s verläuft. Es sei etwa $p // x$, $\mathsf{E} // y$, $N // z$; dann ist

$$\int_{t_0}^{t_1} E' \partial t = -\varepsilon_0 \mu_0 p \cdot \left\{ \iint \mathsf{E}_y dx\, dy \right\}_{t_0}^{t_1}. \tag{10}$$

Vor wie nach dem Inductionsstoß ist aber das Linienintegral von E zwischen zwei beliebigen Punkten des Leiters gleich Null. D. h. in (10) ist $\int \mathsf{E}_y dy = 0$ sowohl für $t = t_0$ wie für $t = t_1$, und daher ist die rechte Seite selbst gleich Null. **Die Correction am Faraday'schen Inductionsgesetz ergiebt somit keine wahrnehmbaren Folgen.**

c. Strahlungsvorgänge.

Es bleiben noch die Vorgänge zu besprechen, bei welchen die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Feldes zur Geltung kommt. Auf diesem Gebiet geben bisher nur optische Methoden die Möglichkeit, über das Vorhandensein selbst der Größen erster Ordnung zu entscheiden.

Nach dem Vorgange von Lorentz[1]) transformiren wir die Gleichungen (B_2) durch Einführung der „Ortszeit"

$$t' = t - \varepsilon_0 \mu_0 p . r \tag{11}$$

an Stelle der allgemeinen Zeit t. Hier bedeutet r den Radius vector des betrachteten Punktes P. In cartesischen Coordinaten also: statt der bisherigen unabhängigen Veränderlichen x, y, z, t führen wir ein

$$x' = x, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t - \varepsilon_0 \mu_0 (p_x . x + p_y . y + p_z . z). \tag{11'}$$

Bezeichnen wir Rotation und Divergenz im neuen System durch P' und Γ', so lautet das Resultat der Umformung:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}'(\mathsf{E}) &= \frac{\partial(\mu \mathsf{M})}{\partial t'} \\ \mathsf{P}'(\mathsf{M}) &= \frac{\partial(\varepsilon \mathsf{E})}{\partial t'} + \Lambda \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

wo

$$\Lambda = \lambda(\mathsf{E} - \mathsf{K}).$$

---

1) Lorentz, Versuch einer Theorie etc., Leiden 1895.

Denkt man sich in (12) die Veränderliche t' durch t ersetzt, so hat man die Maxwell'schen Gleichungen (B_0') (C_0) vor sich. Es folgt also — und zwar in aller Strenge — der Satz:

Jedem im ruhenden System möglichen Vorgang entspricht ein möglicher Vorgang im bewegten System, bei welchem die gleichen Werthe E, M, welche im Punkte P zur Zeit t stattfanden, jetzt zur Zeit t' eintreten. Der Zeitunterschied $t'-t$ ist eindeutige Function der Lage von P.

Richtung des Strahles ist die gemeinsame Normale von E und M. Sie wird nach dem vorstehenden durch die Erdbewegung nicht beeinflußt. Also:

Der relative Strahlengang ist unabhängig von der Erdbewegung. Oder: die gesammte geometrische Optik bleibt von unserer Correction der Maxwellschen Gleichungen unberührt.

Daraus folgt speciell: wenn uns der Weg der Lichtstrahlen von einem Stern bis in die Nähe der Erdoberfläche (in das Gebiet $u = p$ hinein) erst bekannt ist, so brauchen wir bei der Behandlung des weiteren relativen Verlaufs auf die Bewegung der Erde keine Rücksicht mehr zu nehmen. Oder: die beobachtete Aberration ist unabhängig von der Form und physikalischen Beschaffenheit der brechenden Körper in unseren Fernrohren (Linsen, Füllung mit Wasser).

Weiter: die Zeit, welche das Licht braucht, um von P_1 nach P_2 zu gelangen, wird zwar durch die gemeinsame Geschwindigkeit von P_1 und P_2 geändert, aber für jeden Weg, der von P_1 nach P_2 führt, um denselben Betrag. Also: die Erdbewegung bringt in keinem Interferenzbild eine Veränderung hervor.

Alle Bestimmungen von Wellenlängen beruhen auf Ausmessung von Interferenzbildern; also: was wir als Wellenlänge messen, das ist der bereits vom Einfluß der Erdbewegung befreite „normale“ Werth dieser Größe.

Könnten und würden wir aber die Wellenlänge direct entsprechend ihrer Definition bestimmen als die Strecke, um welche eine bestimmte Phase einer Sinuswelle während der Zeit einer Periode fortschreitet, so müßten wir verschiedene Werthe erhalten je nach dem Winkel, welchen die Fortpflanzungsrichtung mit der Richtung der Erdbewegung einschließt.

Wir wollen die Rechnung durchführen für ebene Wellen in einem isolirenden Medium. Wir setzen also an: alle Feldcomponenten sollen proportional sein ein und derselben Function des Arguments

$$\alpha = \nu_x . x' + \nu_y . y' + \nu_z . z' - t'.$$

Damit dieser Ansatz den Gleichungen (12). mit $\mathsf{A} = 0$, genüge, muß

$$\nu_x^2 + \nu_y^2 + \nu_z^2 = \varepsilon\mu \tag{13}$$

und E, wie M normal zu ν sein.

Es ist aber nach (11'):

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = n_x . x + n_y . y + n_z . z - t, \\ \text{wo} \quad n_x = \nu_x + \varepsilon_0\mu_0 p_x, \quad n_y = \nu_y + \varepsilon_0\mu_0 p_y, \quad n_z = \nu_z + \varepsilon_0\mu_0 p_z \end{array}\right\} \tag{14}$$

Die Lösung stellt also eine ebene Welle dar, deren Normale die Richtung von n hat, während der Strahl parallel zu ν ist.

Die „Strahlgeschwindigkeit" U ist ein Vector, der die Richtung des Strahles hat, und dessen Größe durch die Länge des Strahls zwischen den Ebenen $\alpha(t) = 0$ und $\alpha(t+1) = 0$ dargestellt ist. D. h. U ist bestimmt durch die Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l} n_x . U_x + n_y . U_y + n_z . U_z = 1 \\ U_x = \varkappa . \nu_x, \quad U_y = \varkappa . \nu_y, \quad U_z = \varkappa . \nu_z . \end{array}\right\} \tag{15}$$

Daraus folgt als Zahlwerth von U:

$$U = \frac{\nu}{\nu_x . n_x + \nu_y . n_y + \nu_z . n_z},$$

oder

$$\frac{1}{U} = \sqrt{\varepsilon\mu} + \varepsilon_0\mu_0 p_\nu, \tag{16}$$

wo p_ν die Componente von p nach der Richtung des Strahles bedeutet.

Wenn wir noch durch

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \text{und} \quad \beta = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}}$$

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ruhenden Medium und den Brechungsexponenten bezeichnen, so erhalten wir aus (16) für die Fortpflanzungszeit t, welche der Strahllänge s entspricht:

$$t = \frac{s}{\omega} + \frac{p . s_p}{\omega_0^2}, \tag{17}$$

und zwar in aller Strenge. Genähert, d. h. richtig in den Größen erster Ordnung, erhalten wir:

$$U = \omega - \frac{p_\nu}{\beta^2}. \tag{18}$$

In (17) bedeutet s_p die Projection der Strahllänge auf die Richtung von p. Der Faktor von s_p ist unabhängig von dem Medium, in welchem die Strecke s zurückgelegt wird; das von p abhängige Glied giebt daher denselben Gesammtbeitrag zur Fortpflanzungszeit, wenn mittels beliebiger Reflexionen und Brechungen eine gegebene anfängliche Wellenebene auf verschiedenen Wegen in eine ebenfalls gegebene Endlage übergeführt wird. Dies ist nochmals in speciellerer Form der Satz von der Unveränderlichkeit der Interferenzbilder; er ist als richtig — auch in den Größen zweiter Ordnung — erwiesen durch die Versuche von Michelson und Morley.

Abhängig von der Erdbewegung muß nach (18) die Geschwindigkeit U sein. Die sogenannten „terrestrischen Methoden" bestimmen aber die Lichtgeschwindigkeit aus der zum Durchlaufen einer geschlossenen Bahn verbrauchten Zeit. Sie müßten daher selbst bei beliebig gesteigerter Genauigkeit einen von der Erdbewegung unabhängigen Werth liefern.

Indem wir die Ergebnisse dieses Paragraphen zusammenfassen, können wir die am Anfang desselben gestellte Frage dahin beantworten: Von allen bisher beobachteten elektrischen und optischen Erscheinungen in relativ ruhenden Körpern geben unsere Grundgleichungen ebensowohl Rechenschaft wie die Maxwell'schen.

§ 5. Relative Bewegungen.

Indem wir uns jetzt der Betrachtung des Feldes in relativ zur Erde bewegten Körpern zuwenden — und zwar zunächst unter Ausschluß der optischen Erscheinungen —, müssen wir auf die Gleichungen (B_1) (C_1) des § 3 zurückgreifen. Da wir nicht von den hypothetischen Bewegungen kleinster Theilchen, sondern ausschließlich von den wahrnehmbaren Bewegungen ausgedehnter Massen handeln, so dürfen wir alle Geschwindigkeiten v als verschwindend klein gegen p und a fortiori gegen ω_0 annehmen. Wir vernachlässigen daher die Glieder, welche $v.(p+v)\varepsilon_0\mu_0$ als Factor enthalten, und haben so zunächst:

$$\left.\begin{aligned} -\mathsf{P}(\mathsf{E}-[v.\mu\mathsf{M}]) &= \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t}+\Gamma(\mu\mathsf{M}).v \\ \mathsf{P}(\mathsf{M}+[v.\varepsilon\mathsf{E}]) &= \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}+\Gamma(\varepsilon\mathsf{E}).v+\Lambda \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

Ferner aber durften wir, wie in § 4 gezeigt wurde, unter dem

Zeichen $\frac{\delta}{\delta t}$ die mit dem Factor $\varepsilon_0 \mu_0 p$ behafteten Glieder fortlassen, ohne dadurch Ungenauigkeiten hervorzurufen, welche für elektromagnetische Methoden erkennbar sind. Um so mehr gilt dies für die Glieder mit $\varepsilon_0 \mu_0 v$. Vernachlässigen wir die einen, wie die anderen, so haben wir in (19) für $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$ an Stelle der in (C_1) gegebenen Werthe zu setzen:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \varepsilon \mathsf{E} \\ \mathfrak{M} &= \mu \mathsf{M} \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

Aus den Gleichungen (19) (20) ist die gemeinsame Geschwindigkeit p vollständig verschwunden. Sie enthalten nur noch die relativen Geschwindigkeiten v, und stimmen völlig überein mit den Hertz'schen „Grundgleichungen der Elektrodynamik für bewegte Körper". Daß sie „die elektromagnetischen Erscheinungen im engeren Sinn in dem Umfange darstellen, in welchem dieselben bisher mit Sicherheit untersucht worden sind", hat Hertz gezeigt. (S. die Hertz'sche Abhandlung oder etwa „elm. Feld" pag. 541 ff.)

Es bleibt uns also nur zu untersuchen, was unsere Gleichungen über die Optik bewegter Medien aussagen. Die wenigen vorliegenden Versuche (angestellt an strömendem Wasser von Fizeau, wiederholt von Michelson und Morley) lassen sich ausreichend discutieren, sofern man das Gesetz der Ausbreitung ebener Wellen in gleichförmig bewegten Medien kennt; der gleichförmigen Geschwindigkeit sind lediglich für die verschiedenen Theile des Apparates verschiedene Werthe beizulegen. Diesen Fall haben wir bereits in § 4, c behandelt, und zwar ohne alle Vernachlässigung auf Grundlage unserer Fundamentalgleichungen. Wir haben nur das p des § 4 jetzt durch $p+v$ zu ersetzen, und zu beachten, daß die so entstehenden Gleichungen für ein Coordinatensystem gelten, welches die Geschwindigkeit $p+v$ theilt. Die so verstandene Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist nach (18):

$$\omega - \frac{p_\nu + v_\nu}{\beta^2}.$$

Zur Beobachtung gelangt ausschließlich die Veränderung eines Interferenzbildes, welche durch Veränderung der v hervorgerufen wird. Diese ist unabhängig vom Werthe des p; es verhält sich daher für die Beobachtung alles so, als ob $p = 0$ und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, bezogen auf das bewegte Medium,

$$\omega - \frac{v_\nu}{\beta^2}$$

wäre. Dies bedeutet für den Beobachter, welcher an der Bewegung des Mediums nicht theilnimmt, eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$\omega + \left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) v_r. \tag{21}$$

Diesen Werth bestätigen die Versuche; über die Größen zweiter Ordnung, welche in (18) bereits vernachlässigt sind, geben sie keine Auskunft.

§ 6. Mechanische Kräfte.

Soweit es sich um die Kräfte handelt, welche bei unseren Versuchen zur Geltung kommen, bilden die Grundgleichungen in der Form (B_1) (C_1) den geeignetsten Ausgangspunkt. In allen anderen Fällen aber können wir von den aus (B_1) (C_1) gezogenen Folgerungen leicht zu den Folgerungen übergehen, welche wir aus (B') und (C) gewonnen haben würden, indem wir in unseren Resultaten

$$p = 0, \qquad v = u, \qquad \frac{\delta}{\delta t} = \frac{\partial}{\partial t} \tag{22}$$

setzen.

Wir multipliciren die erste der Gleichungen (B_1) mit $\mathsf{M} + [v\mathfrak{E}]$, die zweite mit $\mathsf{E} - [v\mathfrak{M}]$ und addiren; dann entsteht nach (f):

$$-\Gamma\Big[(\mathsf{E} - [v\mathfrak{M}])(\mathsf{M} + [v\mathfrak{E}])\Big] =$$
$$\left(\frac{\delta\mathfrak{M}}{\delta t} + \Gamma(\mathfrak{M}) \,.\, v\right) \cdot (\mathsf{M} + [v\mathfrak{E}]) + \left(\frac{\delta\mathfrak{E}}{\delta t} + \Gamma(\mathfrak{E}) \,.\, v + \Lambda\right) \cdot (\mathsf{E} - [v\mathfrak{M}]).$$

Nun folgt aus (C_1) unter Benutzung von (c):

$$\mathsf{M} \cdot \frac{\delta\mathfrak{M}}{\delta t} + \mathsf{E} \cdot \frac{\delta\mathfrak{E}}{\delta t} =$$
$$\mathsf{M} \cdot \frac{\delta(\mu\mathsf{M})}{\delta t} + \mathsf{E} \cdot \frac{\delta(\varepsilon\mathsf{E})}{\delta t} + \varepsilon_0\mu_0(p+v) \cdot \frac{\delta[\mathsf{EM}]}{\delta t} + 2\varepsilon_0\mu_0 \frac{\delta(p+v)}{\delta t} \cdot [\mathsf{EM}],$$

und somit

$$\left.\begin{aligned} &-\Gamma\Big[(\mathsf{E} - [v\mathfrak{M}])(\mathsf{M} + [v\mathfrak{E}])\Big] = \\ &\mathsf{E} \cdot \frac{\delta(\varepsilon\mathsf{E})}{\delta t} + \mathsf{M} \cdot \frac{\delta(\mu\mathsf{M})}{\delta t} + \varepsilon_0\mu_0(p+v) \cdot \frac{\delta[\mathsf{EM}]}{\delta t} + 2\varepsilon_0\mu_0 \frac{\delta(p+v)}{\delta t} \cdot [\mathsf{EM}] + \mathsf{E} \cdot \Lambda \\ &+ v \cdot \Big\{\Gamma(\mathfrak{E})\mathsf{E} + \Gamma(\mathfrak{M})\mathsf{M} + \frac{\delta}{\delta t}[\mathfrak{E}\mathfrak{M}] + [\Lambda\mathfrak{M}] + [\Gamma(\mathfrak{E})v \cdot \mathfrak{M}] - [\Gamma(\mathfrak{M})v \cdot \mathfrak{E}]\Big\} \end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Andererseits haben wir aus (A):

$$W = \int_\infty w\,d\tau,$$

wo

$$w = \tfrac{1}{2}(\mathsf{E}.\mathfrak{E} + \mathsf{M}.\mathfrak{M}) + \varepsilon_0\mu_0(p+v).[\mathsf{EM}],$$

oder nach (C_1) auch

$$w = \tfrac{1}{2}(\varepsilon\mathsf{E}^2 + \mu\mathsf{M}^2) + 2\varepsilon_0\mu_0(p+v).[\mathsf{EM}]. \tag{24}$$

Wir bilden $\frac{\delta w}{\delta t}$, und beachten dabei, daß die Werthe von ε und μ an der bewegten Materie haften, daß also

$$\frac{\delta\varepsilon}{\delta t} = -v.\nabla\varepsilon, \qquad \frac{\delta\mu}{\delta t} = -v.\nabla\mu$$

ist. So ergiebt sich aus (24):

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta w}{\delta t} &= \mathsf{E}\cdot\frac{\delta(\varepsilon\mathsf{E})}{\delta t} + \tfrac{1}{2}\mathsf{E}^2 v.\nabla\varepsilon + \mathsf{M}\cdot\frac{\delta(\mu\mathsf{M})}{\delta t} + \tfrac{1}{2}\mathsf{M}^2 v.\nabla\mu \\ &+ 2\varepsilon_0\mu_0(p+v)\cdot\frac{\delta[\mathsf{EM}]}{\delta t} + 2\varepsilon_0\mu_0\frac{\delta(p+v)}{\delta t}\cdot[\mathsf{EM}]\end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Aus (23) und (25) folgt:

$$-\Gamma\big[(\mathsf{E}-[v\mathfrak{M}])(\mathsf{M}+[v\mathfrak{E}])\big] = \frac{\delta w}{\delta t} + \mathsf{E}.\Lambda - p.\varepsilon_0\mu_0\frac{\delta[\mathsf{EM}]}{\delta t} + v.f, \tag{26}$$

wo

$$\left.\begin{aligned}f &= \Gamma(\mathfrak{E})\mathsf{E} - \tfrac{1}{2}\mathsf{E}^2\nabla\varepsilon + \Gamma(\mathfrak{M})\mathsf{M} - \tfrac{1}{2}\mathsf{M}^2\nabla\mu + [\Lambda\mathfrak{M}] \\ &+ \frac{\delta}{\delta t}\{[\mathfrak{E}\mathfrak{M}] - \varepsilon_0\mu_0[\mathsf{EM}]\} + [\Gamma(\mathfrak{E})v.\mathfrak{M}] - [\Gamma(\mathfrak{M})v.\mathfrak{E}].\end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Wir multipliciren die Gleichung (26) mit $d\tau$ und integriren über das ganze Feld. Dann bildet sich links ein Oberflächen-Integral, dessen Integrand überall Null ist. Rechts entsteht aus dem ersten Glied: $\frac{\delta W}{\delta t} = \frac{\partial W}{\partial t}$. Also:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_\infty \mathsf{E}\cdot\Lambda\,d\tau - p\cdot\frac{\partial}{\partial t}\int_\infty \varepsilon_0\mu_0[\mathsf{EM}]\,d\tau + \int_\infty v\cdot f\,d\tau. \tag{28}$$

Zunächst fassen wir die Partialgeschwindigkeiten gemäß (22) in eine zusammen, indem wir $p = 0$, $v = u$ setzen. Wir erhalten so:

$$-\frac{\partial W}{\partial t} = \int_\infty \mathsf{E}\cdot\Lambda\,d\tau + \int_\infty u\cdot f_0\,d\tau, \tag{29}$$

wo

$$\left.\begin{aligned} f_0 = \; & \Gamma(\mathfrak{E})\mathsf{E} - \tfrac{1}{2}\mathsf{E}^2\nabla\varepsilon + \Gamma(\mathfrak{M})\mathsf{M} - \tfrac{1}{2}\mathsf{M}^2\nabla\mu + [\Lambda\mathfrak{M}] \\ & + \frac{\partial}{\partial t}\{[\mathfrak{E}\mathfrak{M}] - \varepsilon_0\mu_0[\mathsf{E}\mathsf{M}]\} + [\Gamma(\mathfrak{E})u\,.\,\mathfrak{M}] - [\Gamma(\mathfrak{M})u\,.\,\mathfrak{E}]. \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Nun ist erfahrungsmäßig $\int_\infty \mathsf{E}\cdot\Lambda\, d\tau$ der Energiebetrag, welcher per Zeiteinheit in den Leitern in der Form von Wärme und chemischer Energie abgegeben wird. Die Gleichung (29) lehrt also, daß das Energieprincip gewahrt ist, sofern wir W als die elektromagnetische Energie des Feldes und $\int_\infty u\,.\,f_0\, d\tau$ als die in der Zeiteinheit geleistete mechanische Arbeit betrachten dürfen. Als Energie dürfen wir jede eindeutige Function von E, M und u ansprechen; den von Gleichung (29) geforderten Werth haben wir bereits in (A) vorweggenommen. Der Arbeit dürfen wir den angegebenen Werth zuschreiben, wenn wir ohne Widerspruch erstens mit unseren Grundannahmen und zweitens mit der Erfahrung f_0 als die auf den Inhalt der Volumeinheit wirkende Kraft ansehen dürfen.

Bezüglich der ersten Forderung bemerken wir, das für ein Volumelement im Vacuum gilt:

$$\Gamma(\mathfrak{E}) = \Gamma(\mathfrak{M}) = \nabla\varepsilon = \nabla\mu = \Lambda = 0, \qquad \varepsilon = \varepsilon_0, \qquad \mu = \mu_0,$$

und ferner nach unserer Festsetzung (s. pag. 79):

$$u = 0, \qquad \text{also} \qquad \mathfrak{E} = \varepsilon_0\mathsf{E}, \qquad \mathfrak{M} = \mu_0\mathsf{M}.$$

Es wird also in f_0 jedes einzelne Glied gleich Null. Daher bleibt $u = 0$, wenn es einmal $= 0$ war. Unsere Festsetzung kann somit nicht zu einem inneren Widerspruch führen.

Unsere Erfahrungen über die mechanischen Kräfte elektromagnetischen Ursprungs entspringen ausschließlich der Beobachtung der relativen Bewegungen der Körper. Wir benutzen daher die Gleichung (28). In dieser erscheint die geleistete Arbeit in zwei Theile zerlegt: Der erste Theilbetrag entspricht einer Bewegung, welche alle Körper des Feldes gemeinsam als starres System ausführen, und bedeutet, daß eine solche Bewegung durch eine Kraft

$$F = -\frac{\partial}{\partial t}\int_\infty \varepsilon_0\mu_0[\mathsf{E}\mathsf{M}]\, d\tau$$

unterstützt wird.

Der zweite Theilbetrag $\int_\infty v\,.\,f d\tau$ entspricht den relativen Bewegungen der im Felde vorhandenen Körper; er bedeutet, daß diese Bewegungen durch die Kräfte f beherrscht sind. Es fragt

sich also, ob die f in (27) thatsächlich die von uns beobachteten Kräfte sind.

Aus dem Ausdruck von f können wir zunächst die beiden letzten Glieder ausscheiden. Das erste dieser Glieder bedeutet eine Kraft auf ein bewegtes elektrisch geladenes Theilchen, welche dasselbe normal zur magnetischen Polarisation und normal zu seiner Bewegungsrichtung fortzutreiben sucht. An ausgedehnten Massen wird sie wegen der Kleinheit des Factors v kaum nachzuweisen sein. (Sie ist herbeigezogen worden zur Deutung der an den Kathodenstrahlen beobachteten Erscheinungen und des Zeeman-Effects.) Aber wie dem auch sein mag: die Arbeit einer solchen Kraft ist Null; ihre Existenz oder Nichtexistenz ändert also nichts bezüglich der Energiegleichung. Das gleiche gilt für die Kraft auf ein im elektrischen Felde bewegtes magnetisches Theilchen, welche durch das zweite der in Frage stehenden Glieder dargestellt wird. In Zeichen: nach (d) ist $v.[v\mathfrak{M}] = 0$, $v.[v\mathfrak{E}] = 0$; wir hätten also in (23) sogleich die beiden letzten Terme unterdrücken können.

Weiter: Der Term $\frac{\delta}{\delta t}\{[\mathfrak{E}\mathfrak{M}] - \varepsilon_0\mu_0[\mathsf{E}\,\mathsf{M}]\}$ bezeichnet zwei Partialkräfte, welche stets so klein bleiben, daß jede einzelne von ihnen höchstens in äußerst verdünnten Gasen zu wahrnehmbaren Bewegungen führen könnte (vgl. Hertz, Ausbreitung der elektrischen Kraft, pag. 284; Helmholtz, Wissenschaftl. Abhandlungen, Bd. 3, pag. 531 f.). In diesem Fall aber ist $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$; die beiden Kräfte compensiren sich daher in den Größen niedrigster Ordnung; es bleiben nur Glieder der Form $\frac{p+v}{\omega_0^2}\frac{\delta}{\delta t}$ übrig, welche unter keinen Umständen zu merkbaren Bewegungen Anlaß geben können.

Die wahrnehmbaren Kräfte werden somit dargestellt durch die fünf ersten Terme in f. Diese bezeichnen in strenger Vollständigkeit die Kräfte im relativ ruhenden, stationären Felde. Diese Kräfte sind es zugleich, welche das Object aller genauen Messungen bilden. Um sie als Functionen von E und M auszudrücken, haben wir die Werthe von $\mathfrak{M}$, $\Gamma(\mathfrak{E})$, $\Gamma(\mathfrak{M})$ aus (C_2) und (8) zu entnehmen. Aus (8b) folgt:

$$\Gamma(\mathfrak{E})\mathsf{E} = \Gamma(\varepsilon\mathsf{E})\mathsf{E} + \varepsilon_0\mu_0(p.\Lambda)\mathsf{E},$$

oder nach (e):

$$= \Gamma(\varepsilon\mathsf{E})\mathsf{E} + \varepsilon_0\mu_0\{(\Lambda.\mathsf{E})p - [\Lambda[p\mathsf{E}]]\}.$$

Den letzten Term vereinigen wir mit dem Term $[\Lambda\mathfrak{M}]$ in f, und

[illegible]

[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible]

§ [illegible]. [illegible]

[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible]

[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible] der linken Seite [illegible]

$$[illegible]$$

[illegible] Form.

$$[illegible]$$

[illegible] rechte Seite [illegible]

$$[illegible]$$

wo

$$\begin{aligned} T &= [\mathsf{E}\mathsf{M}]+[\mathsf{E}[u\mathfrak{E}]]+[\mathsf{M}[u\mathfrak{M}]] \\ f_1 &= -[\mathfrak{E}\cdot\mathsf{P}[u\mathfrak{M}]]+[\mathfrak{M}\cdot\mathsf{P}[u\mathfrak{E}]] \\ w &= \tfrac{1}{2}(\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\cdot\mathfrak{M})+\varepsilon_0\mu_0 u\cdot[\mathsf{E}\mathsf{M}]. \end{aligned} \tag{33}$$

Den Ausdruck für T müssen wir umformen. Es ist nach (e):

$$\begin{aligned} [\mathsf{E}[u\mathfrak{E}]]+[\mathsf{M}[u\mathfrak{M}]] &= (\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\cdot\mathfrak{M})u-(u\cdot\mathsf{E})\mathfrak{E}-(u\cdot\mathsf{M})\mathfrak{M} \\ &= (\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\cdot\mathfrak{M})u-(u\cdot\mathsf{E})\varepsilon\mathsf{E}-(u\cdot\mathsf{M})\mu\mathsf{M} \\ &\quad -\varepsilon_0\mu_0\{-(u\cdot\mathsf{E})[u\mathsf{M}]+(u\cdot\mathsf{M})[u\mathsf{E}]\}. \end{aligned}$$

Aber

$$\begin{aligned} \{\ \} &= [u\{\mathsf{E}(u\cdot\mathsf{M})-\mathsf{M}(u\cdot\mathsf{E})\}] = [u[u[\mathsf{E}\mathsf{M}]]] \\ &= (u\cdot[\mathsf{E}\mathsf{M}])u-u^2[\mathsf{E}\mathsf{M}] \end{aligned}$$

und

$$\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\cdot\mathfrak{M} = \varepsilon\mathsf{E}^2+\mu\mathsf{M}^2+2\varepsilon_0\mu_0 u\cdot[\mathsf{E}\mathsf{M}].$$

Also

$$\begin{aligned} T = (1+\varepsilon_0\mu_0 u^2)[\mathsf{E}\mathsf{M}]+\tfrac{1}{2}(\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\,.\,\mathfrak{M})u+\tfrac{1}{2}(\varepsilon\mathsf{E}^2+\mu\mathsf{M}^2)u-(u\cdot\mathsf{E})\varepsilon\mathsf{E} \\ -(u\cdot\mathsf{M})\mu\mathsf{M}. \end{aligned}$$

Wir können daher (32) in folgender Form schreiben:

$$-\Gamma(\Sigma+w_1 u)-\Gamma(Y) = \frac{\partial w}{\partial t}+\mathsf{E}\cdot\Lambda+u\cdot(f_0+f_1)$$

oder (34)

$$\int(\Sigma_n+w_1 u_n)\,dS+\int Y_n\,dS = \frac{\partial}{\partial t}\int w\,d\tau+\int\mathsf{E}\cdot\Lambda\,d\tau+\int u\cdot(f_0+f_1)\,d\tau,$$

wo S die Oberfläche von τ, n die innere Normale von dS,

$$\Sigma = (1+\varepsilon_0\mu_0 u^2)[\mathsf{E}\mathsf{M}] \tag{35}$$

$$\begin{aligned} w_1 &= \tfrac{1}{2}(\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\cdot\mathfrak{M}) \\ w &= \tfrac{1}{2}(\mathsf{E}\cdot\mathfrak{E}+\mathsf{M}\cdot\mathfrak{M})+\varepsilon_0\mu_0 u\cdot[\mathsf{E}\mathsf{M}] \end{aligned} \tag{36}$$

$$Y_n = \tfrac{1}{2}(\varepsilon\mathsf{E}^2+\mu\mathsf{M}^2)u_n-(u\cdot\mathsf{E})\varepsilon\mathsf{E}_n-(u\cdot\mathsf{M})\mu\mathsf{M}_n \tag{37}$$

oder

$$\left.\begin{aligned} & Y^n = -u\cdot x^n, \text{ wo } x^n \text{ ein Vector mit den Componenten } x^n_x, x^n_y, x^n_z; \\ & x^n_x = x^x_x\cos(nx)+x^y_x\cos(ny)+x^z_x\cos(nz); \\ & x^x_x = -\tfrac{1}{2}(\varepsilon\mathsf{E}^2+\mu\mathsf{M}^2)+\varepsilon\mathsf{E}_x\mathsf{E}_x+\mu\mathsf{M}_x\mathsf{M}_x \\ & x^y_x = x^x_y = \varepsilon\mathsf{E}_x\mathsf{E}_y\mu\mathsf{M}+{}_x\mathsf{M}_y \text{ etc.} \end{aligned}\right\} \tag{37'}$$

f_0 und f_1 aus (30) und (33).

Die Gleichung (34) können wir folgendermaßen interpretiren: Die Energie der Volumeinheit ist w; hiervon haftet der Antheil w_1 an der Materie derart, daß er ihre Bewegungen theilt. Abgesehen von dieser Fortführung der Energie findet eine Strömung derselben durch Strahlung im Betrage Σ statt. Zu den bereits betrachteten Kräften f_0 treten neue Volumkräfte f_1; diese enthalten ebenso, wie die letzten Partialkräfte in f_0 die Geschwindigkeit als Factor; ihre Existenz ändert nichts an den in § 6 gezogenen Schlüssen. Endlich erhalten wir neben diesen Volumkräften noch Oberflächen-Spannungen π; sie sind identisch mit den Spannungen der Maxwell'schen und der Hertz'schen Theorie.

Diese Interpretation der Gleichung (34) giebt der Strahlung Σ den in (E) geforderten und in §§ 2—5 benutzten Ausdruck. Sie ist also eine für uns zulässige Interpretation — aber keineswegs die einzige. In der That ist willkürlich zunächst die Art, wie wir die in die Richtung von u fallende Componente von T in zwei Theile zerlegt haben. Ferner aber hätten wir die Größe $\Gamma\left[[u\mathfrak{M}][u\mathfrak{E}]\right]$, welche wir in die Form $-u\cdot f_1$ brachten, auch als $-\Gamma\left\{(u\cdot[\mathfrak{E}\mathfrak{M}])\,u\right\}$ mit $-\Gamma(T)$ vereinigt lassen können. Das heißt zusammen: wir dürfen die mitgeführte Energie w_1 um einen willkürlichen Betrag vergrößern, sofern wir nur um den gleichen Betrag auch die Normalcomponente π_n^n der Oberflächenspannungen vermehren, und wir dürfen ferner, unter Aufgabe der Kräfte f_1, noch den Betrag $u\cdot[\mathfrak{E}\mathfrak{M}]$ zu w_1 hinzufügen. Die oben gewählte Darstellung ergiebt den möglichst engen Anschluß an die Deutung, welche Hertz seinen Gleichungen gegeben hat.

Anhang.

In dem vorstehenden Abriß der Elektrodynamik haben wir uns darauf beschränkt, zu zeigen, daß sich alle Beobachtungen, welche die Abhängigkeit der elektromagnetischen Vorgänge von den wahrnehmbaren Bewegungen der Körper betreffen, in ein einfaches Gesetz zusammenfassen lassen. Dieses Gesetz, in Gleichungen formulirt, stellten wir an die Spitze unserer Betrachtungen. Aus ihm deducirten wir, was vorgehen müsse; und wir fanden unsere Deductionen durch die Erfahrung bestätigt. In dieser Darstellung ergab sich nirgends ein Anlaß, neben den ponderablen Körpern einen „Aether" einzuführen; es genügte, anzunehmen, daß sich auch in einem von Materie freien Raum elektromagnetische Energie ausbreiten könne.

Wir wollen nun nachträglich unsere Grundannahmen der Anschauung näher zu bringen suchen durch Einführung eines überall vorhandenen, die Materie durchdringenden Etwas, das wir „Aether“ nennen wollen, ohne uns damit irgend eine der Vorstellungen zu eigen zu machen, welche im Lauf der Zeit mit diesem Wort verknüpft worden sind. Es ist nicht unsere Meinung, daß durch solche Bildersprache das geringste gewonnen werde bezüglich der oben abgehandelten Theorie. Aber möglicherweise kann sie einen heuristischen Werth gewinnen bei dem weiteren Ausbau dieser Theorie. Wir geben also demjenigen Theil unserer Grundannahmen, welcher sie von den Maxwell-Hertz'schen unterscheidet, nunmehr die folgende Fassung:

Ueberall ist Aether vorhanden, und überall ist er in absoluter Ruhe. Alle Geschwindigkeiten, von denen wir sprechen, sind Geschwindigkeiten relativ zum Aether. Unseren bisherigen Erfahrungen gegenüber genügt es, die Fixsterne ohne „Eigenbewegung“ als ruhend gegen den Aether anzusehen. — Die Polarisationen $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{M}$ gehören zum Theil dem Aether, zum Theil der Materie an. Jeder der beiden Antheile ist das Product aus Feldintensität und elektrischer, bezw. magnetischer Constante. Dem Aether kommen die Constanten ε_0, μ_0 zu, der Materie die Constanten

$$\varepsilon_1 = \varepsilon - \varepsilon_0, \qquad \mu_1 = \mu - \mu_0. \qquad (C^1)$$

Die Feldintensitäten sind in der Materie die Größen E, M, welche auf der linken Seite der Gleichungen (B) auftreten, — dieselben, welche auch für den Fall der Ruhe gelten würden; denn die in (B) auftretenden Flächen und Curven liegen fest in der Materie. Die Feldintensitäten sind im Aether Größen E_0, M_0, welche sich von E, M durch „inducirte“ Antheile unterscheiden; denn der Aether hat gegen das Bezugssystem der Gleichungen (B) die Geschwindigkeit $-u$. Es ist

$$\mathsf{E}_0 = \mathsf{E} - [u \,.\, \mu_0 \mathsf{M}]; \qquad \mathsf{M}_0 = \mathsf{M} + [u \,.\, \varepsilon_0 \mathsf{E}] \qquad (C^2)$$

und die Polarisationen sind

$$\mathfrak{E} = \varepsilon_1 \mathsf{E} + \varepsilon_0 \mathsf{E}_0; \qquad \mathfrak{M} = \mu_1 \mathsf{M} + \mu_0 \mathsf{M}_0. \qquad (C^3)$$

Straßburg i. E., im Mai 1901.

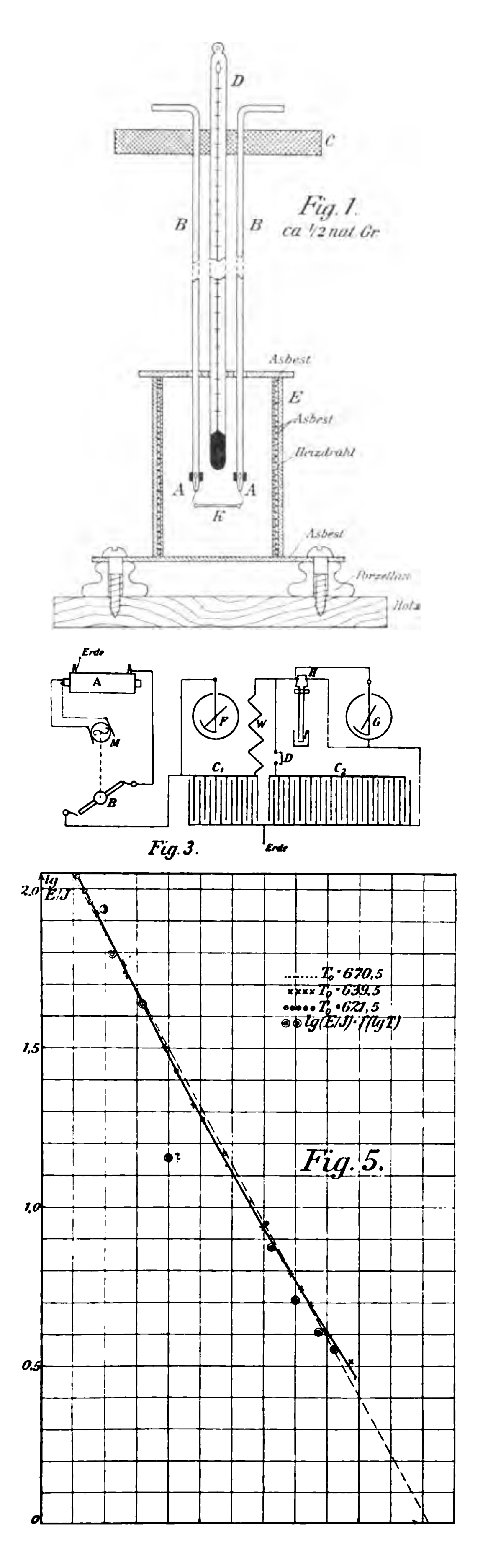

D
C
B
B
Fig. 1.
ca 1/2 nat. Gr.
Asbest
E
Asbest
Heizdraht
A
A
K
Asbest
Porzellan
Holz
Erde
A
M
B
F
W
H
D
G
C_1
C_2
Erde
lg E/J
2,0
1,5
1,0
0,5
0
T_0 = 670,5
T_0 = 639,5
T_0 = 621,5
lg(E/J) = f(lg T)
Fig. 3.

Fig. 5.

Ueber die Gliederung der norddeutschen Unteren Kreide.

Von

A. von Koenen.

Vorgelegt in der Sitzung vom 20. Juli 1901.

Die alte Bezeichnung Roemer's für die Untere Kreide „Hilskonglomerat, Hilssandstein und Hilsthon“ wird bis in die neueste Zeit gebraucht, obwohl Strombeck schon gezeigt hatte, daß ein wesentlicher Theil des Hilssandstein's dem Gault angehört, und von dem Hilsthon den Speeton-Thon und Gargas-Mergel unterschieden hatte. Diese, das „Aptien“ wollten freilich v. Strombeck und Ewald dem „Gault“ zurechnen, obwohl dieser bei Folkstone so tiefe Schichten nicht enthält.

Neumayr und Uhlig hatten dann vor 20 Jahren alles damals in Museen und Sammlungen aufbewahrte Material in ihrer trefflichen Monographie der „Ammonitiden der norddeutschen Hilsbildungen“ beschrieben und abgebildet; sie hatten sehr wohl erkannt, daß die Arten verschiedenen Horizonten angehörten, und hatten auch versucht, die 96 von ihnen beschriebenen Arten in Faunen einigermaaßen zu gruppiren, doch war eine genauere Gliederung schon deshalb unmöglich, weil ihnen die Fundorte und Aufschlüsse in den betreffenden Schichten ganz unbekannt waren, und nähere Angaben darüber im Allgemeinen fehlten.

Im Jahre 1884 beschrieb dann O. Weerth in seiner bedeutsamen Arbeit über „die Fauna des Neocom-Sandstein's im Teutoburger Walde“ unter Anderen 30 Arten Ammonitiden, worunter nur etwa 10 schon von Neumayr et Uhlig aufgeführte, und stellte diesen Sandstein zum „mittleren Neocom“.

Ferner zeigten Dames und später Maas, daß gewisse Sandsteine vom nördlichen Harzrande nicht dem Gault, sondern dem Neocom zuzurechnen seien.

Einen Entwurf einer specielleren Gliederung versuchte dann auf Grund einer Anzahl werthvoller Beobachtungen G. Müller (Beitrag zur Kenntniß der unteren Kreide im Herzogthum Braunschweig), und an ihn lehnte sich Maas in einer zweiten Abhandlung an.

Diese Gliederung konnte eine wirklich specielle aber schon deshalb nicht sein, weil die Ammonitenfaunen einer neuen Untersuchung unterzogen werden mußten, weil die Belemniten, die vorzugsweise zur Unterscheidung seiner Zonen benutzt wurden, noch nicht genügend untersucht sind, zumal in Rücksicht auf ihre vertikale Verbreitung, weil die von ihm angeführten Ammonitiden zum Theil noch einer schärferen Bestimmung bedurften, und weil endlich im Herzogthum Braunschweig das unterste „Neocom" theils überhaupt zu fehlen scheint, theils durch konglomeratische Gesteine vertreten ist, ebenso auch einzelne höhere Zonen bei Salzgitter.

Inzwischen hatten aber 1892 Pavlow und Lamplugh (Argile de Speeton et leurs équivalents) gezeigt, daß der Speeton-clay der Küste von Yorkshire nicht nur einen Horizont, sondern die ganze untere Kreide bis zum Aptien enthält, und hatten einen Parallelisirung der Zonen des obersten Jura und der unteren Kreide in Rußland, England, Norddeutschland und den Alpen gegeben, und diese Parallelisirung wurde 1896 von Pavlow (The Classification of the strata between the Kimeridgian and the Aptian) in etwas modificirt. Er war hierbei aber durch die Ansichten Struckmann's über das Alter des Wälderthon's beeinflußt, welche durch die Preisarbeit von Koert (über die Grenzschichten von Jura und Kreide etc. Göttingen 1898) widerlegt wurden, wie ich dies in diesen Nachrichten 1893, 3, S. 311 ff. weiter ausgeführt habe, und es ist daher selbstverständlich, daß auch Pavlow's letzte Gliederung noch einzelner Veränderungen bedarf.

Vor Allen ergab aber die Untersuchung unserer Kreidebildungen, Dank einer Reihe von neuen oder doch bisher nicht bekannten Fundorten eine große Zahl von neuen Formen, mit deren Untersuchung ich mich in den letzten Jahren beschäftigt habe, und diese jetzt abgeschlossene Arbeit behandelt 180 Arten von Ammonitiden, obwohl ich über 20 der von Neumayr et Uhlig und 16 der von Weerth beschriebenen nicht weiter besprochen habe, da mir keine oder doch keine anderen oder besseren Exemplare der betreffenden Arten vorlagen. Die neuen Fundorte sind fast

ausschließlich Thongruben und zeigen dieselbe Facies, ihre Faunen sind im Allgemeinen analog und also besser mit einander vergleichbar; meistens ist nur eine Zone in derselben Thongrube vertreten, so daß eine Vermischung verschiedener Faunen dann ziemlich ausgeschlossen ist, wie sie sonst kaum vermieden werden kann, da bei der Seltenheit der Fossilien diese nur ganz ausnahmsweise aus dem anstehenden Gestein entnommen werden können, vielmehr auf den Haufen von Thon oder Geoden gesammelt oder von den Arbeitern gekauft werden mußten.

Es sei hier aber bemerkt, daß ich außer dem in den öffentlichen Sammlungen von Berlin, Breslau, Clausthal, Halle, Hannover, Hildesheim, Leipzig und Münster aufbewahrten Material namentlich die reichen Sammlungen der Herren Bode, Brandes, Hoyer und Weerth benutzen konnte.

Wesentlich durch die Arbeiten von Kilian, Leenhardt, Lory, Paquier, Roman, Sayn, Simionescu etc. war nun in den letzten 12 Jahren die Kenntniß der unteren Kreidebildungen im Gebiete der französischen Alpen und Voralpen außerordentlich gefördert worden, und die von diesen angenommene Theilung in Berriasien, Valanginien, Hauterivien, Barrêmien, Aptien, Albien etc. läßt sich auch für die Abtheilungen der norddeutschen Unteren Kreide sehr wohl durchführen, wie ja auch Pavlow in seiner letzten Arbeit sie angenommen hatte; es ist aber möglich gewesen, eine noch größere Zahl von einzelnen Zonen mit ganz verschiedenen Ammonitiden-Faunen scharf zu unterscheiden, so daß ich zur Zeit die unten folgende Eintheilung bei uns durchführen kann. Ich halte es aber immerhin für möglich, daß sich darin noch Lücken finden, die durch weitere Aufschlüsse ausgefüllt werden können, ebenso, wie durch meine Arbeit die Faunen sicher nicht erschöpfend bekannt gemacht werden; habe ich doch noch eine Reihe von Bruchstücken, welche mit keiner der bekannten oder von mir beschriebenen Arten übereinzustimmen scheinen, in Folge ihrer ungenügenden Erhaltung aber eine nähere Bestimmung oder Beschreibung nicht gestatten.

Die Abtheilungen des Valanginien, Hauterivien, Barrêmien, Aptien, Albien sind aber jedenfalls als gleichwerthig denen der Oberen Kreide, dem Cenoman, Turon, Senon und ev. Danien anzusehen.

Albien (Gault)		
Aptien	Oberes	Zone des Hoplites furcatus Sow.
	Unteres	Zone des Hoplites Deshayesi Leym. Zone des H. Weissi und Acanthoceras Albrechti Austriae Hoh.
Barrêmien	Oberes	Zone des Ancyloceras trispinosum v. K. u. Desmoceras Hoyeri v. K. Zone des Ancyloceras innexum v. K., Crioceras pingue v. K. u. Hamulina cf. paxillosa Uhlig. Zone des Ancyloceras costellatum v. K., Crioceras Denckmanni G. Müll. u. C. Andreae v. K.
	Unteres	Zone des Ancyloceras crassum v. K. und Crioceras fissicostatum Neum. et Uhlig. Zone des Crioceras elegans v. K.
Hauterivien	Oberes	Zone des Crioceras Strombecki v. K. und Olcostephanus Phillipsi Roemer (Teutoburger-Wald-Sandstein pars). Zone des Crioceras capricornu Roemer.
	Unteres	Zone des Hoplites noricus Roemer und H. radiatus Brug.
Valanginien	Oberes	Zone des Olcostephanus terscissus v. K. und Crioceras curvicosta v. K. Zone des O. psilostomus Uhlig und Saynoceras verrucosum d'Orb.
	Unteres	Zone des Olcostephanus Keyserlingi Neum. et Uhlig. Zone des Oxynoticeras Gevrili d. Orb. und O. heteropleurum Uhlig.
Berriasien		Wealden oder Wälderthon.

Arbeiten aus dem pathologischen Institut in Göttingen.

Achter Bericht.

Von

J. Orth.

Vorgelegt in der Sitzung am 20. Juli 1901.

1. Nachdem Dank der experimentellen Pathologie festgestellt worden war, daß für die Miliartuberkulose der Lunge wie für die zur gewöhnlichen Lungenschwindsucht führenden Prozesse eine gemeinsame Ursache, die man zunächst als Virus tuberculosum bezeichnete, anzunehmen sei, nachdem dann dieses Virus tuberculosum durch Koch in dem nach ihm benannten Bacillus oder dem Tuberkelbacillus erkannt worden war, erhob sich die Frage, ob die sämmtlichen in schwindsüchtigen Lungen vorkommenden Veränderungen von den Tuberkelbacillen allein oder durch eine gemeinsame Wirkung von TB und anderen Mikroorganismen oder gar durch andere Organismen ohne Mithülfe der TB hervorgerufen würden. Insbesondere kamen dabei in Frage jene exsudativen — also nach allgemeinem Sprachgebrauch entzündlichen Vorgänge, welche man als käsig pneumonische bezeichnet und für deren Abhängigkeit von den TB ich wiederholt eingetreten bin, von denen aber besonders Ortner behauptete, daß sie zunächst ohne Mithülfe von TB stets durch andere Organismen, besonders den Pneumoniecoccus erzeugt würden. Bei der großen Wichtigkeit dieser Streitfrage sowohl für die rein wissenschaftliche Betrachtung wie für die praktische Medizin habe ich schon im Jahre 1895 meinen damaligen Assistenten, Herrn Dr. Ophüls veranlaßt, die Frage nach der Ursache der käsigen Pneumonie

sowohl histologisch wie bakteriologisch (an Schnitten wie durch Culturen) zu studieren. Durch die Berufung des Herrrn Ophüls nach Nordamerika mußte die Arbeit unterbrochen werden und konnte erst am Cooper medical college in San Francisco zum Abschluß gebracht werden. Wenn sonach auch die Untersuchung nicht ausschließlich dem pathologischen Institut in Göttingen angehört, so ist sie doch hier geplant und zum größten Theil zur Ausführung gelangt, so daß ich an dieser Stelle darüber berichten darf, während Herr Ophüls im Amer. Journ. of the med. Sc. July, 1900 eine vorläufige Mittheilung gemacht hat.

Da bereits festgestellt war, daß in den Zerfallshöhlen der Lunge, den Cavernen, eine reichere Flora von Microorganismen vorkommt, so sei zunächst das Resultat der bacteriologischen Untersuchung von 26 Cavernen mitgetheilt: in 7 wurden ausschließlich TB gefunden, in 19 ein Gemisch von TB mit anderen Bacterien und zwar 1mal mit Streptococcus pyogenes, 5mal mit Pseudodiphtheriebacillen, 6mal mit Pneumococcen, 4mal mit einem Gemisch der beiden letzten, 2mal mit einem solchen von Streptococcen und Staphylococcen und 1mal mit einem solchen von Pneumococcen und Staphylococcen. Sonach wurden die einzelnen Formen der Microorganismen gefunden: TB 26mal, Pneumococcen 11mal, Pseudodiphtheriebacillen 9mal, Staphylococcen und Streptococcen je 3mal.

Was nun die käsige Pneumonie betrifft, so hat Ophüls in 37 hintereinander folgenden Fällen von Lungenschwindsucht 25mal makroskopisch pneumonische Complicationen feststellen können, wobei natürlich nicht ausgeschlossen ist, daß auch in einzelnen der anderen Fälle noch kleine pneumonische Herde übersehen worden sein können. Das wichtigste Resultat der ätiologischen Untersuchung ist nun das, daß es käsig-pneumonische Herde gibt, in welchen nur TB gefunden werden, daß andere ein Bacteriengemisch enthalten. Histologisch zeigen diese beiden Gruppen typische Verschiedenheiten, man kann aber in einer und derselben Lunge an verschiedenen Stellen beide vorfinden.

Unter den nur TB-Befund bietenden Pneumonien unterscheidet O. eine acute Form (11 Fälle untersucht), bei welcher die Herde im Centrum käsige Masse enthalten, darum Alveolen, welche mit Fibrin, Epithelzellen und Lymphocyten gefüllt sind, dann Alveolen mit desquamirtem Epithel, einigen Lymphocyten, Oedemflüssigkeit oder ein wenig Fibrin. Die Capillaren sind oft hyperämisch, gelegentlich ist Blut in den Alveolen, das Gerüst ist unverändert. Eine chronischere Form ist dadurch ausgezeichnet, daß zwischen

dem käsigen Centrum und dem Exsudat eine Schicht tuberculösen Granulationsgewebes eingeschaltet ist, welches verschieden weit in die anstoßenden Alveolen hineinreicht. Die Alveolarsepta sind normal oder mäßig mit Lymphocyten infiltrirt, selten durch Granulationsgewebe stärker verdickt. In 18 solcher Herde wurden nur TB nachgewiesen.

Von der chronischen Form, bei welcher das tuberculöse Granulationsgewebe eine faserige Umbildung erleidet (Tendenz zur Heilung) hat O. 2 Fälle untersucht und nur TB gefunden.

Es gibt natürlich viele Uebergangsformen zwischen den 3 geschilderten; welche Form entsteht ist zum Theil sicher abhängig von der Stärke der Disposition sowie von dem Grade der Virulenz der Bakterien, aber auch von der Zahl derselben: je mehr ihrer sind um so mehr tragen die Vorgänge im allgemeinen die Zeichen der acuten. Es sind auch ganz besonders die bacillenreichen Stellen, an denen Zerfall der Käsemassen gefunden wird, der ohne jede Betheiligung anderer Organismen vor sich gehen kann, aber allerdings durch Hineingelangen von Eitercoccen in die verkästen Stellen befördert wird.

War von vornherein eine Mischinfection vorhanden, so verlaufen die Vorgänge ebenfalls bald mehr acut, bald mehr chronisch. Die acuten Formen gleichen den gewöhnlichen Bronchopneumonien wie makroskopisch, so mikroskopisch; nur manchmal deuten zahlreiche epithelioide Zellen im Exsudat auf Tuberkulose hin; Verkäsung kann zunächst ganz fehlen. Unter 16 Mischfällen wurde 9mal eine acute Bronchopneumonie ohne Verkäsung beobachtet; 4mal hatte der Prozeß mehr chronischen Charakter, 4mal war auch hier die Bildung von faserigem Bindegewebe festzustellen. Bei zweien von den letzten Fällen wurden außer TB Pseudodiphtheriebacillen gefunden, einmal allein, einmal mit Streptococcen zusammen; sonst fanden sich noch 10mal Pneumococcen (also im ganzen 16mal = 68,75%), 1mal Streptococcen, 1mal Pneumonie- und Streptococcen, 1mal ein unbekannter Coccus und im letzten Fall, wo histologisch alle Zeichen einer Mischerkrankung hervortraten, konnten gar keine anderen Organismen gefunden werden, wie O. vermuthet, weil sie zur Zeit der Section schon verschwunden, bezw. zerstört waren. O. hält es nicht für unmöglich, daß Aehnliches auch noch für einzelne anscheinend rein tuberculöse Pneumonien zutrifft, doch liegt m. E. keine Berechtigung vor, diese Erklärung etwa für alle reinen Fälle gelten zu lassen.

Gewöhnliche lobuläre und lobäre Pneumonien können sich als

Complicationen zu Lungenschwindsucht hinzugesellen, doch scheint das selten zu sein, da O. nur 2mal Bronchopneumonien und 1mal eine lobäre Pneumonie ohne Erfolg auf TB untersuchte. Für die Behauptung, solche einfachen Pneumonien könnten secundär tuberculös „inficirt" werden, fehlt nach O. jeder anatomische Beweis.

Sicherlich sind Mischinfectionen oft Todesursache, wobei eine Generalisation der hinzugekommenen Organismen eine wesentliche Rolle spielen dürfte: in 7 Fällen von Mischinfection, bei welchen andere Organe außer der Lunge bacteriologisch untersucht wurden, fanden sich 5mal solche Generalisationen; 1mal war eine allgemeine Pneumococceninfection, einmal eine solche mit Friedländer'schen Bacillen festzustellen, 2mal wurden Pneumococcen, 1mal Pseudodiphtheriebacillen in Lunge und Leber gefunden.

Solche terminalen Allgemeininfectionen können bei Phthisis auch eintreten, ohne daß eine Mischpneumonie vorhanden ist: unter 17 Fällen uncomplicirter Tuberculose der Lungen fanden sich 3 mit Streptococcen, 1 mit Staphylococcen, 7 mit nicht weiter reincultivirten Eitercoccen in diesem oder jenem Organ, insbesondere in Leber und Milz. Es hat dabei wohl ein Uebertritt der Coccen aus Cavernen direkt in die Blutbahn stattgefunden. Jedenfalls ist sicher, daß die Anwesenheit der anderen Organismen in Cavernen noch nicht beweist, daß auch im Lungengewebe eine gemeinsame Thätigkeit stattgehabt hat, denn in 7 Fällen, bei welchen O. andere Bacterien in Cavernen fand, hat er vergeblich, trotz größter Sorgfalt, nach solchen in den veränderten Gewebsabschnitten gesucht. Es darf daher auch klinisch der Befund anderer Organismen im Cavernen-Sputum noch keineswegs ohne weiteres als Beweis einer vorhandenen Mischinfection im engeren Sinne angesehen werden, wenngleich selbstverständlich ein solcher Befund immer beachtenswerth ist.

Zu ähnlichen Resultaten wie Ophüls ist Prof. Sata gekommen, welcher in Freiburg i/B. seine Untersuchungen anstellte. Sata scheint nicht so häufig unvermischte TB in Cavernen gefunden zu haben; wenn er auch weniger häufig rein tuberculöse Pneumonien gefunden hat, so rührt das nach Ophüls Meinung vielleicht davon her, daß jener nicht so sorgfältig wie O. die Möglichkeit berücksichtigt hat, daß in derselben Lunge rein tuberculös-pneumonische Herde und solche aus Mischinfection neben einander vorkommen können.

Herr Ophüls hat sich neben der Untersuchung menschlicher Lungen auch mit Experimenten über die Erzeugung von reiner Tuberculose bezw. von Mischinfectionen

bei Kaninchen und Meerschweinchen beschäftigt. Die Resultate bei beiden Thieren waren fast identisch, nur daß bei den Meerschweinchen der Proceß etwas schneller verlief. Es wurden intratracheale Injectionen gemacht von TB in Reinkultur, von Pneumococcen, von TB und Pneumococcen, sowie von Caverneninhalt, der TB und viele Eitercoccen enthielt.

Durch Injektion von TB mittelst einer langen dünnen Canüle direkt in einen Bronchus erhielt O. umschriebene, mehr oder weniger keilförmige Hepatisationen, die käsig-pneumonischen Herden in menschlichen Lungen sehr ähnlich sahen. Sie sind anfangs feucht und roth, später, nach etwa 3 Wochen, gelb und mehr trocken und hart. Die histologischen Veränderungen spielen sich ungefähr in folgender Reihenfolge ab: zuerst Oedem und theilweise Collaps, dann Proliferation (viele Mitosen) und Desquamation der Alveolarepithelien, zu gleicher Zeit erscheinen gelapptkernige Leucocyten und Lymphocyten in den Septen und im Alveolarinhalt. Die desquamierten Epithelien fließen oft zu Riesenzellen zusammen, welche eine peripherische Anordnung ihrer Kerne nicht aufweisen. Später erscheinen Mitosen in den Septen, welche dann allmählich durch Bindegewebsbildung bedeutend verdickt werden. Der Alveolarinhalt wird immer reicher an Leucocyten, besonders gelapptkernigen, und verkäst dann. Die Verkäsung erstreckt sich später auf die verdickten Septen. Die Capillaren sind zuerst hyperämisch, später werden sie anämisch und verschwinden in den verdickten Septen vollständig; die elastischen Fasern bleiben lange bestehen, werden aber in den stark verdickten Septen spärlicher und verschwinden ganz mit der Verkäsung. In dem initialen Oedem findet man dann und wann ein paar Fäserchen Fibrin und bei der Verkäsung treten auch fibrinähnliche Massen auf. Die gelapptkernigen Leucocyten in dem Exsudat in den Alveolen weisen dieselben Granula auf wie die gelapptkernigen Zellen im Blute der Thiere. Man findet keine Ansammlungen von großen mononucleären Leukocyten in den Capillaren, so daß ganz abgesehen von den Mitosen die großen Zellen in den Alveolen wohl sicher Epithelabkömmlinge sind. Eine Einwanderung von epithelioiden Zellen in das Exsudat, sowie Zeichen von Bindegewebsbildung in den Alveolen hat O. trotz eifrigen Suchens nicht finden können. Die Culturen, welche O. verwandte, waren theilweise frisch, theilweise älter; daß die älteren eine besonders starke Leucocytose hervorgerufen hätten, konnte O. nicht bemerken. In allen Präparaten enthielt der Alveolarinhalt sehr viele TB, die Septa weniger. Besonders bemerkenswert sind 2 Experimente, bei welchen junge

Meerschweinchen sehr viele TB erhalten hatten und schon innerhalb der ersten 48 Stunden verstarben. Die Lungen waren hyperämisch, ödematös; die kleineren Bronchen, die Infundibula und angrenzenden Alveolen enthielten Massen von TB, welche von dichten Schaaren von gelapptkernigen Leucocyten umgeben waren.

Die Pneumococcen-Injektionen erzeugten eine leichte Pneumonie (Collaps, Auswanderung von wenigen gelapptkernigen Zellen), welche in 5—6 Tagen heilte.

Mischinfectionen ergaben dieselben Resultate, wie Infectionen mit Reinculturen von TB. Die Pneumococcen verschwanden in kürzester Zeit. Die Injektion von Caverneninhalt mit TB und Eitercoccen ergab das nämliche Resultat. Ophüls schreibt dies auffällige Ergebnis der geringen Virulenz der Pneumococcen und Eitercoccen für die Experimentirthiere zu.

2. Der 1. Assistent des Instituts Herr Privatdocent Prof. Dr. Aschoff hat außer einem ausführlichen zusammenfassenden Referate über die Tubengravidität im Verein mit einem früheren Laboranten des Institutes, Prof. Dr. Gaylord im Berichtsjahre einen Cursus der pathologischen Histologie nebst photographischem Atlas herausgegeben, ein Werk, welches demnächst auch in englischer Sprache erscheinen wird. Da dasselbe im wesentlichen im pathologischen Institut entstanden ist, darf ich es wohl hier unter den Arbeiten aus dem Institut aufzählen. Ich kann hervorheben, daß der Atlas zu dem besten gehört, was in der Mikrophotographie zu ärztlichen Zwecken bis jetzt geleistet worden ist.

Einen wesentlichen Antheil hatte Herr Aschoff auch bei den beiden nun zu erwähnenden Arbeiten zweier Volontärassistenten.

3. Zur Prüfung der Angabe v. Winkel's, daß bei der sog. Agnathie der Unterkiefer gar nicht völlig fehle, sondern nur rudimentär gebildet sei, veranlaßte ich Herrn Dr. Kuse, die im Institut vorhandenen Exemplare von Agnathen (4 vom Menschen, 1 vom Lamm) genau zu untersuchen. Bei den 4 menschlichen Mißbildungen wurden in Uebereinstimmung mit den Angaben v. Winkels Reste der Unterkiefer gefunden, wenn auch theilweise nur solche von minimaler Größe, dagegen fehlte jede Spur der Unterkiefer in unserem sowie in 4 weiteren Fällen von Agnathie beim Lamme aus der anatomischen Sammlung. Neben der Verkümmerung des Unterkieferbogens wurde bei 2 menschlichen Agnathen auch eine solche des Hyoidbogens gefunden. Bei beiden war eine sackartige Erweiterung des Pharynx vorhanden, wie sie auch bei dem Lamme trotz guter Ausbildung des Hyoidbogens bestand, ein

Beweis, daß dieselbe unabhängig von der Entwicklung oder Nichtentwicklung des Hyoidbogens zustande gekommen ist. Die Copula des Zungenbeins, die großen Zungenbeinhörner, der Kehlkopf waren in allen Fällen wohlgebildet, dagegen fanden sich zahlreiche andere Mißbildungen innerer Organe, besonders der Herzanlage, welche auf eine sehr frühzeitige Störung der Entwicklung hindeuten, so daß auch die auffälligen Befunde an den Kiemenbögen entgegen v. Winkel's Annahme, gleichfalls als das Resultat sehr weit zurückliegender Entwicklungshemmung erklärt werden müssen.

In allen Fällen mit wohlausgebildetem Hyoidbogen war auch eine Zungenanlage vorhanden, z. Th. in flacher Ausbreitung (Lamm), z. Th. als Zunge geformt (Mensch). Diese Zungenanlage, deren genaueres Verhalten durch Herrn Aschoff festgestellt wurde, erwies sich so zusammengesetzt, daß man annehmen muß, es handele sich bei ihr nur um die hinteren Zungenabschnitte (Tuberculum impar und seine Seitenäste), während die vorderen Abschnitte (Gebiet der Unterkieferwülste) fehlten. Es bestand also eine Verkümmerung der Unterkieferbögen nebst ihren Wülsten und somit liefern diese Mißbildungen eine Bestätigung der Kallius'schen Angaben, daß der vordere und Haupttheil des Zungenkörpers bei Mensch und Schaf von den Unterkieferwülsten, der hintere Theil vom Tub. impar und seinen seitlichen Fortsätzen, auf denen beim Schaf die Papillae circumvallatae entstehen, gebildet wird. In den Fällen mit verkümmertem Hyoidbogen konnten Anlagen des hinteren Abschnitts nicht mit Sicherheit nachgewiesen werden. Die Schilddrüse kann selbst bei den höheren Graden der Mißbildung zur normalen Entwicklung kommen. —

4. In der Festschrift des pathologischen Instituts, welche ich 1893 Virchow gewidmet habe, ist von meinem damaligen Assistenten Dr. Henle ein Fall von makroskopischer Pseudotuberkulose bei Zwillingen einer tuberculösen Mutter beschrieben worden. Es waren tuberkelartige Knötchen in der Leber und dem Magen zu sehen, Geschwürchen im Dickdarm, mikroskopisch auch noch Knötchen in anderen Organen, aber es handelte sich mikroskopisch nicht um Tuberkel mit TB, sondern um necrotische Herdchen mit Bacillen anderer Art, deren Natur leider nicht genauer festgestellt wurde. Eine neue Beobachtung ähnlicher Art gab nun willkommene Gelegenheit, diese Lücke auszufüllen, welcher Arbeit sich der Volontärassistent Herr Dr. Wrede unterstützt von Herrn Aschoff unterzog.

Es handelte sich um ein 8-Monatskind, das an Lebensschwäche gestorben war. Zahlreiche miliare Knötchen am weichen Gaumen,

an den Mandeln, der Epiglottis, der Speiseröhre, beiden Nebennieren, Leber und (vereinzelt) in den Lungen. Schwellung der Lymphknötchen im unteren Ileum und im Dickdarm, Granula am Ependym der Seitenkammern, zumal rechts. Die Knötchen waren gebildet durch Anhäufungen von Zellen mit vielgestaltigen, theils rundlichen theils lang ausgezogenen Kernen; nur wenige Zellen boten den Typus der Eiterkörperchen, sie fanden sich zumeist am Rande der Knötchen. Im Centrum der Knötchen Karyorrhexis und selbst völliger Kernschwund. In sämmtlichen Knötchen, aber auch an einigen anderen umschriebenen Stellen des Gewebes zeigten sich zahlreiche kleinste, sehr häufig intracellular gelegene Stäbchen mit abgerundeten Ecken, meist zu 2 zusammenliegend, häufig auch in Ketten bis zu 6 Gliedern oder in dichten Haufen. Sie sind gut färbbar mit Löffler'schem Methylenblau sowie nach Gram; bei Unna'scher Plasmazellenfärbung nehmen sie im Gegensatz zum blauen Gewebe einen mehr röthlichen Farbenton an.

Es gelang eine Reinkultur von Organismen herzustellen, welche in ihrem Aussehen und färberischen Verhalten mit den in den Schnitten gefundenen übereinstimmten. Welcher Spezies sie angehören, das ist noch nicht sicher festgestellt, wohl aber ist es gelungen nachzuweisen, daß sie für weiße Mäuse wie für Meerschweinchen pathogen sind. Die mit je 1 ccm einer Bouillonkultur subcutan geimpften Thiere starben nach wenigen Tagen und es fanden sich Knötchen in der Leber, beim Meerschweinchen auch in den gerötheten Nebennieren, welche histologisch und bacteriologisch dasselbe Bild wie die des Kindes darboten, nur die centrale Necrose ausgeprägter zeigten. An den Impfstellen konnte nur eine leichte Röthung festgestellt werden. —

5. Da die Entstehung der sog. weichen Naevi der Haut und die Herkunft der in ihnen enthaltenen Zellenhaufen bis in die neueste Zeit hinein verschieden dargestellt worden ist, so hatte ich für den Petsche Preis dieses Thema als Aufgabe gestellt. Herr stud. Abesser hat unter Leitung von Prof. Aschoff die Frage im Institut mit Erfolg bearbeitet. Er untersuchte 16 Naevi an Serienschnitten, hauptsächlich kleine flache pigmentirte Mäler, welche die Anfangstadien der Neubildung zeigten. Diese erwies sich deutlich als eine epitheliale, wie es schon 1871 Durante und neuerdings unabhängig von ihm Unna dargelegt hat. Für die Herkunft der Naevuszellen von der Epidermis spricht unzweideutig der Entstehungsmodus, welcher in 3 Stadien abläuft. Als erstes Stadium sieht Verf. eine Wucherung der Epidermis im Naevusgebiet an, welche als Verbreiterung der Epidermis, als

klinisch durchaus das Bild einer zu schneller Verdichtung des Lungengewebes führenden acut einsetzenden Entzündung machen. Von verschiedenen Untersuchern sind solche Fälle auch neuerdings wieder mitgetheilt worden (z. B. von Borst, Würzb. Verh. N. F. XXXII, No. 2, S. 27), ganz besonders aber muß ich hinweisen auf eine Arbeit [1]) von Fraenkel u. Troje (letzterer ein früherer Assistent von Baumgarten), weil diese Autoren sich sonst in meinem Streite mit v. Baumgarten ganz auf dessen Seite stellen, so daß ihre Zustimmung in diesem einen Punkte für mich eine ganz besonders werthvolle ist. Auch diese Autoren bekämpfen die Behauptung Baumgartens, daß die — auch von ihm anerkannten — acuten exsudativen Entzündungen niemals als primäres Resultat der TB-Wirkung auftreten, sondern stets nur als secundäre Begleiterscheinungen einer ganz acuten disseminirten Tuberkelentwicklung. „Der Hauptsache nach, so sagen sie l. c. p. 95 ist die gelatinöse Infiltration (damit bezeichnen sie die frischen käsigpneumonischen Veränderungen) anfänglich ein exsudativ-entzündlicher Vorgang, obwohl reichliche Wucherung der Alveolarepithelien mit nachfolgender Desquamation derselben hier ebenso wie bei anderen Formen der Catarrhalpneumonie im Exsudat gefunden werden. Dem entsprechend ist auch die am Krankenbette zu verfolgende Entwicklung und Ausbreitung öfter eine ganz rapide, welche der der Hepatisation bei der echten Lungenentzündung an Zeit nicht sonderlich nachzustehen braucht.“ Die Aehnlichkeit mit der gewöhnlichen fibrinösen Pneumonie kann aber nach den genannten Autoren auch noch im weiteren Verlaufe hervortreten, indem die Verkäsung ausbleibt, aber eine Resolution eintritt. Solches haben sie bei 2 Kranken beobachtet, besonders aber bei einem, bei welchem (l. c. p. 94) die Infiltrationserscheinungen zu einem großen Theil langsam zurückgingen, so daß Patient nach 3 monatlichem Hospitalaufenthalt mit den Residuen eines kleinen Verdichtungsherdes entlassen werden konnte. Auch an anderer Stelle ihrer Arbeit (l. c. p. 101) betonen die Verf. ihre Beobachtung, daß in manchen Fällen die Wiederauflösung der Infiltrate bis auf das Zurückbleiben wenig umfänglicher Verdichtungsherde erfolgt, wobei der größte Theil des vordem luftleeren Parenchyms zu annähernd normaler Function zurückkehrt. Und endlich an einer dritten Stelle (l. c. p. 101) heißt es, „dringen relativ spärliche, aber mit besonders ausgesprochenen Reizungseigenschaften ausgestattete Bacillen in die Lunge, so kann der der Lösung zugängliche exsudative Prozeß überwiegen und die Krankheit unter theil-

---

1) Ztsch. f. klin. Med. 24, 1894.

schaften. 4. Die aus den Naevi hervorgehenden Melanome sind demnach als Naevuscarcinome aufzufassen. —

6. Innerhalb der epithelialen Zellstränge von Krebsen der äußeren Haut sind zwar schon verschiedentlich Einschlüsse anderer Gewebsbestandtheile, besonders solcher des Bindegewebes der Haut beschrieben worden, aber die Angaben sind so kurz und so in der Litteratur zerstreut, daß eine Zusammenfassung auf Grund eigener Untersuchungen angebracht erschien. Dieser Arbeit hat sich unter Inbetrachtnahme auch des Stromas der Krebse der 2. Assistent des Institutes, Herr Dr. Zieler unterzogen.

Untersucht wurde in erster Linie das Verhalten der elastischen Fasern, die man bald mehr bald weniger zahlreich nicht nur zwischen den Krebskörpern, sondern auch innerhalb derselben nachweisen kann. Es handelt sich dabei um Reste des ursprünglichen elastischen Fasernetzes der Haut; eine Neubildung elastischer Fasern konnte auch im Krebsstroma selbst bei sehr langsam wachsenden und Jahre lang bestehenden Krebsen nicht mit Sicherheit festgestellt werden. Die innerhalb der Krebskörper befindlichen Fasern liegen zwischen den Epithelzellen, welche anscheinend durch die fremden Zwischenlagerungen in keiner Weise gestört werden, denn man findet unmittelbar neben den Fasern die schönsten Kerntheilungsfiguren, dagegen ist niemals etwas an Fremdkörperriesenzellenbildung Erinnerndes gefunden worden. Besonders schön und zahlreich findet man die intercellularen Fasern oft erhalten in Krebsen mit ausgedehnter Verhornung oder hyaliner Degeneration der Krebszellen, ein Befund, welcher an die gleichen Beobachtungen bei tuberkulös-käsigen Vorgängen erinnert: je schneller Degeneration eintritt, um so besser erhalten sich die eingeschlossenen elastischen Fasern; die lebenden wuchernden Zellen sind ihnen offenbar am gefährlichsten. Betreffs der leimgebenden Bindegewebsfasern sind die Befunde im wesentlichen die gleichen, abgesehen davon, daß sie weit schneller schädigenden Einflüssen erliegen und in langsam wachsenden Krebsen mit stark entwickeltem Gerüst (scirrhösen Formen) in diesem auch neugebildet werden. Der Einschluß von quergestreiften Muskelfasern und Nervenstückchen ist ebenfalls beobachtet worden. Sogar Abschnitte von Schweißdrüsen mit noch deutlich erkennbarer elastischer Hülle, Membrana propria und Epithel kann man gelegentlich innerhalb von Krebszellenhaufen noch nachweisen. Alle diese Befunde beweisen, daß die Krebskörper nicht als Ganzes, als geschlossene Zellzapfen in die Tiefe wachsen, das Gewebe zur

Seite drängend, sondern daß die äußersten Zellen der Zapfen die entgegenstehenden Gewebsbestandtheile einzeln umwachsen und so mehr oder weniger schnell zum Schwund bringen.

Weitere Untersuchungen, welche noch nicht abgeschlossen sind, beschäftigen sich mit der Zusammensetzung des Krebsgerüstes und den in ihm vorkommenden Degenerationserscheinungen, als deren hauptsächlichste eine schleimige Umwandlung der Bindegewebsfasern sich ergeben hat. Die veränderten Fasern lassen sich ebenso wie die unveränderten in die Krebskörper hinein und durch sie hindurch verfolgen.

7. Im Anschluß an seine, im vorigen Bericht erwähnten Untersuchungen an den serösen Häuten hat der Volontärassistent Herr Herxheimer eine Untersuchung der im Bereich der pericardialen größeren Gefäße vorkommenden Knötchenbildungen sowie der Sehnenflecken vorgenommen. Die Knötchen sind häufig, aber oft nur mikroskopisch zu erkennen; sie sitzen zwar meistens über Gefäßen, und zwar gewöhnlich Arterien, seltener Venen, aber auch neben denselben und sind nicht nur knötchenförmig, sondern auch zu längeren Streifen zusammengeflossen: Uebergänge zu Sehnenflecken, welche sich meistens gleichzeitig vorfinden. Der Sitz der Knötchen ist die oberste Bindegewebsschicht, zwischen dem Deckepithel und der obersten elastischen Faserlamelle; sie bestehen aus zellarmem, meist gefäßlosem derbem Bindegewebe (Induration, Sklerose) und wachsen peripherisch, wie sich aus dem allerdings nicht regelmäßigen Befunde reichlicherer Zellen am Rande ergibt; das Deckepithel überzieht die Knötchen, welche das elastische Gewebe nach der Tiefe hin verdrängen. An den benachbarten Gefäßen zeigen sich keinerlei constante Veränderungen der elastischen Häute, keine der Intima, es sei denn, daß eine allgemeine Akteriosclerose vorläge.

Die Knötchen sind wesensgleich mit den Sehnenflecken, welche, wie schon Ribbert angegeben hat, aus derselben Lage der Serosa entstehen. Auch sie sind von Deckzellen überzogen, welche aber vielfach auch Buchten auskleiden, die bald der Serosaoberfläche entsprechen (pilzartiges Ueberhängen), bald in beliebiger Richtung zu dieser verlaufen (papilläre Wucherung), bald durch Abschnürung (Verwachsung) geschlossene Spalten darstellen. Riesenzellen, welche in manchen Sehnenflecken reichlich vorhanden sind, sieht H. als Angioblasten an. Flecken wie Knötchen sind keine krankhaften Bildungen, sondern Anpassungsveränderungen an Stellen

Tuberkel Fibrin zu finden war. Das stimmt völlig überein mit den Angaben desjenigen Untersuchers, welcher sich besonders mit dieser Frage (unter Lubarsch's Leitung) beschäftigt hat, Falk's [1]). Da heißt es z. B. „Ich habe Fälle von Lungentuberkulose untersucht, wo die Proliferation überwog d. h. Fibrin völlig fehlte"; ferner „denn es gibt ja in der That genug Tuberkel, die des Fibringerüstes ermangeln", endlich weist der Verf. nach, daß das Fibrin erst aus dem Zerfall von Zellen hervorgehe, also nicht eine primäre, sondern eine secundäre Erscheinung sei, die, wie angeführt, auch ganz fehlen kann.

Das lautet also doch ganz anders wie die Angaben der Autoren über die Befunde bei der käsigen Pneumonie, und daß nicht ich und Falk allein solche Verschiedenheiten beobachteten, dafür will ich noch ein, wie ich meine schlagendes Beispiel anführen. Man betrachte die Abbildung auf Taf. VI des 2. Bandes der von v. Baumgarten herausgegebenen Arbeiten aus dem pathologischen Institut in Tübingen, welche zu der Arbeit des Herrn Werneck de Aquila gehört, da wird man einen ganz jungen, eine Riesenzelle enthaltenden interalveolär gelegenen Tuberkel ohne Fibrin sehen, der umgeben ist von Alveolen mit freiem Exsudat, welches überall Fibrin in reicher Menge enthält, ein Bild, welches der Fig. 5 meiner Festschrift-Abhandlung völlig homolog ist, nur daß es einem jüngeren Stadium der Prozesse entspricht.

Ich muß also auf Grund meiner eigenen fortgesetzten Beobachtungen wie auf Grund der angeführten Zeugnisse meiner Gegner dabei bleiben, daß ein großer und wesentlicher Unterschied besteht zwischen der Rolle des Fibrins bei der käsigen Pneumonie und bei der Miliartuberkulose: hier das Fibrin nicht primär vorhanden, nebensächlich an Menge, häufig ganz fehlend auch wenn unmittelbar daneben Alveolen mit fibrinreichem Exsudat vorhanden sind, dort ein primäres, nicht etwa mit der Verkäsung auftretendes Exsudationsprodukt, das, wenn auch der Fibringehalt jeder einzelnen Alveole wechseln kann, ja wenn auch die äußersten Alveolen eines pneumonischen Herdes seiner noch entbehren können, doch von mir in keinem einzigen Herde ganz vermißt wurde, welches in der Regel in so großer Menge vorhanden ist, daß die Weigertpräparate schon makroskopisch ganz blau aussehen, welches auch in den chronisch pneumonischen Stellen d. h. da, wo die Verkäsung sich vorbereitet, ja selbst, wie ich Schmaus u. a. zugebe, in verkästen Abschnitten sich auffällig lange erhält, während es grade in den

1) Virch. Arch. 139, 1895.

andererseits differentiell diagnostische Bedeutung haben möchte. Den Voluntärassistenten Herrn Federmann habe ich veranlaßt die Angelegenheit weiter zu verfolgen. Derselbe hat schon in seiner Dissertation (Göttingen 1900) über seine ersten Resultate berichtet, hat aber noch weiter gearbeitet und wird demnächst in Virchow's Archiv eine Gesammtdarstellung seiner Ergebnisse erscheinen lassen. Er konnte zunächst meine Angaben bestätigen, daß bei der gewöhnlichen Form der Hodentuberkulose, der in der Wand und im Lumen der Hodenkanälchen sich abspielenden, das reiche elastische Faserwerk der Wandung bis auf spärliche Reste zu verschwinden pflegt, wobei einerseits mechanische, die Wand in ihrer Gesammtheit treffende Ursachen (maximale Ausdehnung der Kanalwand) andererseits aber die Einwirkung des tuberculösen Granulationsgewebes auf die Fasern im Einzelnen von Bedeutung sind, vielleicht auch noch besondere toxische Stoffe mitwirken. Die Verkäsung der tuberkulösen Massen schädigt an sich die Fasern nicht; je schneller sie eintritt, um so mehr Fasern sind noch erhalten, die sich an den gefärbten Präparaten aus der farblosen Käsemasse sehr deutlich hervorheben. Tritt eine Erweichung der Käsemassen und Vereiterung ein, so scheinen die elastischen Fasern sehr rasch zu Grunde zu gehen.

Anders verläuft der Prozeß bei der seltenen interstitiellen Form der Tuberkulose; da bleiben die elastischen Kanalwandungen ebenso gut erhalten, wie bei der, ebenfalls als interstitieller Prozeß verlaufenden syphilitischen Granulombildung. Es wird dabei das ganze Kanälchen verdrängt, aber seine elastische Wand bleibt erhalten, so daß man selbst in großen necrotischen Gummigeschwülsten die elastischen Kanalwandungen in annäherd normaler Form und Stärke antrifft, während sie grade in den großen tuberkulösen Conglomeratknoten mehr oder weniger vollständig fehlen. Bei der fibrösen Orchitis, wie sie so häufig neben den gummösen Wucherungen sich findet, treten sehr charakteristische Verklumpungen der elastischen Fasern an den schrumpfenden Kanälchen auf. Dabei zeigt sich auch eine Hyalinbildung an der Innenseite der elastischen Kanalwand, welche aber auch bei der nicht gummösen Schrumpfung sowie bei Tuberkulose vorkommt, so daß sie keinerlei Rückschlüsse auf die Art des Prozesses gestattet. —

10. In der No. 12 des Centralblattes für allgemeine Pathologie und pathologische Anatomie hat in diesem Jahre Levaditi, ein Schüler Ehrlich's, eine Mittheilung über Cumarinvergiftung gemacht, in der er zu dem Schlusse kommt, daß in der Leber dabei veränderte Stellen vorkämen, welche einem Angioma ca-

vernosum zum verwechseln ähnlich sähen. Er schöpft daraus die Vermuthung, daß seine Experimente möglicherweise geeignet seien, neues Licht auf die Genese der Lebercavernome zu werfen. Da die Lebercavernome vor kurzem im Institut eine eingehende Bearbeitung gefunden haben (s. meinem 6. Bericht, 1899, No. 9, Schmieden), deren Resultat nicht mit Levaditi's Angaben in Uebereinstimmung ist, so habe ich sofort Veranlassung genommen, den Volontärassistenten Herrn Dr. Kempf zu einer Nachprüfung anzuregen. Derselbe hat nach Levaditi's Angaben, die Herr Geh.-Rath Ehrlich noch zu vervollständigen die Güte hatte, mit Mäusen (besonders weißen) experimentirt und ist, was die thatsächlichen Befunde betrifft, zu ähnlichen Resultaten gelangt wie Levaditi, insbesondere hat er eine gleiche Circulationsstörung in der Leber beobachtet. Man sieht Herde von ungleichmäßiger Abgrenzung, in denen die Leberzellenbälkchen bezw. die einzelnen Leberzellen stark verdünnt, wie lang ausgezogen erscheinen, während die Gefäßräume zwischen ihnen, die mit rothen Blutkörperchen vollgestopft sind, entsprechend erweitert erscheinen. Stets liegen diese Herde um die Venae centrales herum, in deren Umgebung bei ausgesprochener Veränderung die Leberzellen völlig fehlen, so daß nur ganz dünne Begrenzungen der Bluträume übrig sind, an denen die regelmäßige Anordnung der Capillaren vielfach verloren gegangen ist. Die peripherischen Abschnitte der Leberläppchen zeigen dagegen wohlerhaltene Leberzellen und regelmäßig angeordnete Capillaren. Da der Beschreibung nach Levaditi auch keine anderen Bilder gesehen hat, wie diese, so kann auf das Bestimmteste erklärt werden, daß die durch Cumarinvergiftung erzeugte Leberveränderung mit Angioma cavernosum auch nicht das mindeste zu thun hat, sondern das ganz typische Bild einer schweren Stauungsatrophie der Leber darbietet. Das Cumarin ist bekanntlich ein Herzgift; es lähmt die Herzmuskulatur, welche schließlich in Diastole zum Stillstand kommt, und erzeugt dadurch eine Blutstauung im ganzen venösen Gefäßgebiet, die nicht nur an der Leber (in der vom Menschen her bekannten ungleichmäßigen Verbreitung) sondern auch an den übrigen Bauchorganen sowie in der Lunge nachweisbar ist. Bemerkenswerth ist die Schnelligkeit (8—9 Tage), mit der die ausgeprägteste cyanotische Atrophie in bis dahin ganz gesunden Lebern zustande kommen kann. —

Zur Histologie und Aetiologie der Lungenschwindsucht.

Von

J. Orth.

Vorgelegt in der Sitzung am 20. Juli 1901.

Es sind jetzt 10 Jahre verflossen seit ich in der Festschrift, welche die damaligen und früheren Assistenten ihrem Meister Virchow widmeten, mich über die käsige Pneumonie der Lungenschwindsüchtigen geäußert habe. Seitdem sind eine Reihe von Arbeiten in- wie ausländischer Autoren erschienen, welche meine Angaben und Anschauungen bald bestätigten, bald bekämpften. Ich habe auf die Angriffe nicht erwidert, aber nunmehr dürfte es an der Zeit sein, von neuem zu den discutirten Fragen Stellung zu nehmen.

Meine damalige Arbeit war eine Streitschrift, besonders gegen Baumgarten gerichtet, über die alte Streitfrage, ob die Lungenschwindsucht durch Neubildung oder durch Entzündung entstehe, beziehungsweise, da der Entzündungsbegriff wechselnd ist, ob sie aus produktiven oder exsudativen, aus im Lungengerüst oder an der Oberfläche der Alveolen sich abspielenden Vorgängen hervorgehe. Laënnec, für den die Käsebildung das Kennzeichnende der Tuberkulose war, erklärte sich gegen jede Betheiligung von entzündlichen Vorgängen an der Verkäsung; die in schwindsüchtigen Lungen vorkommenden Pneumonien, deren Häufigkeit er anerkennt, sind Complicationen, welche mit dem Prozeß der Tuberkelbildung (d. h. also mit der Verkäsung) nichts gemein haben. Seine Gegner (Broussais, Andral, Reinhard, Cruveilhier u. a.) vertraten den entgegengesetzten Standpunkt, indem sie allen käsigen Massen in den Lungen einen entzündlichen Ursprung zuschrieben. Virchow

zeigte, daß beide Parteien Unrecht hatten, daß es eine Käsebildung aus entzündlichem Exsudat, eine käsige Pneumonie sowohl wie eine Verkäsung von Neubildungen, den Tuberkeln in schwindsüchtigen Lungen gebe, und stellte damit also eine gewisse morphologische Dualität der phthisischen Prozesse, insbesondere insoweit sie zur Verkäsung führen, fest. Ich habe nun, sicherlich zunächst beeinflußt von der Virchow'schen Lehre, in der ich wissenschaftlich aufgewachsen bin, dann aber auf Grund eigener Untersuchungen die Anschauung von der Nichteinheitlichkeit der krankhaften Vorgänge in den phthisischen Lungen vertheidigt, insbesondere mich bemüht, Beweise für das Vorkommen einer exsudativen, zur Verkäsung führenden Entzündung als eines in gewissem Sinne selbstständigen und von der Miliartuberkelbildung verschiedenen Prozesses beizubringen. Obwohl ich vollkommen dem zustimme, daß die Wirkung des tuberkulösen Krankheitserregers mit der Erzeugung von Miliartuberkeln und einer besonderen käsigen Pneumonie noch nicht erschöpft ist, wenngleich ich selbst stets auf den ungemein großen Wechsel der makroskopischen wie mikroskopischen Bilder in phthisischen Lungen hingewiesen habe, wenn ich also auch vollkommen anerkenne, daß man von einer morphologischen Multiplicität der Vorgänge bei der Lungenschwindsucht sprechen kann, so bin ich doch bei der Dualität der Veränderungen stehen geblieben, indem ich der Meinung war und bin, daß man in der Vielheit der Erscheinungen, welche, wie auch meine Gegner zugeben, aus exsudativen und produktiven Prozessen in der verschiedensten Mischung sich zusammensetzen, die einzelnen Componenten möglichst rein herausschälen muß, indem man die einfachsten Veränderungen auf ihre erste Entstehung und weitere Ausbildung hin recht genau untersucht und vergleicht. Und da meine ich denn, daß eine Dualität der primären, reinen Veränderungen insofern besteht, als es einerseits wesentlich exsudative, andererseits wesentlich produktive, oder anders ausgedrückt einerseits wesentlich oberflächliche Prozesse gibt, bei welchen die Alveolen und sonstigen offenen Gewebshohlräume der Lunge einen losen, mit der Wand nicht geweblich verbundenen Inhalt beherrbergen, andererseits Vorgänge, welche sich im Gerüst der Lunge, also außerhalb der von dem Alveolarepithel umkleideten Alveolarhöhlen abspielen, bei welchen in erster Linie Neubildungen von Zellen eine Rolle spielen, die in dem geweblichen Verbande bleiben, und wobei sich endlich ein dem sog. Granulationsgewebe ähnliches Gewebe bildet, welches bald in umschriebener submiliarer Form (Tuberkel im engeren Sinne), bald in mehr ungleichmäßiger Verbreitung auftritt. Die meisten und

wichtigsten Repräsentanten dieser beiden sehr verschiedenen Prozesse sind die reine käsige Pneumonie auf der einen, die reinen Miliartuberkeln auf der anderen Seite, von welchen m. E. ausgegangen werden muß, wenn man von einem allgemein-pathologischen Standpunkt die morphologischen Veränderungen in der schwindsüchtigen Lunge betrachten und verstehen lernen will.

Es ist mir nun trotz des Festhaltens an einer solchen dualistischen Anschauung niemals eingefallen, bei der käsigen Pneumonie Wucherungsvorgänge, bei der Tuberkelbildung exsudative Vorgänge zu läugnen[1]), also eine Aehnlichkeit in den aller elementarsten Vorgängen gestehe ich vollständig zu, aber eine solche ist schließlich bei allen Lebensvorgängen irgend welcher Art vorhanden und doch wird Niemand geneigt sein, sie deshalb nur als quantitativ nicht qualitativ abweichende zu betrachten. So ist es auch bei der käsigen Pneumonie und den Miliartuberkeln; da schien mir der Beginn der Veränderungen, die weitere Entwicklung derselben, das morphologische Resultat auf der Höhe des Prozesses so wichtige, so wesentliche und kennzeichnende Verschiedenheiten darzubieten, daß ich für das Verständniß der Vorgänge eine möglichst scharfe Sonderung, ja Gegenüberstellung für geboten erachte. Ich habe selbst noch in meinem Lehrbuche einer gewissen einheitlichen Auffassung der beiden Prozesse dadurch einen unzweideutigen Ausdruck verliehen, daß ich beide als entzündliche Vorgänge bezeichnete, für den Tuberkel allerdings erklärte (l. c.), er sei ein „Entzündungsprodukt“, aber (im Gegensatz zu den käsig pneumonischen Herden) „ein Erzeugniß nicht exsudativer, sondern produktiver spezifischer Entzündung“. Bei dem großen Zwiespalt, welcher unter den Pathologen über das Wesen der Entzündung und über die Abgrenzung der entzündlichen Vorgänge zu Tage getreten ist, habe ich es später vorgezogen, auf die Bezeichnung Entzündungsprodukt für den Tuberkel und die tuberkulöse Ge-

1) Lehrbuch I, S. 437 „Die Entzündung (näml. die käsige Pneumonie) gehört zu den exsudativen, bildet aber eine Art Uebergang zu den produktiven, da aller Wahrscheinlichkeit nach auch proliferative Vorgänge und zwar sowohl intra- wie interalveoläre neben den exsudativen eine Rolle spielen“. Später habe ich gezeigt, daß die interalveolären völlig fehlen können, aber intralveoläre d. h. Wucherungen der Alveolarepithelien habe ich auch in der citirten Festschrift-Abhandlung angegeben.

S. 459: der Tuberkel ist anzusehen „als ein Erzeugniß nicht exsudativer, sondern produktiver spezifischer Entzündung. Wie bei den entzündlichen Gewebsproduktionen überhaupt bin ich durchaus nicht abgeneigt, ausgetretenen farblosen Blutkörperchen eine gewisse Betheiligung an der geweblichen Neubildung zuzuerkennen“. . . .

webswucherung überhaupt zu verzichten, diese vielmehr infectiöse Granulationsgeschwulst bezeichnet und sie so mit Virchow, Klebs, Cohnheim, Ziegler u. a. folgend sowohl von den Entzündungen wie von den echten Geschwulstbildungen getrennt. Für die Erreger der infectiösen Granulationsgeschwülste hat aber schon Cohnheim als höchst wichtige Eigenschaft festgestellt, daß sie neben und außer den Granulationsgewebsbildungen exsudativ-entzündliche Veränderungen hervorzurufen vermögen [1]). Grade dies gilt nach meiner Auffassung auch für die Einwirkung der Tuberkelbacillen auf die Lungen, hier liegt die Dualität ihrer Wirkung.

Von ganz besonderer Wichtigkeit für die Entscheidung der Streitfrage ist die Feststellung, daß die exsudativ-entzündlichen Veränderungen als primäre, selbständige auftreten können, da Baumgarten behauptet hat, es gingen die Gewebswucherungsvorgänge immer den exsudativen voraus. Ich hatte schon früher demgegenüber betont, daß, wenn auch Combination von tuberculöser Granulationswucherung und käsiger Pneumonie sehr häufig, ja gradezu die Regel sei, so es doch einerseits reine Miliartuberkel d. h. reine Granulationsgewebsknötchen ohne käsige Pneumonie gibt und daß andererseits die ausgedehntesten pneumonischen Infiltrate vorkommen können, ohne daß man auch nur die Spur eines Tuberkels d. h. eines Granulationsgewebsknötchens in ihnen aufzufinden vermöchte. Es kann also die käsige exsudative Pneumonie ganz rein und unvermischt in die Erscheinung treten und, wenn auch in solchen Fällen an anderen Stellen Miliartuberkel, auch offenbar ältere sein können, so darf daraus doch keineswegs der Schluß gezogen werden, daß Miliartuberkulose immer der Pneumonie vorausgehen müßte, denn es kann die örtliche Erkrankung sofort mit der exsudativen Pneumonie einsetzen.

Es gilt dies insbesondere für solche Fälle, wo innerhalb kürzester Zeit ausgedehnte Hepatisationen entstehen, die auch

1) Allgem. Pathol. I, 715, 1882. Noch in einem Punkte kommen die Infectionsgeschwülste überein und unterscheiden sich hierdurch von den übrigen Geschwülsten, nämlich in der innigen Beziehung zur Entzündung. Dabei kann man in diesen Fällen kein direktes Abhängigkeitsverhältniß des Einen vom Anderen statuiren, derart, daß etwa die Knoten aus den Entzündungsprodukten hervorgegangen oder auf der anderen Seite die Entzündung im Gefolge und auf Grund der Knoten entstanden wäre. Augenscheinlich liegt das Verhältniß vielmehr so, daß beides, Neubildung und Entzündung Coeffecte der gleichen Ursachen sind. Das wird m. E. am schlagendsten dadurch bewiesen, daß es in jenen Krankheiten und bedingt durch die denselben zu Grunde liegende Ursache völlig analoge Entzündungen giebt, bei denen die Neubildungen vermißt werden ... zu denen auch die käsige Pneumonie hinzugerechnet werden muß.

klinisch durchaus das Bild einer zu schneller Verdichtung des Lungengewebes führenden acut einsetzenden Entzündung machen. Von verschiedenen Untersuchern sind solche Fälle auch neuerdings wieder mitgetheilt worden (z.B. von Borst, Würzb. Verh. N.F. XXXII, No. 2, S. 27), ganz besonders aber muß ich hinweisen auf eine Arbeit [1]) von Fraenkel u. Troje (letzterer ein früherer Assistent von Baumgarten), weil diese Autoren sich sonst in meinem Streite mit v. Baumgarten ganz auf dessen Seite stellen, so daß ihre Zustimmung in diesem einen Punkte für mich eine ganz besonders werthvolle ist. Auch diese Autoren bekämpfen die Behauptung Baumgartens, daß die — auch von ihm anerkannten — acuten exsudativen Entzündungen niemals als primäres Resultat der TB-Wirkung auftreten, sondern stets nur als secundäre Begleiterscheinungen einer ganz acuten disseminirten Tuberkelentwicklung. „Der Hauptsache nach, so sagen sie l. c. p. 95 ist die gelatinöse Infiltration (damit bezeichnen sie die frischen käsigpneumonischen Veränderungen) anfänglich ein exsudativ-entzündlicher Vorgang, obwohl reichliche Wucherung der Alveolarepithelien mit nachfolgender Desquamation derselben hier ebenso wie bei anderen Formen der Catarrhalpneumonie im Exsudat gefunden werden. Dem entsprechend ist auch die am Krankenbette zu verfolgende Entwicklung und Ausbreitung öfter eine ganz rapide, welche der der Hepatisation bei der echten Lungenentzündung an Zeit nicht sonderlich nachzustehen braucht.“ Die Aehnlichkeit mit der gewöhnlichen fibrinösen Pneumonie kann aber nach den genannten Autoren auch noch im weiteren Verlaufe hervortreten, indem die Verkäsung ausbleibt, aber eine Resolution eintritt. Solches haben sie bei 2 Kranken beobachtet, besonders aber bei einem, bei welchem (l. c. p. 94) die Infiltrationserscheinungen zu einem großen Theil langsam zurückgingen, so daß Patient nach 3 monatlichem Hospitalaufenthalt mit den Residuen eines kleinen Verdichtungsherdes entlassen werden konnte. Auch an anderer Stelle ihrer Arbeit (l. c. p. 101) betonen die Verf. ihre Beobachtung, daß in manchen Fällen die Wiederauflösung der Infiltrate bis auf das Zurückbleiben wenig umfänglicher Verdichtungsherde erfolgt, wobei der größte Theil des vordem luftleeren Parenchyms zu annähernd normaler Function zurückkehrt. Und endlich an einer dritten Stelle (l. c. p. 101) heißt es, „dringen relativ spärliche, aber mit besonders ausgesprochenen Reizungseigenschaften ausgestattete Bacillen in die Lunge, so kann der der Lösung zugängliche exsudative Prozeß überwiegen und die Krankheit unter theil-

1) Ztsch. f. klin. Med. 24, 1894.

weisem Rückgängigwerden der Infiltration sogar den Ausgang in relative Heilung nehmen".

Ich constatire also, daß Fraenkel u. Troje nicht nur mit mir gegen Baumgarten anerkennen, daß es einen durch TB. erzeugten primären exsudativ-entzündlichen Prozeß in der Lunge gibt, sondern daß sie noch hinzufügen, daß ein solcher Prozeß local heilen kann, d. h. daß es einen nach der Aetiologie tuberculösen Prozeß in der Lunge gibt, welcher von Anfang bis zu Ende als rein oberflächlicher, exsudativ-entzündlicher, nur mit Desquamation von Alveolarepithelien verbundener Prozeß verläuft, während dieselben Autoren an anderer Stelle (l. c. p. 100) erklären, das typische Produkt des Bacillus, der Miliartuberkel verdanke nach den exacten Untersuchungen Baumgartens seine erste Entstehung einer mit lebhafter Karyokinese verbundenen Wucherung der fixen Gewebszellen. Wie die genannten Autoren nach diesen Feststellungen, denen sie auch auf S. 250 noch einmal Ausdruck geben, indem sie auf die constanten Unterschiede in den histologischen . . Verhältnissen der diffusen gelatinösen Infiltration und der tuberculösen Proliferationsherde hinweisen, meine dualistische Anschauung zurückweisen und sich mit Nachdruck für die Baumgarten'sche unistische Lehre auszusprechen vermögen, das ist mir ein völlig unlösbares Räthsel.

Indem ich nun auf die histologischen Einzelheiten bei der käsigen Pneumonie eingehe, habe ich zunächst über den Fibringehalt des Exsudates einiges zu sagen. Meine Angaben von dem Fibrinreichthum des frischen Exsudates der käsigen Pneumonie des Menschen — bei Thieren, insbesondere bei Kaninchen liegen, wie ich schon früher angegeben habe und wie von anderen Untersuchern bestätigt worden ist, die Verhältnisse anders — ist, ich kann wohl sagen allseitig bestätigt worden. Ich selbst habe seitdem viele hunderte von Weigert-Präparaten gesehen und bin immer wieder von der Aehnlichkeit der frischen Exsudatpfröpfe mit denjenigen der genuinen fibrinösen Pneumonie betroffen gewesen. Ich trage daher auch heute kein Bedenken zu erklären, daß die käsige Pneumonie nach dem Fibringehalt des Exsudates als eine fibrinöse Pneumonie bezeichnet werden kann, allein damit will und wollte ich auch früher selbstverständlich nicht sagen, daß sie mit der genuinen fibrinösen, vielfach sog. croupösen Pneumonie identisch sei. Wenn daher Fraenkel u. Troje (l. c. p. 253) sagen „aber auch diese fibrinös pneumonischen Partien sind nach unseren Erfahrungen nicht von einer „reinen fibrinösen Pneumonie" befallen, wie Orth will; vielmehr unterscheiden sie sich wesentlich durch

die Natur der von dem Fibrinfasernetz umsponnenen zelligen Elemente des Alveolarinhaltes", so schreiben sie mir fälschlicher Weise eine Ansicht zu, die ich nie gehabt und darum trotz der Gänsefüßchen auch nie geäußert habe[1]), und treten mir mit Thatsachen entgegen, die ich selbst längst vor ihnen festgestellt habe (Lehrbuch I, S. 438, Festschrift S. 8 u. a. O.).

Doch auf diese Exsudatzellen muß ich noch später eingehen, jetzt habe ich mich darüber zu äußern, daß meiner früheren Angabe, dem Fibrinreichthum des Exsudats der käsigen Pneumonie stehe das Fehlen von Fibrin in den Miliartuberkeln gegenüber, von den verschiedensten Seiten wiedersprochen worden ist mit dem Hinweis darauf, daß die betr. Autoren auch in Miliartuberkeln Fibrin gefunden hätten. Ich kann aus eigener Beobachtung das Vorkommen von feinfädigem Fibrin auch in frischen Miliartuberkeln — in älteren habe ich es auch jetzt noch nicht gesehen — bestätigen. Selbstverständlich ist es grade bei dieser Frage unbedingt nothwendig, reine Miliartuberkel zu untersuchen und Combinationen von Tuberkel- und intraalveolärer Exsudatbildung zu meiden, wenn man über die Rolle, welche das Fibrin bei den tuberculösen Granulationswucherungen spielt, sicheren Aufschuß gewinnen will. Thut man das, so muß festgestellt werden, daß es zahlreiche Tuberkel, auch ganz frische, gibt, welche jede Spur von Fibrin vermissen lassen, und zwar gilt das nicht nur für einzelne Tuberkel, sondern ich habe auch kürzlich wieder Fälle von acuter disseminirter Miliartuberkulose der Lungen untersuchen können, bei denen in zahlreichen Schnitten auch nicht in einem einzigen

1) Das Citat kann sich wohl nur auf S. 15 meiner Festschrift-Abhandlung beziehen, wo ich schrieb: „Nach allem also giebt es in der That eine käsige Pneumonie, welche anatomisch nichts als eine rein fibrinöse Pneumonie mit secundärer Verkäsung des Exsudats darstellt". . aber hier sind die Worte »rein fibrinöse Pneumonie" nur ein Citat nach Baumgarten, wie sich dem aufmerksamen Lehrer aus der Fortsetzung ergibt, welche unter Hinweis auf die betreffende Stelle in der Mycologie lautet: „wie sie Baumgarten verlangt hat zur Aufrechterhaltung der Dualitätslehre bei der Lungenschwindsucht". Auch Baumgarten hat dabei durchaus nicht an die sog. croupöse Pneumonie gedacht, auch nicht, so fasse ich es wenigstens auf, an eine nur zu Fibrinbildung führende Entzündung, sondern an eine Entzündung, bei der Fibrin die Hauptrolle spielt, tuberkulöse Gewebswucherung aber fehlt, denn er weißt die Existenz einer „rein fibrinösen Pneumonie" zurück mit den Worten: „Die Hauptmasse des Alveolarinhaltes besteht auch bei der menschlichen käsigen Pneumonie nicht aus Fibrin, sondern aus gewucherten Alveolarepithelien, die allerdings später durch Coagulationsnecrose zu fibrin ähnlichen Massen mit einander verschmelzen können". Daß ich diese Behauptung für unrichtig halte, sollte in meinen obigen Worten festgestellt werden.

Tuberkel Fibrin zu finden war. Das stimmt völlig überein mit den Angaben desjenigen Untersuchers, welcher sich besonders mit dieser Frage (unter Lubarsch's Leitung) beschäftigt hat, Falk's [1]). Da heißt es z. B. „Ich habe Fälle von Lungentuberkulose untersucht, wo die Proliferation überwog d. h. Fibrin völlig fehlte“; ferner „denn es gibt ja in der That genug Tuberkel, die des Fibringerüstes ermangeln“, endlich weist der Verf. nach, daß das Fibrin erst aus dem Zerfall von Zellen hervorgehe, also nicht eine primäre, sondern eine secundäre Erscheinung sei, die, wie angeführt, auch ganz fehlen kann.

Das lautet also doch ganz anders wie die Angaben der Autoren über die Befunde bei der käsigen Pneumonie, und daß nicht ich und Falk allein solche Verschiedenheiten beobachteten, dafür will ich noch ein, wie ich meine schlagendes Beispiel anführen. Man betrachte die Abbildung auf Taf. VI des 2. Bandes der von v. Baumgarten herausgegebenen Arbeiten aus dem pathologischen Institut in Tübingen, welche zu der Arbeit des Herrn Werneck de Aquila gehört, da wird man einen ganz jungen, eine Riesenzelle enthaltenden interalveolär gelegenen Tuberkel ohne Fibrin sehen, der umgeben ist von Alveolen mit freiem Exsudat, welches überall Fibrin in reicher Menge enthält, ein Bild, welches der Fig. 5 meiner Festschrift-Abhandlung völlig homolog ist, nur daß es einem jüngeren Stadium der Prozesse entspricht.

Ich muß also auf Grund meiner eigenen fortgesetzten Beobachtungen wie auf Grund der angeführten Zeugnisse meiner Gegner dabei bleiben, daß ein großer und wesentlicher Unterschied besteht zwischen der Rolle des Fibrins bei der käsigen Pneumonie und bei der Miliartuberkulose: hier das Fibrin nicht primär vorhanden, nebensächlich an Menge, häufig ganz fehlend auch wenn unmittelbar daneben Alveolen mit fibrinreichem Exsudat vorhanden sind, dort ein primäres, nicht etwa mit der Verkäsung auftretendes Exsudationsprodukt, das, wenn auch der Fibringehalt jeder einzelnen Alveole wechseln kann, ja wenn auch die äußersten Alveolen eines pneumonischen Herdes seiner noch entbehren können, doch von mir in keinem einzigen Herde ganz vermißt wurde, welches in der Regel in so großer Menge vorhanden ist, daß die Weigertpräparate schon makroskopisch ganz blau aussehen, welches auch in den chronisch pneumonischen Stellen d. h. da, wo die Verkäsung sich vorbereitet, ja selbst, wie ich Schmaus u. a. zugebe, in verkästen Abschnitten sich auffällig lange erhält, während es grade in den

1) Virch. Arch. 139, 1895.

chronischen und verkästen Miliartuberkeln vergebens gesucht zu werden pflegt. Wie wenig durch den Nachweis des gelegentlichen Vorkommens von Fibrin in Miliartuberkeln meine dualistische Ansicht erschüttert wird, habe ich bereits in der Festschrift bemerkt, wo es S. 19 heißt: Aber selbst wenn noch nachgewiesen würde, daß gelegentlich und unter besonderen Verhältnissen Fibrin hier vorkäme, so wären diese Ausnahmen doch nur geeignet die Regel zu bekräftigen, daß die Lungentuberkel . . . . ihrem Wesen und Ursprung nach Wucherungsprodukte sind.

Aber angenommen selbst, es fände sich etwas Fibrin immer und ausnahmslos in allen jungen Miliartuberkeln, wäre das ein Beweis dafür, daß die Miliartuberkel nicht trotzdem wesentlich aus Gewebswucherung hervorgegangen sein könnten? Sicherlich nicht! Ebensowenig wie wir Wundgranulationen, in welchen man ebenfalls Fibrin nachweisen kann, deswegen ihres wesentlichen Charakters einer Neubildung entkleiden und sie etwa dem freien fibrinösen Exsudat in serösen Höhlen, dem auch proliferirte und desquamirte Deckzellen beigemischt sind, als qualitativ gleich und von ihm nur quantitativ verschieden erachten, ebensowenig kann ich es für berechtigt halten, die ihrem Beginn und Wesen nach eine Gewebswucherung darstellenden Miliartuberkel wegen der in ihnen vorkommenden spärlichen Fibrinablagerung den käsig pneumonischen Exsudaten morphologisch gleich zu stellen. Da ich schon früher das Vorkommen von Wanderzellen, von Leukocyten, in Miliartuberkeln angegeben, also keineswegs, wie man aus den Aeußerungen vieler meiner Gegner sowohl wie Mitkämpfer schließen könnte, behauptet habe, in den Tuberkeln kämen nur Wucherungsprodukte von Gewebszellen vor, so kann es nicht viel ausmachen, ob zu den extravasirten Zellen nun auch noch gelegentlich etwas Fibrin hinzukommt.

Ebensowenig wie das Vorkommen exsudativer Bildungen den Hauptcharakter der Tuberkel ändern kann, ebensowenig kann es an der Auffassung der käsigen Pneumonie als eines von vornherein und seinem Wesen nach exsudativen Vorganges etwas ändern, daß abgestoßene und gewucherte Alveolar-Epithelien innerhalb der Alveolen vorhanden sind, da solches, wie auch Fraenkel und Troje hervorheben, auch bei anderen Formen von Lungenentzündungen vorkommt und da hierdurch der Charakter des Prozeßes als eines oberflächlichen, gewissermaßen supraepithelialen in keiner Weise geändert wird.

Freilich muß ich auch heute wieder betonen, daß nicht nur abgestoßene Epithelien in den Exsudatpfröpfen vorhanden sind,

daß also die Bezeichnung Desquamativpneumonie auch aus diesem Grunde nicht zutreffend ist, aber es bedarf einer genaueren Feststellung, wie groß der Antheil der Alveolarepithelien bzw. ihrer Abkömmlinge ist, wie groß derjenige von eingewanderten Zellen.

Das steht fest, und darin stimmen auch die Angaben vieler anderer Untersucher mit den meinigen überein, daß im Beginn der käsigen Pneumonie die gelapptkernigen Leukocyten, welche bei der gewöhnlichen fibrinösen wie bei den Bronchopneumonien im wesentlichen die zelligen Bestandtheile des Exsudates ausmachen, also die eigentlichen Exsudatzellen bilden, nur eine untergeordnete Rolle spielen, denn in vielen Alveolen können sie vollständig fehlen oder doch nur in vereinzelten Exemplaren vertreten sein. Es könnte sich also nur darum handeln, daß mononuleäre Elemente, sei es aus dem Blute, sei es aus dem Gewebe in die Alveolarlumina gelangen. Nun erkennen auch solche Untersucher, welche im übrigen meinen Standpunkt nicht theilen, an, daß neben epithelialen Zellen auch eingedrungene, sagen wir kurz Exsudatzellen vorkommen, aber wenn z. B. Fraenkel und Troje erklären, es sei leicht, aus der Beschaffenheit der Kerne beide Formen zu erkennen, so muß ich offen mein geringeres Leistungsvermögen eingestehen. Obgleich ich selbst ja auf die vorhandenen Verschiedenheiten der Kerne aufmerksam gemacht und von einem Schüler habe hinweisen lassen, ist es mir trotz immer wieder erneuerter Versuche mit allerhand Methoden nicht gelungen zu sicheren Feststellungen zu gelangen. Ich kann deshalb auch heute nur den schon früher festgehaltenen und begründeten Standpunkt vertreten, daß ein Nachweis, alle oder auch nur die Mehrzahl der Zellen in dem käsig pneumonischen Exsudat seien epithelialer Natur, nicht erbracht ist, daß manche Gründe dafür sprechen, daß mononucleäre Exsudatzellen dabei sind, zu denen noch der hinzugefügt werden kann, daß zahlreiche neuere Untersucher grade die Betheiligung mononucleärer Leukocyten, bezw. Lymphocyten bei den verschiedensten tuberkulösen Exsudatbildungen betont haben.

Nur einen Punkt möchte ich kurz berühren, weil von verschiedenen Kritikern erklärt worden ist, daß sie meine Argumentation nicht verständen. Ich hatte darauf hingewiesen, daß das Erhaltensein des Epithelbesatzes von Alveolen, mögen die Epithelien noch dünn, schüppchenförmig sein oder sich schon zu dicken typischen epithelialen Zellen umgewandelt haben — dagegen spräche, daß die in denselben Alveolen oft in großer Zahl frei vorhandenen Zellen durch Desquamation der Epithelien entstanden seien. Einen unumstößlichen Beweis gegen eine solche Ableitung

der Zellen habe ich in diesem Befunde niemals erblickt, sehe ihn auch heute nicht darin, denn man kann ja gewiß immer annehmen, daß an einer nicht im Schnitt liegenden Stelle der Höhle doch eine Ablösung vorhanden gewesen sein könnte, wenngleich ich auch jetzt wie früher darauf hinweisen kann, daß man gar nicht selten in einzelnen Alveolen ganze Stücke des Epithelhäutchens flächenhaft sieht ohne Lücken, trotzdem in derselben Alveole ein Pfropf mit vielen Zellen vorhanden ist. Füge ich nun noch hinzu, daß man gelegentlich in zahlreichen neben einander liegenden Alveolen trotz vorhandenen zellig-fibrinösen Exsudates im Lumen doch noch den Kranz der Epithelzellen am Rande aufs schönste sehen kann — ich verweise wieder zum Beweise auf die Taf. VI in Bd. II der Arbeiten aus dem Baumgarten'schen Institut hin — ist es da wirklich so unverständlich und unverständig, wenn ich annehme, daß ein solches Bild mehr dafür spricht, daß die frei im Exsudat liegenden Zellen nicht bloß desquamirte Epithelzellen sind, daß gerade an solchen Stellen die epitheliale Abkunft der freien Zellen nicht nur nicht erwiesen, sondern eher unwahrscheinlich ist?

Indessen, ich wiederhole, daß dieser Punkt für die Grundlage meiner Anschauung in keiner Weise von ausschlaggebender Bedeutung ist, denn nur darauf kommt es an, daß es der Aetiologie nach tuberculöse Veränderungen gibt, bei welchen aus Exsudat mit mehr oder weniger zahlreichen, lose beigemischten, epithelialen Zellen bestehende Pfröpfe frei, d. h. ohne gewebliche Verbindung mit dem Lungengerüst zu haben, in den Alveolen liegen. Das Lungengerüst selber kann dabei völlig unverändert, jedenfalls frei von jeglicher Zellenwucherung sein — und während des ganzen Verlaufes des Prozesses auch frei bleiben. Das letzte haben auch andere Untersucher gefunden und selbst Fraenkel und Troje müssen es für ihre in Resolution übergehende gelatinöse Infiltration wohl annehmen, dagegen behaupten sie — und darin liegt die Hauptquelle ihrer Gegnerschaft gegen meine dualistische Ansicht, daß Parenchymbezirke im Zustande vorwiegend exsudativentzündlicher Infiltration niemals direkt einer Verkäsung anheimfielen, sondern daß zwischen verkäster und exsudativ-pneumonischer Partie immer ein, wenn auch nur 1 oder 2 Alveolen umfassender Ring mit epithelioidzelliger intraalveolärer Gewebswucherung sich einschiebe, von welcher erst die Verkäsung ausgehe.

Wenngleich die von Fraenkel bei späterer Gelegenheit[1])

1) Berl. klin. Woch. 1898, No. 16. In unmittelbarer Nachbarschaft und Umgebung der verkästen Partien bestehe die Inhaltsmasse der Alveolen der Haupt-

gegebene Schilderung sehr große Bedenken darüber erregen muß, ob da wirklich von einer tuberkulösen Wucherung die Rede sein darf, so mag doch zugegeben werden, daß es Fälle giebt, für welche die Schilderung von Fraenkel und Troje zutrifft, diese gehören aber zu den schon wiederholt erwähnten Mischformen, welche für die prinzipielle Frage nicht ausschlaggebend sind, und es ist deshalb ein fundamentaler Irrthum von Fr. und T., wenn sie diese Beobachtung verallgemeinern, was um so erstaunlicher ist, da sie selbst auch über andere Befunde berichten.

So heißt es (l. c. p. 234) in einem der mitgetheilten Untersuchungsprotokolle (von Ströbe): „Neben den Alveolen, in welchen neben exsudativen Vorgängen auch proliferative vorhanden sind, zeigen sich jedoch auch solche mit Verkäsung, in welchen sich von proliferativen Vorgängen nichts wahrnehmen läßt, deren Inhalt aus Fibrin mit runden oder ovalen großen Zellen besteht und von der Alveolarwand abgrenzbar ist“ und später geben F. und T. selbst zu, daß man manchmal um ie Käsemassen herum diese Gewebswucherung nicht sehe, sondern nur Alveolen fände mit nicht organisirten desquamirten Zellen gefüllt, so daß der Anschein entstehe, als wenn die käsige Masse unmittelbar aus der käsigen Necrose der nicht organisirten alveolären Inhaltsmasse hervorgegangen sei. Die Verf. suchen zwar diese Thatsachen durch allerhand Interpretationen aus der Welt zu schaffen, aber ohne Glück, denn, wenn sie bei der Ströbeschen Beschreibung meinen, es sei da in dem Schnitt die Stelle des Zusammenhanges des Epitheloidzellengewebes mit der Wand nicht getroffen worden, so übersehen sie, daß ja Ströbe gar nicht von intraalveolär gelegenem Granulationsgewebe spricht, welches von der Alveolarwand abgrenzbar war, sondern daß er ausdrücklich erklärt, es sei da von proliferativen Vorgängen nichts wahrzunehmen gewesen und der Inhalt habe aus Fibrin mit runden oder ovalen großen Zellen bestanden, also aus Exsudat. Nicht besser ist es mit den Bedenken, durch welche sie ihre eigenen Beobachtungen abzuschwächen suchen, denn das erste Bedenken, daß in den desquamativpneumonischen Stellen sehr spärliche oder keine Bacillen gefunden

sache nach nur aus Abkömmlingen der Alveolarepithelien. „Sie bilden hier so zu sagen solide oftmals nur einem Theile der Wand anlagernde Pfröpfe, in denen die einzelnen Elemente so fest zusammengepreßt bei einander liegen, daß das Ganze den Eindruck einer gewissen Organisation, eines Epitheloidzellgewebes macht, in welchem jedoch jegliche Vaskularisation vermißt wird“. Zusammengepreßte Epithelien, die den Eindruck eines Gewebes machen, können doch noch lange nicht als tuberkulöses Granulationsgewebe angesehen werden!

wurden, während in den organisirten Epithelioidzellenhaufen viele waren, würde, wenn die Thatsache, was ich durchaus läugne, allgemeine Gültigkeit hätte, doch höchstens die Unrichtigkeit der weiteren Fr. und T.'schen Ansicht beweisen, daß Verkäsung nur in unmittelbarer Nähe von TB vorkommen könne, und das 2. Bedenken, daß die Käsemassen voluminöser seien wie die Exsudatpfröpfe in den Alveolen, obgleich doch nach Virchow die Verkäsung eine Inspissation sei, kann erst recht nicht anerkannt werden, da bei den Coagulationsnecrosen, zu welchen die käsige Necrose ebenfalls gehört, in der That trotz relativer Trockenheit, also Inspissation eine Volumenszunahme stattfindet: auch der embolische necrotische Infarct der Nieren oder der Milz ist trocken und doch hebt er sich über seine Umgebung heraus, ist also größer geworden. Bei der Verkäsung liegt die Sache nicht anders und die pralle Beschaffenheit und derbe Resistenz, welche die verkästen Stellen einer Hepatisation auszeichnet, sind nicht nur durch die Consistenz der käsigen Masse an sich bedingt, sondern auch dadurch, daß die in Coagulationsnecrose erstarrten Pfröpfe die Alveolen viel vollständiger ausfüllen als vor der Verkäsung. Dies kann ungleichmäßig vor sich gehen, so daß derselbe Exsudatpfropf an der dem käsigen Herdcentrum zugekehrten Seite schon der Wand fest anliegen, an der abgekehrten, weniger in der Necrose vorgeschrittenen noch frei liegen kann. Bei dem Uebergang der Pfröpfe in Necrose kann sich die Fibrinfaserung noch lange erhalten und da trotzdem die Consistenz solcher Theile vermehrt war, so nehme ich an, daß auch das Fibrin noch starrer und derber dabei wird. In solchem starren, in den Uebergangsalveolen gelegenen Fibrin eingeschlossene Zellen können mit ihrem Kern eine der vielfach parallel verlaufenden Fibrinfaserung entsprechende längliche Gestalt erhalten, ja ich habe Bilder gesehen, die durchaus an wandernde Zellen erinnerten, wie sie auch in dem Blättchenfibrin von Venenthromben vorkommen. Es erscheint mir darum durchaus nicht ausgeschlossen, daß solche starren Fibrinpfröpfe mit länglichen Zellkernen besonders wenn sie nur nach dem Herdcentrum hin der Wand anlagen, mit Bindegewebe verwechselt werden bzw. verwechselt worden sein könnten.

Aber auch wenn diese Vermuthung nicht zutrifft, so bleibt eben unter allen Umständen die Thatsache bestehen, daß Fraenkel und Troje selbst ebenso wie andere Untersucher[1]) eine di-

---

1) Vergl. dazu die Arbeit von Ophüls in meinem 8. Bericht über Arbeiten aus dem pathologischen Institut in Göttingen, in diesen Nachrichten.

rekte Nebeneinanderlagerung von mit Exsudat und von mit necrotischen Massen gefüllten Alveolen gesehen haben, ohne daß eine vom Lungengerüst ausgegangene tuberculöse Granulationswucherung nachweisbar war. Daß eine solche völlig fehlen kann, daß die Alveolarsepta in ausgedehnten verkästen pneumonischen Stellen auf große Strecken hin in ihrer natürlichen Schmalheit, frei von jeder Wucherung erhalten sein können, habe ich schon in früheren Arbeiten vermerkt und kann ich auf Grund neuer Beobachtungen auf's bestimmteste wiederholen, wobei ich noch darauf aufmerksam mache, daß ganz besonders an solchen Stellen, wo trotz begonnener Necrose noch große blaue Fibrinpfröpfe an Weigert-Praeparaten sichtbar sind und wo schon diese Fibrinmassen es im höchsten Grade unwahrscheinlich machen, daß da auch noch eine von der Wand ausgehende Granulationswucherung vorhanden sein sollte, oft auf's schönste die dünnen Septa zwischen vielen benachbarten Alveolen sichtbar sind, und zwar nicht nur in einem Schnitt, sondern auch in mehreren auf einander folgenden an derselben Stelle des Präparates.

In den dünnen Alveolarsepten solcher käsiger Hepatisationen kann man auch noch die elastischen Fasern in großer Menge darstellen, was, wie ich gleich nachher noch weiter ausführen werde, ebenfalls gegen die Anwesenheit einer Granulationswucherung in dem Lungengerüst spricht.

Es bleibt also dabei, auf der einen Seite haben wir einen oberflächlichen exsudativ-desquamativen Prozeß, bei welchem in seiner reinen Form jede Gewebswucherung des Lungengerüstes fehlt, vielmehr nur lose fibrinreiche Pfröpfe in den Alveolarhöhlen liegen, welche selten nach Fränkel und Troje wieder völlig verschwinden können, gewöhnlich der Necrose anheimfallen[1]), — auf der anderen Seite aber steht der Miliartuberkel, welcher jeder Fibrinablagerung entbehren kann und unter allen Umständen primär und seinem Wesen nach eine organisirte Gewebsneubildung darstellt.

„Das typische Produkt des Bacillus, der Miliartuberkel verdankt nach den exacten Untersuchungen Baumgartens seine erste Entstehung einer mit lebhafter Karyokinese verbundenen Wucherung der fixen Gewebszellen" dieser Aeußerung von Frän-

---

1) Dabei kann die Necrose zuerst an den Pfröpfen auftreten, also noch ehe die Septa abgestorben sind, welche allerdings in der Regel bald auch der Necrose verfallen, aber mit Erhaltenbleiben eines großen Theiles ihrer elastischen Fasern. Auch Ströbe sagt (Fr. und Tr. l. c. p. 234) „Es können jedoch verkäste Massen im Innern der Alveolen noch von erhaltener Alveolarwand umgeben sein."

kel und Troje schließe ich mich ebenso an, wie der Aeußerung, welche v. Baumgarten selbst auf dem vorjährigen internationalen Congreß in Paris gethan hat: „Der Tuberkelbacillus entfacht in der Regel primäre progressive Metamorphosen an den Gewebszellen, so daß die durch ihn hervorgerufenen entzündlichen Tumoren, die Tuberkel, anfangs fast nur aus gewucherten Gewebszellen zu bestehen pflegen.

Der Miliartuberkel hat also der Regel nach von vorn herein seinen Sitz im Lungengerüst, er liegt interalveolär und subepithelial. Seine reinste Form findet man bei gewissen Fällen von acuter disseminirter Miliartuberkulose; dabei habe ich, so schreibt Falk (l. a. c.), mehrfach interstitiell liegende Miliartuberkel gesehen, die von ganz normalem, vollkommen intaktem Lungenparenchym umgeben waren. Ich habe das häufig gesehen und auch bei Tuberkeln mit centraler Verkäsung. Das sind eben die von mir so genannten reinen Tuberkel, die bei mir gegenüber der reinen käsigen Pneumonie den morphologischen Dualismus immer wieder von neuem befestigen.

Sie sind es auch, welche am schönsten die Beweise für ihre rein subepitheliale Lage liefern. Man verstehe mich nicht falsch: ich weiß, daß tuberkulöses Granulationsgewebe sich nach Schwund oder unter Betheiligung der Epithelien [1]) auch im Lumen von Alveolen entwickeln kann, aber das muß nicht sein und gerade die anderen Fälle, welche keineswegs selten sind, besonders in den Unterlappen bei der disseminirten Tuberkulose, geben am reinsten das Gegenstück gegen die käsige Pneumonie wie man es auch an der schon wiederholt citirten Abbildung aus den Tübinger Arbeiten sehen kann, wo die Exsudatmassen in den Alveolen von einem einfachen Kranz von Epithelien umgeben sind, während der riesenzellenhaltige Tuberkel rein interstitiell gelegen ist und nicht ringsum, sondern nur da, wo er an ein Alveolarlumen heranreicht, von einer Epithellage eine Strecke weit bedeckt ist. Nun könnte man vielleicht sagen, obgleich an der Zeichnung absolut nichts darauf hindeutet, der kleine Tuberkel sei ganz an die Stelle einer Alveole getreten, allein dagegen spricht durchaus das Verhalten der ihn rings umgebenden Alveolen. Man vergleiche ihre Ausdehnung mit derjenigen der das Bild begrenzenden und man wird sofort er-

1) Die Frage, wie groß die Betheiligung der Epithelien an der Wucherung und wie groß insbesondere ihre Betheiligung an der Bildung der tuberculösen Granulationsgeschwülste in der Lunge und anderwärts ist, will ich hier nicht weiter erörtern, aber doch vermerken, daß m. E. vielfach ihre Antheilnahme überschätzt wird.

kennen, daß sie erheblich verkleinert sind; gibt man den inneren die nach dem Verhältniß der äußeren ihnen zukommende Größe, so bleibt für den Tuberkel kein Raum mehr, also auch keiner mehr für eine dem Tuberkel entsprechende Alveole. Es liegt eben hier ein reiner interalveolärer, ganz junger Tuberkel vor, welcher die Alveolarsepten in nach der Peripherie abnehmender Weise verdickt und die Alveolarlumina verengt hat, indem er das Epithel derselben vor sich hertrieb.

Wenn die Tuberkel größer werden, so werden die Lumina der anstoßenden Alveolen immer enger, immer spaltförmiger und in der Richtung der Tuberkeloberfläche gebogen, während ihr Epithelbelag nach wie vor die Höhle umkleidet. So entstehen, da die Epithelien in diesen Alveolen in der Regel verdickt sind, durchaus drüsenartige Bilder und es ist nichts ungewöhnliches, daß an 2, 3, 4 und mehr Stellen der Oberfläche isolirter Tuberkel solche drüsenartigen Bildungen vorkommen. Ich habe von solchen drüsenartig umgewandelten Alveolen am Rande von Tuberkeln schon in der Festschrift eine Abbildung gegeben. Diese bezog sich aber auf localisirte, mehr chronische Tuberkulose, bei welcher man derartige Bilder sehr zahlreich findet, bei der aber nicht die Möglichkeit ausgeschlossen ist, daß stellenweise wenigstens es sich um regeneratorische Neubildung handele. Bei der acuten disseminirten Miliartuberkulose erscheint mir eine solche Möglichkeit schon der Kürze der Zeit wegen völlig ausgeschlossen zu sein und außerdem spricht dagegen das oft völlige Intactsein der weiter folgenden Alveolen sowie das Verhalten der elastischen Fasern, welche an der peripherischen Seite der drüsenähnlichen Alveolen noch in regelmäßiger Anordnung und in typischem Zusammenhang mit denjenigen der freien Alveolen vorhanden sein können, ja sich auch noch eine Strecke weit gegen die centrale Seite der verkleinerten Alveolen, also in den Tuberkel hinein verfolgen lassen. Es sind also wirklich die Ueberreste von Alveolen, welche mit ihrem verkleinerten, oft spaltförmigen Lumen und ihrem verdickten Epithel das drüsenartige Aussehen darbieten.

Damit nehme ich die Betrachtung des Verhaltens der elastischen Fasern bei den Tuberkeln einerseits, der käsigen Pneumonie andererseits auf. Auch hier muß es zunächst wieder gesagt werden, daß man Klarheit über diese Frage schwer gewinnen kann, wenn man die complicirten Veränderungen bei einer chronisch schwindsüchtigen Lunge untersucht. Hätte Schmaus[1]), dem wir eine eingehende Mittheilung über die elastischen Fasern verdanken,

1) Verhandlungen des XIII. Congresses f. inn. Med. 1893.

sich nicht nur an tuberkulöse Herdchen bis zu Hirsekorngröße gehalten, hätte er die frischen ausgedehnteren Pneumonien zum Vergleich mit reinen interalveolären Tuberkeln gebracht, so würde er sicherlich schärfere und characteristischere Unterschiede gefunden haben, als es so der Fall war. Ich finde jedenfalls derartige Unterschiede in jedem neuen Fall immer in gleicher Weise wieder. Je ausgedehnter eine pneumonische Infiltration ist, je freier das Gerüst von Wucherungsvorgängen geblieben ist, um so mehr kann man darauf rechnen, daß die elastischen Fasern auch in den verkästen Partien noch die volle Zeichnung des alveolären Gerüstes wiedergeben. Es kann die Menge des elastischen Gewebes so groß sein, daß unter Berücksichtigung des Umstandes, daß die Alveolen durch die Exsudatmassen erheblich ausgedehnt waren, man kaum einen Schwund, mindestens an den dickeren Fasern erkennen kann. Wo dagegen eine Wucherung in den Gerüstbalken selbst stattgefunden hat, wo sich tuberculöses Granulationsgewebe entwickelt hat, da gehen die elastischen Fasern um so sicherer zu Grunde, je langsamer der Prozeß verläuft. Das sieht man besonders schön an den Blutgefäßen da, wo eine partielle Tuberkelbildung an ihnen statthat: während an der übrigen Gefäßwand die elastischen Bestandtheile nach Weigertfärbung prächtig sich abheben, fehlen sie im Bereich des Wandtuberkels ganz oder sind höchstens noch in Spuren vorhanden, besonders im Centrum, wo vielleicht Verkäsung vorhanden ist und wo einerseits aus dem ungefärbten Grund die gefärbten Fasern sich besser herausheben, andererseits wohl schnell der weitere Schwund des elastischen Gewebes unterbrochen wurde, da nach allem kein Zweifel sein kann, daß die käsige Necrose des Gewebes als solche die eingeschlossenen elastischen Fasern in keiner Weise zerstört.

Wenn man also in käsig pneumonischen Lungenherden trotz der Verkäsung das elastische Gewebe noch gut erhalten findet, so kann man daraus den Schluß ziehen, daß der Verkäsung hier eine vom Gerüst ausgehende tuberculöse Granulationswucherung nicht vorausgegangen sein kann. Ich sehe somit in dem Verhalten der elastischen Fasern einen neuen Beweis dafür, daß es bei der Lungenschwindsucht einen ausschließlich oberflächlich verlaufenden, intraalveolären, entzündlichen Prozeß gibt, welcher so wie er da ist zu einer Verkäsung des Alveolarinhalts wie des Lungengewebes selber führen kann, bei dem nur die von den Arteriae bronchiales versorgten Theile, insbesondere die Arterienwandungen auch bei ausgedehnten Verkäsungen längere Zeit ihr Leben erhalten können.

Ganz anders wie in den reinen käsig pneumonischen Herden verhalten sich die elastischen Fasern in den Tuberkeln. Wenn man unterschiedslos alle bis hirsekorngroßen Herdchen aus einer Lunge untersucht, wenn man bei acuter Miliartuberculose sich an die miliaren Herde des Oberlappens hält, so wird man allerdings die verschiedenartigsten Bilder betreffs der elastischen Fasern finden, wie sie Schmaus geschildert hat, wer aber den reinen interstitiellen Tuberkel untersucht, wie er sich besonders in den Unterlappen der Lungen bei disseminirter acuter Tuberkulose findet, der wird als Gesammtresultat der Untersuchung zahlreicher Tuberkel feststellen müssen, daß hier entweder elastische Fasern überhaupt nicht mehr vorhanden sind oder daß die wenigen, welche übrig geblieben sind, nicht mehr die regelmäßige Anordnung zeigen und insbesondere auch ihre räumlichen Beziehungen zu dem Alveolarepithel verloren haben. Wo noch Fasern vorhanden sind, kann man oft aus der Dicke der Bündel erkennen, daß man es nicht mit Alveolarwand, sondern mit Infundibular- bezw. Alveolarröhren zu thun hat.

Ich bemerkte schon, daß je älter die Tuberkel seien, um so sicherer elastische Fasern in ihnen fehlten. Dabei habe ich hauptsächlich Befunde bei der localisirten chronischen Miliartuberculose im Auge, wie wir sie bei langsam verlaufenden Phthisen kennen, wobei jede ausgedehntere pneumonische Veränderung fehlen kann. Ist aber eine solche — vielleicht erst kurz vor dem Tode — aufgetreten, so kann man sehr schön nebeneinander die Verschiedenheit des Bildes der elastischen Elemente in den käsig pneumonischen Herden und den, auch verkästen oder hyalin oder faserig gewordenen Miliartuberkeln sehen. Besonders die letzten bieten noch ein besonderes Interesse, indem sie zeigen, daß aus tuberculösem Granulationsgewebe zwar leimgebende Bindegewebsfasern aber nicht elastische Fasern hervorgehen.

Zwischen diesen chronischen Miliartuberkeln findet man oft ganz besonders reichliche elastische Fasern in dem Reste des Lungengewebes, dessen Alveolen deutlich collabirt sind und durch Verdickung des Epithels ein drüsenartiges Aussehen haben können. Grade wegen dieses Verhaltens der elastischen Fasern bin ich der Meinung, daß man es hier wirklich mit alten Alveolen, nicht etwa mit regeneratorischer Drüsenwucherung zu thun hat, von der ich übrigens die Möglichkeit des Vorkommens nicht läugnen will.

So führt also auch die Untersuchung des elastischen Gewebes zu der Feststellung, daß es in der schwindsüchtigen Lunge ent-

zündliche exsudative Vorgänge gibt, welche ohne jede Betheiligung von tuberculöser Granulationsbildung zur Verkäsung führen, und daß es Granulationsneubildungen gibt, bei denen gleichfalls Verkäsung eintreten kann, ohne daß auch nur eine Spur von interalveolärem pneumonischem Exsudat dabei betheiligt ist.

Demnach muß ich auch heute bei meiner dualistischen Auffassung stehen bleiben und die Aeußerung v. Baumgartens[1]) „der verkäsende Tuberkel schließt ebenso eine verkäsende Pneumonie, wie die verkäsende Pneumonie eine tuberkulöse Proliferation in sich" als irrig erklären.

Um die auf die Morphologie bezüglichen Fragen zum Abschluß zu bringen, sei auch noch kurz der neuesten Angaben Aufrechts[1]) gedacht, welcher alle tuberculösen Veränderungen primär in der Wand von Gefäßen sich abspielen läßt, welche dadurch verschlossen würden, worauf in den peripherisch gelegenen Abschnitten des Lungengewebes eine Infarctbildung mit necrotischem Zerfall entstehe. Auch beim Fortschreiten der phthisischen Prozesse wie bei der acuten Miliartuberculose, überall soll es sich um eine Gefäßveränderung handeln.

Ich vermuthe, daß es anderen ebenso wie mir gegangen ist, daß sie nämlich aus den Aufrecht'schen Abbildungen nichts für seine Angaben Beweisendes haben entnehmen können. Seine Annahme, daß durch Verschluß kleiner Gefäße im Lungengewebe ohne weiteres necrotische Infarcte erzeugt werden könnten, steht im Widerspruch mit unseren Kenntnissen von den Folgen des Gefäßverschlusses in der Lunge und im Uebrigen ergibt sich schon aus den vorstehenden Darlegungen, daß die Aufrecht'sche Behauptung von der Bedeutung der Gefäßveränderungen für die Lungenschwindsucht unrichtig ist. Ich habe aber noch Veranlassung genommen, wiederholt isolirte kleinste Herde in der Lungenspitze untersuchen zu lassen, und auch sonst das Verhalten der Gefäße in den phthisischen Herden nach Färbung der elastischen Fasern besonders zu beachten, bin aber stets zu demselben Resultat gekommen, daß zwar, wie lange bekannt ist, sowohl bei den localisirten chronischen Veränderungen, wie bei der disseminirten Miliartuberculose, die Gefäßwandungen oft genug der Sitz von Granulationswucherungen, seien es uncharakteristische oder

---

1) Arbeiten aus d. path. Inst. in Tübingen. I, 374; 1892.

2) Die Urs. u. d. örtl. Beginn d. Lungenschwindsucht, Wien, 1900 u. Verh. d. intern. Congr. in Paris.

typischtuberculöse, sind, daß aber eine regelmäßige und zwar primäre Betheiligung der Gefäße völlig ausgeschlossen werden muß.

Schon früher habe ich betont, daß in verkästen pneumonischen Herden grade die Gefäßwandungen und oft genug sie allein, noch Kernfärbung und freies Lumen darbieten, ich füge hier noch hinzu, daß man dabei ihre elastische Wand gänzlich unversehrt nachweisen kann, wodurch völlig ausgeschlossen ist, daß da eine primäre tuberkulöse Gewebswucherung vorhanden gewesen sein könnte. Ganz besonders schöne Beweise für eine secundäre Erkrankung der Gefäße gaben mir Fälle von miliarer Bronchopneumonie, wo die Wandungen der kleinen Bronchen unter Schwund ihres elastischen Gewebes völlig verkäst, das Lumen mit käsigen Massen vollgestopft, benachbarte Alveolen im gleichen Zustand befindlich waren und die zugehörigen Arterien (an Schnittreihen!) keine oder nur umschriebene Wand-, besonders Intimaverdickung an der dem Bronchus zugekehrten Seite erkennen ließen. Ich wüßte nicht, wie es schlagendere Bilder für eine secundäre Veränderung der Gefäße, eine primäre der Bronchen geben könnte und muß also auch in dieser Beziehung jede Einheitlichkeit und Eigenart (sog. Specificität) der Wirkung der TB läugnen; diese können wohl ihren ersten Angriffspunkt in der Gefäßwand, aber auch — und zwar ist dies besonders häufig — in den Bronchialwandungen, nicht minder in dem Lungengerüst haben, wie sie auch von dem Lumen der Alveolen aus ihre Wirksamkeit entfalten können.

Damit komme ich zu dem letzten Punkt meiner Betrachtungen, zu der Frage nach der Aetiologie der besprochenen Lungenveränderungen. Ich hatte für die phthisischen Prozesse eine ätiologische Einheit festgestellt unter aller Anerkennung des Umstandes, daß Mischinfectionen vorkommen können, welche ich besonders für die mit Eiterung verbundenen Veränderungen annahm, obwohl ich die Fähigkeit der TB zur Erzeugung auch einer eitrigen Exsudation stets vertheidigt habe. Nun hat aber die Lehre, daß die Lungenschwindsucht das Resultat einer Mischinfection sei, immer weitere Ausdehnung erfahren, indem besonders Ortner[1]) unter Anschluß an meine morphologisch-dualistische Anschauung behauptete (S. 159) „Man muß in der tuberculös afficierten Lunge zweierlei pathologische Prozesse auseinanderhalten, jene der Bildung von Tuberkeln, und jene der Entwicklung pneumonischer Prozesse. Beide sind histologisch von einander zu scheiden, beide sind aber auch ätiologisch von einander verschieden. Denn die

1) Die Lungentuberkulose als Misch-Infection, Wien u. Leipzig, 1893.

bei Lungentuberculose so häufig vorkommenden pneumonischen Prozesse sind Produkt der Thätigkeit des Micrococcus pneumoniae, die Tuberkeln jener des Tuberkelbacillus".

Die Prüfung dieser Behauptung kann zunächst auf klinischem Wege, durch Untersuchung des Sputums lebender Phthisiker vorgenommen werden, obwohl man von vornherein sagen kann, daß bei dieser Untersuchung positive Befunde für die Annahme einer Mischinfection im Lungengewebe nicht maßgebend sein können, da einmal die anderen Microorganismen bloß an der Oberfläche von Cavernen oder Bronchen sitzen können, dann aber auch in derselben Lunge an einer Stelle rein tuberculöse, an einer anderen gemischte Veränderungen vorhanden sein könnten. Um so werthvoller ist das für Mischinfection negative Ergebniß, von welchem Fraenkel und Troje berichten, welche mit Sicherheit nachgewiesen haben, daß das Sputum auf der Höhe einer käsigen Pneumonie keine anderen Bakterien enthalten hat als TB, ein Befund, der durch die mikroskopische wie bakteriologische Untersuchung nach dem Tode durchaus Bestätigung gefunden hat.

Der wichtigste Prüfstein ist das Resultat der Leichenuntersuchung, welche insofern schon von vornherein die Betheiligung von Pneumococcen bei der frischen käsigen Pneumonie als unwahrscheinlich erscheinen läßt, weil, wie ich immer betont habe und auch von anderen Untersuchern vielfach bestätigt worden ist, die Zusammensetzuug des frischen Exsudates durchaus verschieden ist von demjenigen der gewöhnlichen lobären Pneumonie sowohl wie der Bronchopneumonien, indem die hier bei weitem überwiegenden polynucleären Leukocyten in dem Exsudat der käsigen Pneumonie ganz fehlen können, mindestens eine völlig untergeordnete Rolle spielen. Wichtiger sind natürlich die Resultate der auf den directen Nachweis von anderen Organismen gerichteten Untersuchungen, bei denen die mikroskopischen Forschungen mit Züchtungsversuchen Hand in Hand gehen müssen. Außer Fraenkel und Troje, sowie Borchardt[1]) hat auch Falk (l. c.) gegen Ortner Stellung genommen, der gleichfalls in käsigen pneumonischen Hepatisationen mit fibrinreichem Exsudat nur TB gefunden hat, ebenso ist Sata[2]), wenn er auch die große Häufigkeit der Mischinfectionen betont, doch zu dem Schluß gekommen, daß es pathologisch-anatomisch zwischen den rein tuberculösen und den durch Secundärinfection complicirten Phthisen keinen qualitativen,

1) In einem Nachtrag zu der Arbeit von Fraenkel u. Troje, D. Ztsch. f. kl. Med. 24 S. 265, 1894.

2) Ziegl. Beitr. 3. Supplementheft, 1899.

sondern nur einen quantitativen Unterschied gibt, indem bei letzterer die entzündlichen Erscheinungen stärker ausgebildet zu sein pflegen. Ich selbst habe fortgesetzt bei eigenen Untersuchungen die Frage im Auge behalten und außerdem meinen damaligen Assistenten Herrn Ophüls veranlaßt mit Mikroskop und künstlichem Nährboden die Untersuchung einer größeren Anzahl von Lungen vorzunehmen. Ich habe in diesem Hefte der Nachrichten in meinem 8. Bericht über Arbeiten aus dem pathologischen Institut in Göttingen genauer über seine Resultate berichtet, welche in Uebereinstimmung mit meinen eigenen Beobachtungen dahin gehen, daß es eine, von Mischinfection freie, ausschließlich TB-Befund gebende käsigpneumonische Veränderung gibt. Somit darf ich auf meinem früher eingenommenen Standpunkt stehen bleiben, daß sowohl Miliartuberkel wie käsige Pneumonie ätiologisch einheitliche Vorgänge sind, wenn auch bei beiden, besonders bei pneumonischen Veränderungen die Arbeit der TB durch diejenige anderer Organismen complicirt werden kann.

Nur kurz sei der von Liebreich und Hansemann[1]) vertretenen Ansicht gedacht, daß die TB Nosoparasiten seien, d. h. daß ihre Ansiedelung nur nach vorausgegangener Erkrankung möglich sei. Wie große Stücke auch ich von einer örtlichen Disposition wie für die Ansiedelung anderer Microorganismen so insbesondere auch für diejenige der TB halte, darüber habe ich mich wiederholt geäußert. Das kann mich aber doch nicht veranlassen dem zuzustimmen, daß ihrer Ansiedelung immer eine νόσος, ein krankhafter Prozeß vorausgegangen sein müsse, und grade die acuten käsigen Pneumonien des Unterlappens mit ihrer schnell fortschreitenden Hepatisation und den freien Alveolarsepten scheinen mir den besten Beweis dafür zu liefern, daß die TB auch in der Lunge an Stellen, welche keinerlei krankhafte Veränderung vorher dargeboten haben, festen Fuß fassen können.

Sind es denn auch wirklich die TB, welche in Person bei diesen Pneumonien thätig sind? Fraenkel und Troje weisen darauf hin, daß in den frischen (nicht käsigen) entzündlichen Exsudaten TB ganz fehlten oder nur sehr spärlich vorhanden seien (die Fig. 3 in meiner Festschrift-Abhandlung soll einen seltenen Ausnahmefall darstellen), daß dagegen überall da, wo tuberculöse Granulationswucherung und Verkäsung vorhanden sei, auch TB in Menge sich fänden, und sagen (l. c. S. 250): Grade die erwähnten constanten Unterschiede in den histologischen und bakteriolo-

1) Berl. klin. Woch. 1895 Nr. 31.

gischen Verhältnissen der diffusen gelatinösen Infiltration und der tuberculösen Proliferationsherde in unseren klinischen Beobachtungsfällen hatten uns den Gedanken eingegeben, daß erstere nicht einer direkten Reizwirkung der Bacillen, sondern einer solchen von diffusiblen chemischen Produkten derselben ihre Entstehung verdanken. „Stellt somit die ursprüngliche Entzündung im vorliegenden Falle eine Fernwirkung des TB dar, welche vorwiegend oder ausschließlich auf Kosten der von ihm gelieferten Stoffwechselprodukte erfolgt, so hängt die Bildung des spezifischen Epithelioidzellengewebes und die Verkäsung mehr mit seinen localen Wachsthums- und Entwicklungsverhältnissen zusammen und ist daher an seine unmittelbare Nähe geknüpft". Verkäsung tritt nach Fr. und T. in exsudativ-pneumonischen Stellen nur dann ein, wenn nachträglich viele Bacillen einwandern, worauf dann aber auch immer lebhafte proliferative Vorgänge entstehen müßten.

Gewiß ist es Thatsache — und zwar längst bekannte Thatsache —, daß keineswegs in allen mit Exsudat erfüllten Alveolen TB vorhanden sind, daß dieselben besonders in den frischesten Stellen fehlen können, während sie da, wo Verkäsung eingetreten ist, reichlicher zu sein pflegen, indessen sie können einerseits auch in verkästen Stellen fehlen und andererseits in frischem Exsudat, in Alveolen, deren Septa völlig frei von tuberculöser Granulationswucherung sind, deren Epithel noch in zusammnnhängender Reihe an der Wand sitzt, in großer Menge vorhanden sein. Das sind nicht Ausnahmefälle, sondern das kann man tagtäglich finden. Ich citire zu meiner Unterstützung, was Borst (l. c.) sagt: „Histologisch war im Bereich der käsigen Pneumonie eine ganz enorme Fibrinablagerung nicht nur innerhalb der Alveolenlumina, sondern auch im Bereich der interalveolären Septen und der gröberen interlobulären, peribronchialen und perivasculären Bindegewebszüge vorhanden, mit der fortschreitenden intra- und interalveolären Fibrinabscheidung trat eine zunehmende Necrose des ganzen Lungengewebes, einschließlich größerer Gefäße und Bronchen hervor. Innerhalb der Alveolen fanden sich auch da und dort neben dem Fibrin Eiterkörperchen und desquamirtes Alveolarepithel; von zelligen Wucherungen im Interstitium, insbesondere von Tuberkelentwicklung war im ganzen Bereich der fibrinösen nekrotisirenden Entzündung nichts zu bemerken. Die Färbung auf TB ergab in den fibrinösen Exsudatmassen nicht nur einzelne zerstreute Exemplare von Bacillen, sondern ganze Nester, förmliche Reinkulturen, Colonieen von vielen Tausenden fanden sich in den nekrotisirenden Herden.

Wie es also nicht richtig ist, daß Verkäsung nur da eintritt, wo Granulationsgewebe gebildet ist, so ist es auch nicht richtig, daß da, wo TB in größerer Menge sind, auch Epithelioïdzellenwucherung sein müßte. Eine so scharfe ätiologische Sonderung, wie Fr. und T. meinen, existirt zwischen den phthisischen Prozessen in keiner Weise. Es ist vollkommen anzuerkennen, daß bei den entzündlichen Vorgängen diffusible toxische Stoffe anscheinend eine weit größere Rolle spielen als bei den tuberkulösen Granulationswucherungen, aber auch in reinen pneumonischen Stellen kann man viele TB finden und es gibt verkäste Alveolen, in denen sowohl Granulationswucherungen wie TB fehlen. Es ist auch gar nicht einzusehen, warum die Toxine allein nicht sollten gelegentlich die Verkäsung bewirken können, habe ich doch schon lange darauf hingewiesen, daß es bei allgemeiner acuter Miliartuberkulose weit verbreitete Epithelnecrose in den Nieren gibt, die nur auf die Wirkung ausgeschiedener Bakterientoxine zurückgeführt werden kann. Wenn TB-toxine solche Wirkung in den Nieren auszuüben vermögen, warum sollten sie es nicht auch in der Lunge können?

Die magnetische und electrische Ablenkbarkeit der Bequerelstrahlen und die scheinbare Masse der Elektronen.

Von

W. Kaufmann.

Vorgelegt in der Sitzung vom 8. November 1901.

1) Die Frage, ob die aus Versuchen an Kathodenstrahlen oder aus dem Zeemann'effekt berechnete „Masse" der Elektronen „wirkliche", oder „scheinbare" Masse sei, ist in letzter Zeit vielfach discutirt worden, doch scheinen experimentelle Untersuchungen in dieser Richtung bisher noch nicht vorzuliegen. Nun haben die Untersuchungen an Bequerelstrahlen bekanntlich ergeben, daß dieselben magnetisch [1]) und elektrisch [2]) ablenkbar seien und eine wenn auch noch ziemlich rohe Messung [3]) ergab der Größenordnung nach sowohl für ε/μ (ε-Ladung, μ-Masse) als auch für die Geschwindigkeit v Werte, die den bei Kathodenstrahlen gefundenen nahe lagen. Um so mehr mußte es auffallen, daß doch in quantidativer Beziehung die Bequerelstrahlen sich so sehr von den Kathodenstrahlen unterschieden. Die magnetische Ablenkbarkeit der Ersteren ist viel geringer, ihre Fähigkeit, feste Körper zu durchdringen, viel größer als die der Letzteren. Da nun die bisherigen Untersuchungen an Kathodenstrahlen ergeben haben, daß mit wachsender Geschwindigkeit die Ablenkbarkeit ab- und die Durchdringungsfähigkeit zunehme, so lag von vornherein die Vermutung nahe, daß die Bequerelstrahlen sich von den Kathodenstrahlen durch bedeutend größere Geschwindigkeit unterschieden.

---

1) F. Giesel, Wied. Ann. 69, 91 u. 834; 1899.

2) E. Dorn, Abh. naturf. Ges. Halle 22. 1900 Bequerel C. N. 130, 809. 1900.

3) Dorn, l. c. Bequerel l. c.

War nun schon bei den Kathodenstrahlen die Geschwindigkeit etwa 1/5 bis 1/3 der Lichtgeschwindigkeit, so mußte man bei den Bequerelstrahlen Geschwindigkeiten erwarten, die nur noch wenig von der Lichtgeschwindigkeit abweichen. Eine Ueberschreitung der Lichtgeschwindigkeit, wenigstens für eine Bahnstrecke, die groß ist gegen die Dimensionen der „Elektronen“ (so seien dem jetzt ziemlich allgemeinen Brauch entsprechend, die Strahlteilchen genannt) ist unmöglich, weil bei einer derartigen Bewegung so lange Energie ausgestrahlt wird, bis die Geschwindigkeit wieder auf den Wert der Lichtgeschwindigkeit gesunken ist.

2) Zweck der im Folgenden mitgeteilten experimentellen Untersuchung ist es, die Geschwindigkeit sowie das Verhältniß ε/μ für Bequerelstrahlen möglichst genau zu bestimmen und gleichzeitig aus dem Grade der Abhängigkeit zwischen ε/μ und v Aufschluß über das Verhältniß von „wirklicher“ und „scheinbarer“ Masse zu erhalten. Die Untersuchung wurde im Göttinger Physikalischem Institut unter gütiger Unterstützung der Gesellschaft der Wissenschaften ausgeführt. Außer dieser bin ich noch Herrn Dr. Giesel in Braunschweig zu Dank verpflichtet, der mir in zuvorkommendster Weise die nötige Quantität seines wirksamsten aktiven Präparates zur Verfügung stellte, sowie Herrn Prof. des Coudres für Ueberlassung der zur elektrotechnischen Abteilung des Instituts gehörigen Hochspannungsbatterie.

3) Ueber die angewandte Methode habe ich bereits vor einiger Zeit [1]) berichtet. Die bisher meist als Uebelstand empfundene Inhomogenität der Bequerelstrahlen, in Folge deren ein scharfes Strahlenbündel bei der Ablenkung in ein Spektrum auseinandergezogen erscheint, wurde hier unschädlich gemacht und geradezu in einen Vorteil verwandelt durch eine der Kundt'schen Methode der gekreuzten Spektra analoge Anordnung: Durch Anwendung eines möglichst kleinen Körnchens aktiver Substanz als Stahlenquelle und eines feinen Loches als Diaphragma wurde ein enges Strahlenbündel abgeblendet, das sich auf einer zur Stahlenrichtung senkrecht stehenden photographischen Platte als Punkt abbildete. Magnetische Ablenkung verwandelte das Bild in einen geraden Strich; gleichzeitige elektrische Ablenkung in zur magnetischen senkrechter Richtung bewirkte als Bild eine Kurve, von der jeder Punkt einem ganz bestimmten v und einem ganz bestimmten ε/μ entsprach. Man erhielt so an einer einzigen Platte

1) Physik. Z. S. 2, S. 602; 1901

eine ganze Reihe von Beobachtungen, aus denen man die Abhängigkeit zwischen ε/μ und v direkt ablesen konnte[1]).

4) Apparate: Da die Strahlen die Luft leitend machen, so mußte behufs Erzielung eines homogenen elektrischen Feldes der Apparat evakuirt werden; hierdurch wurde zugleich die Absorption und Diffusion der Strahlen im Gase vermieden. Da nun der zur Erzeugung des magnetischen Feldes nötige Elektromagnet nicht gut mit in das Vakuum hineingebracht werden konnte, und außerdem durch einen zu großen Strahlenweg die Intensität zu sehr geschwächt worden wäre, so mußten die Dimensionen des Apparates möglichst klein gewählt werden. Fig. 1 zeigt den Apparat in etwa $^1/_2$ der natürlichen Größe:

Ein Messingkästchen *A* von etwa $2 \times 3 \times 4{,}5$ cm Seitenlänge ist mittels des Rohres *O* auf dem Glasstiel *Q* eines Vakuumgefäßes *L* befestigt, das aus 2, durch einen Quecksilberschliff *M* verbundenen Teilen besteht. Auf dem Boden des Kästchens, bei *C* befindet sich ein etwa 1 mm langes (Längsrichtung senkrecht zur Zeichnungsebene) und 0,3 mm dickes Körnchen Radiumbromid. Aus den von diesem ausgehenden Strahlen wird durch das Diaphragma *D* ein Bündel von ca $^1/_2$ mm Durchmesser ausgeblendet, das im unabgelenkten Zustand einen kleinen Fleck auf der in Aluminiumfolie eingewickelten Photographischen Platte *E* erzeugt. Das Diaphragma besteht in seinem mittleren Teile aus Platin, seitlich aus Blei.

Zur Erzeugung des Magnetfeldes diente ein Elektromagnet dessen Pole *N* und *S* auf der Figur im Querschnitt angedeutet sind. Da die Exposition der Platte 3 bis 4 Tage dauerte, so war die Wicklung so bemessen, daß der Magnet unter Vorschaltung einiger Glühlampen an die städtische Lichtleitung (220 Volt) angeschlossen werden konnte. Wegen der nicht unbeträchtlichen Spannungsschwankungen war jedoch bei Benutzung dieser Stromquelle eine genaue Messung des Magnetfeldes unmöglich; es wurde deshalb die Lichtleitung nur bei den Vorversuchen benutzt, für die definitive Messung dagegen der Strom einer Sammlerbatterie von 70 Volt. Da die Batterie eine Capacität von etwa 100 Ampèrestunden besitzt, so blieb der nur etwa 0,3 Ampère betragende Erregungsstrom während der 4-tägigen Expositionszeit, wie durch fortlaufende Controlle festgestellt wurde, völlig konstant.

---

1) Diese Methode ist selbstverständlich auch für Kathodenstrahlen brauchbar. Man umgeht durch ihre Anwendung sofort sämtliche Schwierigkeiten, die aus der Inkonstanz des Vakuums und der Inhomogenität der Strahlen resultiren.

Das elektrische Feld wurde zwischen zwei rechtwinkligen eben geschliffenen Messingplatten P_1 P_2 erzeugt. Drei Schrauben F (in der Figur bloß eine gezeichnet) mit isolirender Elfenbeinspitze dienten zur Regulirung des Plattenabstandes. Von den Platten war die eine P_1 an einem in der Hartgummibüchse J_1 verschiebbaren Stiel gelenkig befestigt und wurde durch die Spiralfeder G_1 gegen die Spitzen der Schrauben F gepreßt. Die zweite, P_2 war in ähnlicher Weise am Deckel B des Kästchens befestigt; eine außen angebrachte Spiralfeder G_2 drückte die Platte gegen 3 ebenfalls mit Elfenbeinspitzen versehene Schrauben H, durch die die Stellung des ganzen Plattensystems relativ zum Apparat regulirt wurde. Zur Erzeugung des elektrischen Feldes, das ja auch 4 Tage lang völlig konstant bleiben mußte, stand mir eine Hochspannungsbatterie von 2000 Volt zur Verfügung. Durch Vorversuche überzeugte ich mich, daß diese Spannung noch zu schwach war, um die Ablenkung der schnellsten noch deutlich beobachtbaren Strahlen zu messen. Einer freundlichen Anregung Herrn Prof. Wiechert's folgend konstruirte ich deshalb einen Potentialmultiplikator, mittels dessen eine mehrmals höhere Spannung völlig konstant beliebige Zeit hindurch erzeugt werden konnte [1]). Der Apparat bestand aus einem durch einen Elektromotor angetriebenen rotirenden Umschalter durch den abwechselnd folgende Schaltungen vorgenommen wurden: 1) 4 (wenn nötig auch noch mehr) Leydnerflaschen werden durch die Batterie in Parallelschaltung geladen; 2) die Flaschen werden hintereinander geschaltet, also die Spannung vervierfacht; 3) die Flaschen werden mit einer 5-ten Flasche verbunden, die auf diese Weise bei steter Wiederholung des Vorganges allmählich auf das 4-fache Potential der angewandten Batterie geladen wurde [2]). Es genügte eine 2-malige Umdrehung der Kontaktwalze pro Sekunde um eine absolut ruhige Einstellung des mit der 5-ten Flasche verbundenen Elektrometers zu erzielen. Letztere war direkt mit einer der beiden Platten P verbunden, während die Andere sowie das Gehäuse zur Erde abgeleitet war. Die Zuleitung geschah durch die eingeschmolzenen Platindrähte R R.

Zur Evakuation diente eine automatische Pumpe Sprengel'schen Systems die durch eine weite Glasfeder mit dem Apparat ver-

1) Von Herrn Prof. Hallwachs wurde ich, bereits nach Abschluß meiner Versuche, auf einen von ihm konstruirten und in Wied. Ann. **29**. 300. 1886 beschriebenen Potentialmutiplikator aufmerksam gemacht.

2) Der Apparat ist nichts Anderes, als eine verbesserte Form der Planté'schen „Rheostatischen Maschine".

bunden war. Außer dem an der Pumpe befindlichen Trockengefäß befanden sich im Innern des Apparates noch zwei (in der Figur nicht gezeichnete) kleine Gefäße mit P_2O_5.

5) Ausführung der Versuche: Die Schrauben F wurden zuerst so regulirt, daß ein Abstand der Platten von ca 0,15 cm entstand (die genaue Messung geschah am Schluß des Versuchs). Die photographische Platte wurde mit ihrer Umhüllung aus 0,0002 cm dicker Aluminiumfolie eingebracht und durch Einschiebung von etwas zusammengefaltetem Stanniol in den oberhalb der Platte vorhandenen Zwischenraum zwischen Kästchen und Platte gegen die sie tragenden Vorsprünge gepreßt. Dann wurde der Deckel aufgesetzt, die Verbindung mit den Zuleitungen hergestellt und der Apparat von unten her in den schon zwischen den Magnetpolen befindlichen oberen Teil des Vakuumgefäßes gebracht. Nach etwa $^1/_2$-stündigem Pumpen war das Vakuum genügend hoch, um eine elektrische Potentialdifferenz von ca 7000 Volt auszuhalten; da sich jedoch anfangs stets viel okkludirte Gase loslösten und auch eine absolute Dichtigkeit des Apparates nicht zu erreichen war, so blieb während der ersten 15—20 Stunden die Pumpe dauernd in Betrieb; später wurde nur nachts dauernd, wenn auch langsam gepumpt; bei Tage genügte ein zwei bis dreimaliges Pumpen während etwa 10 Minuten. Es kam gleichwohl während des Betriebes häufig vor, daß einmal eine Entladung durch den Apparat ging; da zwischen der Sammelflasche und dem Apparat stets ein Wasserwiderstand eingeschaltet war, so entlud sich immer nur ein geringer Bruchteil der Flaschenladung und im Verlauf von etwa 2 Sekunden war das Anfangspotential wieder hergestellt. Das Licht der Entladungen war durch die Aluminiumhülle der Platte unschädlich gemacht. Von Schwankungen in der Umdrehungszahl des rotirenden Umformers war bei der guten Isolation sämtlicher Teile die Potentialdifferenz der Platten gänzlich unabhängig. Zugleich mit dem elektrischen wurde auch das magnetische Feld angelegt. Die Konstanz des Erregungsstromes wurde von Zeit zu Zeit mittels eines Torsionsgalvanometers geprüft; anfangs nötigte die allmähliche Erwärmung und damit verbundene Widerstandsvermehrung der Magnetwicklung zu häufigem Nachreguliren. Nach Verlauf von einigen Stunden wurde jedoch der Strom völlig stationär.

Nach Verlauf von $1^1/_2$—2 Tagen wurde die Richtung des elektrischen Feldes umgekehrt und nochmals ebenso lange exponirt. Man erhielt auf diese Weise zwei symmetrisch zur magnetischen Ablenkungsrichtung gelegene Kurvenäste, sodaß der halbe Abstand

zweier entsprechender Kurvenpunkte der elektrischen Ablenkung entsprach.

Eie Entwicklung der Platten (Schleussner'sche Momentplatten) erfolgte mit sehr verdünntem (1:50) Rodinalentwickler mit viel Bromkalium und dauerte etwa 1/2 Stunde. Die Anwendung stark verdünnten Entwicklers war nötig, weil die Bequerelstrahlen, namentlich die am schwächsten ablenkbaren nur wenig absorbirt werden und deshalb fast durch die ganze Schicht hindurch gleichmäßig wirken; der Entwickler muß also Zeit haben, bis in die tieferen Teile der Schicht hinein zu diffundiren, ohne die Oberfläche bereits zu verschleiern. Die erhaltenen Bilder waren zwar ziemlich schwach ober doch deutlich genug, um eine Ausmessung der Abstände auf etwa 1/200 cm genau zu gestatten (s. w. u.). Verstärkung mittels Sublimat und Ammoniak vermehrte zwar die Contraste, doch wurden die Einstellungen dadurch nicht genauer.

6) Messungen:

a) Dimensionen des Apparates: Für die nachherigen theoretischen Berechnungen war die Kenntniß folgender Größen notwendig: Die Strecke x_1 von der Strahlenquelle bis zum Diaphragma, x_2 vom Diaphragma zur Platte, die Höhe h und der Abstand δ der Condensatorplatten; x_1, x_2 und h wurden mittels Zirkel und Maßstab bestimmt. Zur Messung von δ wurde der Deckel B mit der daran befindlichen Platte P_2 horizontal auf den Tisch eines Mikroskopes gelegt und eine planparallele Glasplatte auf die Elfenbeinspitzen der Schrauben F gelegt. Sodann wurde mittels Mikrometerbewegung das Mikroskop zuerst auf die Unterseite der Glasplatte, dann auf P_2 eingestellt und durch Multiplikation der Schraubenumdrehungen mit der vorher bestimmten Ganghöhe der Schraube die Entfernung ermittelt.

b) Potentialmessung: Das Potential der Batterie wurde an einem von 0—3000 Volt zeigendem Braun'schen Elektrometer abgelesen, dessen Skala kurz vorher dadurch geaicht worden war, daß die einzelnen Gruppen der Hochspannungsbatterie mittels eines Siemens'schen Präcisionsvoltmeters gemessen und sodann in Hintereinanderschaltung zum Laden des Elektrometers benutzt wurden. Multiplikation der so bestimmten Batteriespannung mit 4 (da 4 Leydnerflaschen benutzt wurden) ergaben die von dem Multiplikator erzeugte Apparatspannung. Zur Kontrolle des Multiplikators wurde letztere auch noch an einem bis 10000 Volt zeigenden Braun'schen Elektrometer abgelesen, wobei sich Abweichungen von 50 bis 100 Volt gegenüber der berechneten

Spannung ergaben, die wahrscheinlich auf Aichfehlern des zweiten Elektrometers beruhen. Für die Berechnung der Resultate kamen natürlich nur die Angaben des ersten geaichten Elektrometers in Betracht.

c) Messung des Magnetfeldes: Ein kurzes Stück Hartgummirohr von 1,7 cm Durchmesser war mit 20 Windungen isolirten Kupferdrahts umwickelt und an einem 40 cm langen Messingdraht von 0,04 mm Durchmesser aufgehängt, der gleichzeitig zur Stromzuführung diente. Die Ableitung erfolgte durch eine nach unten führende cylindrische Spirale aus demselben Drahte. Das Ganze befand sich in einem Glasrohr, das mit einem Fenster zur Beobachtung des am schwingenden System befestigenden Spiegels versehn und zum Schutze gegen elektrostatische Störungen mit einer abgeleiteten Stanniolhülle umgeben war. Die schwingende Spule wurde in den zu messenden Teil des Feldes gebracht und ein Strom von geeigneter Stärke hindurchgeschickt. Der durch Commutiren des Spulenstromes erhaltene Gesamtausschlag ergab ein Maaß für die Feldintensität. Es wurde das Feld längs der Strahlenbahn an mehreren Punkten bestimmt wobei sich nur geringe Abweichungen von der Homogenität ergaben (s. w. u.). Sodann wurde der Elektromagnet durch einen Kreisstrom von genau bekannten Dimensionen ersetzt und der in dem bekannten Felde des Kreisstroms erhaltene Ausschlag bestimmt.

Sei n_0 der Ausschlag im Felde H_0 des Elektromagneten beim Spulenstrom $i_0 = E/W_0$ ebenso n der Ausschlag im Felde H des Kreisstromes beim Spulenstrom $i = E/W$ so ist:

$$H_0 = \frac{n_0}{n}\frac{W_0}{W}H \tag{1}$$

Durch geeignete Wahl von W_0, W und H dafür wurde gesorgt daß n_0 und n nicht allzuverschieden waren.

d) Ausmessung der Platte:

Die photographische Platte wurde auf dem Schlitten einer Teilmaschine von 0,5 mm Schraubenganghöhe in vertikaler Stellung befestigt, so daß die Richtung der magnetischen Ablenkung nach oben zeigte. Zur Beobachtung diente ein ganz schwach vergrößerndes Mikroskop, in dessen Brennebene sich ein vertikal mikrometrisch verschiebbares Fadenkreuz befand. Da sich in dem Strahlenbündel stets auch ein Anteil von gänzlich unablenkbaren Strahlen befindet (vielleicht Röntgenstrahlen, die von den Elektronen im Radiumsalze selbst erzeugt werden) so markirte sich der Coordinatennullpunkt auf der Platte von selbst. Nachdem

mittels des Okularmikrometers die Höhe dieses Nullpunktes bestimmt war, wurde das Fadenkreuz um eine bestimmte Strecke gehoben und dann mittels der Schlittenverschiebung der Horizontalabstand (die doppelte elektrische Ablenkung) bestimmt. Da die Kurven eine gewisse Breite haben, so fallen sie natürlich in der Nähe des Nullpunktes, d. h. für die am schwächsten ablenkbaren Strahlen zum Teil übereinander. Eine Messung ist deshalb erst von dem Punkt an möglich, wo beide Kurven getrennt erscheinen. Das Okularmikrometer wurde durch Einstellung auf einen Maßstab geaicht. Die in den Resultaten (s. w. u.) unter y_0 mitgeteilten Werte der elektrischen Ablenkung sind jedesmal die Mittelwerte aus je 10 Messungen die untereinander im Maximum um etwa 0,005 cm differiren [1]).

7) Theoretisches:

Sei P (Fig. 2) ein Punkt der photographischen Kurve, Q seine Projektion auf die Richtung der magnetischen Ablenkung (z), $z_0 = \overline{CQ}$ die magnetische, $y_0 = \overline{PQ}$ die elektrische Ablenkung. A sei die Strahlungsquelle, B das Diaphragma, K eine der Kondensatorplatten. Die X-Richtung sei diejenige des unabgelenkten Strahlenbündels. Wir betrachten die Projektion der Strahlenbahn auf die x-z-Ebene. Ist v_s die Projektion der Geschwindigkeit auf diese Ebene, ϱ der Krümmungsradius der Bahnprojektion in dem als konstant angenommenen Magnetfeld H, so ist

$$2)\qquad \frac{v_s^2}{\varrho} = \frac{\varepsilon}{\mu} v_s H \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\varrho} = \frac{\varepsilon}{\mu v_s} H$$

wobei ε die Ladung, μ die Masse des Elektrons bedeutet.

Ist ferner F die elektrische Feldintensität und liegen die Condensatorplatten symmetrisch zu A und B, so treten die Strahlen aus B unter einem Winkel α zur X- Z-Ebene aus, dessen Tangente sich folgendermaßen bestimmt: Es ist im Punkte B

$$3)\qquad \frac{dy}{dt} = \frac{\varepsilon}{\mu} F \frac{t}{2},$$

1) Da bei der Einstellung auf zwei nicht parallele verwaschene Kurven subjektive konstante Urteilsfehler möglich erschienen, so ließ ich einige Messungen auch von 2 Praktikanten des Instituts (Hr. stud. Hartmann und Hr. stud. Kuntze, denen ich hiermit meinen besten Dank ausspreche) ausführen. Ihre Zahlen weichen nur innerhalb der oben genannten Fehlergrenze von den meinigen ab, so daß etwaige Urteilsfehler jedenfalls bei verschiedenen Individuen gleich groß sind. Ihr Einfluß müßte sich natürlich bei den schwächsten Ablenkungen am stärksten geltend machen.

wenn t die Zeit bedeutet, während der sich das Teilchen im elektrischen Felde befand. Nun ist $dt = \frac{ds}{v_e}$ und $\frac{t}{2} = \frac{s_1}{v_e}$, unter s_1 die Projektion des halben im elektrischen Felde zurückgelegten Weges verstanden; folglich

$$4)\qquad tg\,\alpha = \frac{dy}{ds} = \frac{\varepsilon F s_1}{\mu v_e^2}$$

Ist s_2 die Wegprojektion von B bis Q, so ist die elektrische Ablenkung:

$$5)\qquad y_0 = \frac{\varepsilon F s_1 s_2}{\mu v_e^2}$$

Zwischen ϱ und der magnetischen Ablenkung z_0 läßt sich, wenn x_1 und x_2 (s. p. 6.) bekannt sind, leicht die angenäherte Beziehung aufstellen:

$$6)\qquad \varrho = \frac{z_0^2 + x_2^2 + x_1 x_2}{2 z_0} - \frac{x_1^2 z_0}{4 z_0^2 + x_2^2 + x_1 x_2}$$

oder, da $x_1 = 2.07$ cm und $x_2 = 2$ cm:

$$7)\qquad \varrho = \frac{z_0^2 + 8.15}{2 z_0} - \frac{4.29 z_0}{4 z_0^2 + 8.15}$$

ferner ist die Höhe der Condensatorplatten $h = 1.775$ cm, also

$$8)\qquad \begin{cases} s_1 = \varrho \cdot \arcsin \frac{1.775}{2\varrho} \\ s_2 = 2\varrho \cdot \arcsin \frac{\sqrt{4 + z_0^2}}{2\varrho} \end{cases}$$

Aus 2) und 5) ergiebt sich:

$$9)\qquad v_e = \frac{F s_1 s_2}{y_0 \varrho H}$$

$$10)\qquad \varepsilon/\mu = \frac{v_e}{\varrho H}$$

Endlich ist wie leicht zu sehen die wirkliche Bahngeschwindigkeit, die in B wieder genau so groß ist, wie in A:

$$11)\qquad v = v_e\left[1 + \tfrac{1}{2}\frac{y_0^2}{s_2^2}\right];$$

bei der Kleinheit von $\frac{y_0}{s_2}$ kann jedoch $v_e = v$ gesetzt werden.

8) **Resultat**: Zur Ausmessung geeignet erwiesen sich zwei Platten, von denen jedoch nur eine bei völlig konstantem elektrischen Felde aufgenommen ist. Ich führe deshalb nur die Resultate dieser Platte an; die Resultate der anderen, weniger genauen, weichen von der ersten um 3 bis 5% ab, sind also qualitativ identisch.

Die Versuchsdaten sind folgende:

Expositionszeit zweimal 48 Stunden,

Abstand der Condensatorplatten $\delta = 0{,}1525$ cm

Potentialdifferenz $\Phi = 6750$ Volt $= 6750.10^8$ *C. G. S E.*

Folglich $F = \frac{6750.10^8}{0.1525} = 44.3 \cdot 10^{11}$

Ferner der Mittelwert des Magnetfeldes:

$$H = 299; \left[\frac{H\max - H\min}{H} . 100 = 7{,}5\%\right]$$

Tabelle I (Alle Zahlen in absolutem Maaße)

z_0	y_0	ϱ	$s.$	s_2	$v_s \cdot 10^{-10}$ resp. $v \cdot 10^{-10}$	$\varepsilon/\mu \cdot 10^{-7}$
0.271	0.0621	15.1	0.888	2.02	2.83	0.63
0.348	0.0839	11.7	0.888	2.03	2.72	0.77
0.461	0.1175	8.9	0.889	2.06	2.59	0.975
0.576	0.1565	7.1	0.889	2.09	2.48	1.17
0.688	0.198	6.0	0.890	2.13	2.36	1.31

Eine graphische Darstellung der Resultate giebt Fig. 3 und 4. [Ueber die „berechnete“ Kurve in Fig. 4 s. w. u.].

Was die Genauigkeit der Resultate anbetrifft, so ist jedenfalls die relative Genauigkeit der einzelnen Zahlen viel größer als die absolute, da bei letzterer eine viel größere Reihe von Einzelbestimmungen mit eingeht. Immerhin dürften die erhaltenen Absolut-Werte auf etwa 5% sicher sein[1]).

---

1) Auf der Platte sind auch noch schwächere Ablenkungen als die in der ersten Zeile von Tab. I verzeichneten konstatirbar, doch fallen die Kurven hier schon teilweise übereinander so daß y_0 nicht mehr meßbhr. Das letzte Kurvenstück scheint fast geradlinig, so daß v jedenfalls nicht mehr viel zunimmt, ε/μ dagegen noch stark abnimmt.

9) **Wahre und scheinbare Masse:**

Man sieht aus den mitgeteilten Zahlen, daß die Geschwindigkeit der schnellsten noch meßbaren Strahlen nur noch wenig hinter der Lichtgeschwindigkeit zurückbleibt. Aus der Kurve für v in Fig. 3 scheint hervorzugehen daß die Geschwindigkeit für die noch schwächer ablenkbaren Strahlen gegen die Lichtgeschwindigkeit hin konvergiert. ε/μ variirt in dem beobachteten Intervall sehr stark; mit wachsendem v nimmt ε/μ stark ab, woraus ein nicht unbeträchtlicher Anteil von „scheinbarer" Masse folgen würde, welch letztere ja bei Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit zunehmen muß, um bei Erreichung derselben unendlich groß zu werden.

Eine strenge Formel für die Feldenergie schnell bewegter Elektronen ist von Searle[1]) abgeleitet worden, u. zw. unter der Annahme, daß ein Elektron einer geladenen unendlich dünnen Kugelschale äquivalent sei. Ist a der Radius der Kugel, V die Lichtgeschwindigkeit, v die Geschwindigkeit des Elektrons, ε seine Ladung in elektromagnetischem Maaße, so ist die Feldenergie (elektrostatische + elektromagnetische Energie)

$$12)\qquad W = \frac{\varepsilon^2 V^2}{2a}\left[\frac{1}{\beta}\, lg\,\frac{1+\beta}{1-\beta} - 1\right] \text{ wobei } \beta = v/V.$$

Hieraus folgt für die scheinbare Masse:

$$13)\qquad m = \frac{1}{v}\frac{dW}{dv} = \frac{\varepsilon^2}{2a}\frac{1}{\beta^2}\left[\frac{1}{\beta}\, lg\,\frac{1-\beta}{1+\beta} + \frac{2}{1-\beta^2}\right]$$

oder in Reihenentwicklung:

$$14)\qquad m = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon^2}{a}\left[1 + \frac{3}{2}\frac{4}{5}\beta^2 + \frac{3}{2}\frac{6}{7}\beta^4 + \frac{3}{2}\frac{8}{9}\beta^6 \cdots\right]$$

für sehr kleines β wird

$$15)\qquad m = m_0 = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon^2}{a}$$

so daß man erhält:

$$16)\qquad \eta = \frac{m}{m_0} = \frac{3}{4\beta^2}\left[\frac{1}{\beta}\, lg\,\frac{1-\beta}{1+\beta} + \frac{2}{1-\beta^2}\right]$$

$$= 1 + \frac{3}{2}\frac{4}{5}\beta^2 + \frac{3}{2}\frac{6}{7}\beta^4 + \cdots\cdots$$

[Für β nahezu gleich 1 konvergiert die Reihe äußerst langsam, so daß sehr viele Glieder zu berücksichtigen sind.]

---

1) Phil. Mag. (5) **44**, 340. 1897.

Sei nun M die wahre Masse des Elektrons, μ die gesammte Masse sodaß

$$17)\qquad \mu = M + m = M + m_0 \cdot \eta$$

und

$$18)\qquad \varepsilon/\mu = \varepsilon/(M + m_0\,\eta).$$

Ist v bekannt, so ist auch η bekannt, es läßt sich somit nach der Methode der kleinsten Quadrate der wahrscheinlichste Wert von $\frac{M}{\varepsilon}$ und $\frac{m_0}{\varepsilon}$ berechnen.

[Es sei $M' = M/\varepsilon$, $m_0' = m_0/\varepsilon$ $\mu' = \mu/\varepsilon$].

Die Berechnung ergiebt unter Auslassung der in der ersten Zeile von Tabelle 7 stehenden Zahlen (die wegen der Kleinheit der beobachteten Ablenkung zu unsicher sind) als wahrscheinlichste Werte:

$$19)\qquad \begin{cases} M' = 0.39 \cdot 10^{-7} \\ m_0' = 0.122 \cdot 10^{-7} \end{cases}$$

folglich für sehr langsame Strahlen

$$20)\qquad \varepsilon/\mu_0 = \frac{1}{M' + m_0'} = 1.95 \cdot 10^7,$$

ein Wert der mit dem für Kathodenstrahlen gefundenen ($1.865 \cdot 10^7$ [1]). hinreichend übereinstimmt.

Tabelle II giebt eine Zusammenstellung der beobachteten und nach Gl. 16), 18) u. 19) berechneten Werte:

Tabelle II.

$10^{-10}\,v$	β	η	$10^7\,\mu'$		
			beob.	ber	Diff°/o
[2.83]	[0.945]	[12.5]	[1.59]	[1.91]	
2.72	0.907	7.41	1.30	1.29	+ 0.8
2.59	0.864	4.88	1.025	0.99	+ 3.5
2.48	0.827	3.85	0.855	0.86	− 0.6
2.36	0.787	3.13	0.765	0.77	−0.6

Mit Ausnahme des ersten, wie oben erwähnt zu unsicheren Wertes stellt die Formel die Beobachtungen ziemlich gut dar, wie besonders aus der in Fig. 4 dargestellten berechneten Kurve

1) S. Simon Wied. Ann. 69, 589. 1899.

für $\varepsilon/\mu = \frac{1}{\mu}$ hervorgeht. Das Verhältniß von scheinbarer zu wirklicher Masse beträgt also für Geschwindigkeiten die klein sind gegen die Lichtgeschwindigkeit:

$$21)\qquad \frac{m_0}{M} = \frac{m_0'}{M'} = \frac{0{,}122}{0{,}39} = 0{,}313 \text{ oder angenähert } 1/3$$

Wenn auch die letztere Zahl noch mit erheblicher Unsicherheit behaftet ist (ein Fehler von 10% in den für die magnetische Ablenkung maßgebenden Konstanten würde die wirkliche Masse verschwindend klein machen) so kann man doch auf Grund obiger Resultate schon soviel behaupten, daß die scheinbare Masse von derselben Größenordnung ist wie die wirkliche und bei den schnellsten Bequerelstrahlen die letztere sogar bedeutend übertrifft.

Es sei zum Schluß noch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Voraussetzung bei der obigen Betrachtung in der angenommenen Verteilung der Ladung des Elektrons auf einer unendlich dünnen Kugelschale besteht. Da wir über die Konstitution des Elektrons gar nichts wissen und a priori nicht berechtigt sind, die elektrostatischen Gesetze, die ja mit Hülfe der Elektronen erst erklärt werden sollen, auf Letztere selbst anzuwenden, so ist es natürlich ebensogut möglich, daß die Energieverhältnisse des Elektrons durch andere Ladungsverteilungen darstellbar sind, und daß es darunter auch solche giebt, die, auf obige Beobachtungen angewandt, die wirkliche Masse ganz zum Verschwinden bringen. Es wäre sehr wünschenswert, wenn die Berechnung der Feldenergie für andere Ladungsverteilungen, etwa für eine geladene Vollkugel, einmal durchgeführt würde. Die interessanten Berechnungen von C. H. Wind[1]) beziehen sich leider nur auf langsame Geschwindigkeiten.

1) C. H. Wind. Arch. Néerl. 1900 (Lorenzjubelband) 609.

Ueber die Darstellung algebraischer Raumkurven durch eine Gleichung.

Von

A. Brill.

Vorgelegt in der Sitzung am 8. November 1901.

1. Die Gleichung.

Die hier versuchte algebraische Darstellung einer Raumkurve beruht auf einer Bemerkung von Poisson[1]) über die Bildung der Resultante aus mehreren Gleichungen, vermöge deren er die bekannte Formel für die Ordnung der Endgleichung ableitet. Sie möge hier für zwei Flächengleichungen

$$f(x, y, z) = 0, \ \varphi(x, y, z) = 0, \tag{1}$$

wo f und φ ganze Funktionen der Cartesischen Koordinaten x, y, z sind, ausgesprochen werden. Statt aus den zwei Gleichungen eine der Veränderlichen zu eliminiren, nimmt Poisson eine lineare Gleichung

$$\omega = \lambda x + \mu y \tag{2}$$

mit den willkürlichen Koeffizienten λ, μ hinzu und eliminirt die beiden x und y aus (1) und (2).

Setzt man in der Endgleichung $\lambda = 0$, bezw. $\mu = 0$, so erhält man die beiden Resultanten, die man aus (1) durch Elimination von x oder y einzeln erhalten hätte. Sie ist von der Form

$$\Omega(\omega, \lambda, \mu;\ z) = 0, \tag{3}$$

wo Ω eine ganze rationale Funktion der eingeklammerten Varia-

1) Journal de l'École Polytechnique, Cahier XI. p. 201.

beln ist, die in ω, λ, μ homogen ist und in lineare (übrigens hinsichtlich z im Allgemeinen nicht rationale) Faktoren von der Form

$$\omega - \lambda x_i - \mu y_i$$

zerfällt.

Man kann nun $\Omega = 0$ als die Gleichung der Durchschnittskurve der Flächen auffassen. Ω zerfällt, wenn die Kurve zerfällt, entsprechend in rationale Funktionen von z. Denn setzt man in (3) den Wert von ω aus (2) ein, so erhält man eine in λ, μ homogene Gleichung, die für einen gegebenen Wert von λ/μ einen Kegel darstellt, der über der Raumkurve steht und zugleich mit ihr rational zerfällt. Ist eine Teilkurve von der Ordnung n, so wird der ihr entsprechende Faktor von Ω ebenfalls bis zur Dimension n in ω und z ansteigen. Und weil sich umgekehrt jede algebraische Raumkurve durch gewisse andere zu dem vollständigen Durchschnitt von zwei Flächen ergänzen läßt, so kann man jede zerfallende oder nicht zerfallende Raumkurve $n$ter Ordnung in der Form [1]) darstellen:

$$(4)\quad \Omega(\overline{\omega, \lambda, \mu}; z) \equiv a_0 \omega^n + (a_1 \lambda + b_1 \mu)\omega^{n-1} + (a_2 \lambda^2 + b_2 \lambda \mu + c_2 \mu^2)\omega^{n-2} \cdots$$
$$\cdots + a_n \lambda^n + b_n \lambda^{n-1}\mu + \cdots + f_n \mu^n = 0,$$

wo die Ternärform Ω hinsichtlich ω, λ, μ wiederum in lineare Faktoren zerfallen muß. Die Koeffizienten $a_0; a_1, b_1; a_2, b_2, c_2; \ldots$ sind ganze Funktionen von z, die man, unbeschadet der Allgemeinheit, je von demjenigen Grad annehmen kann, den der Index angiebt, so daß Ω hinsichtlich ω und z ebenfalls zur Dimension n ansteigt. Macht man Ω durch Hinzunahme einer dritten Veränderlichen t zu ω und z homogen, so lassen sich x, y, z, t als Tetraederkoordinaten auffassen. Setzt man dann noch:

$$\omega = \lambda x + \mu y,$$

so stellt nun die in $\lambda x + \mu y, z, t$ homogene Gleichung

$$(5)\quad \Omega(\overline{\lambda, \mu, \overline{\lambda x + \mu y, z, t}}) \equiv a_0(\lambda x + \mu y)^n + (a_1 \lambda + b_1 \mu)(\lambda x + \mu y)^{n-1} + \cdots$$
$$\cdots + a_n \lambda^n + b_n \lambda^{n-1}\mu + \cdots + f_n \mu^n = 0$$

wiederum für einen gegebenen Wert von λ/μ einen Kegel über der Raumkurve dar, dessen Spitze in dem Punkt λ/μ der Kante

1) Die homogen auftretenden Veränderlichen werden hier und später durch einen Horizontalstrich zusammengefaßt.

$z = t = 0$ des Koordinatentetraeders liegt. Die Kante $z = t = 0$ möge die **Hauptkante** heißen.

Die Kurve ist hiernach durch den Inbegriff dieser Kegel dargestellt. Ordnet man die linke Seite der Gleichung (5), die für alle Werte von λ/μ besteht, nach Potenzen von λ und setzt die Koeffizienten einzeln Null, so erhält man die Gleichungen von $n+1$ Flächen, die durch die Kurve gehen. Insbesondere liefern die Koeffizienten von λ^n und μ^n Kegel mit der Spitze in den Eckpunkten $x = z = t = 0$ (oder $\mu = 0$) und bzw. $y = z = t = 0$ ($\lambda = 0$) des Koordinatentetraeders; die nächstbenachbarten Glieder Flächen mit einem $(n-1)$fachen Punkt (Monoide); die hieran anschließenden solche mit einem $(n-2)$fachen Punkt u. s. w.

2. *Bedingungen für die Zerfällbarkeit einer Ternärform in Linearfaktoren.*

Die Koeffizienten $a_0, a_1, a_2 \ldots;\ b_1, b_2, \ldots;\ c_2, \ldots d_3, \ldots$ der Form Ω ((4) des vor Art.) sind nicht von einander unabhängig. Eine Ternärform

$$(1)\qquad \Omega \equiv a_0 \omega^n + (a_1 \lambda + b_1 \mu)\, \omega^{n-1} + (a_2 \lambda^2 + b_2 \lambda \mu + c_2 \mu^2)\omega^{n-2} + \cdots$$
$$\cdots + a_n \lambda^n + b\ \ \lambda^{n-1} \mu + \cdots + f_n \mu^n$$

mit sonst beliebigen Koeffizienten $a, b, c \ldots$ sei in Linearfaktoren zerfällbar und enthalte, wie wir der Einfachheit wegen annehmen wollen, keinen doppelt. Ist $a_0 = 0$, so tritt in Ω ein von ω freier Linearfaktor auf, der in den Koeffizienten sämtlicher Potenzen von ω enthalten sein muß. Wir denken uns diesen ausgeschieden und nehmen $a_0 \neq 0$ an. Dann erhält man ein System von Bedingungsgleichungen für das Zerfallen in die Faktoren:

$$(2)\qquad \Omega \equiv a_0 (\omega - \lambda x_1 - \mu y_1)(\omega - \lambda x_2 - \mu y_2) \ldots (\omega - \lambda x_n - \mu y_n)$$

auf folgende Weise. Zunächst läßt sich durch eine lineare Transformation von der Form:

$$\omega' : \lambda' : \mu' = \omega : \lambda : \alpha\omega + \beta\lambda + \gamma\mu$$

bei passender Wahl der Konstanten α, β, γ immer erreichen, daß die Linearfaktoren, in welche die Binärform:

$$A \equiv a_0 \omega^n + a_1 \omega^{n-1} \lambda + \cdots + a_n \lambda^n$$

zerlegbar ist, alle verschieden sind. Dies werde vorausgesetzt.

Ist x_i, y_i irgend eines der Wertepaare $x_1, y_1, x_2, y_2; \ldots x_n, y_n$, und setzt man

$$\omega = \lambda x_i + \mu y_i$$

in (1) ein, so verschwindet Ω wegen (2) für alle Werte von λ/μ. Ordnet man dann die linke Seite von (1) nach Potenzen von λ an und setzt die Koeffizienten einzeln null, so erhält man mit Hilfe der Bezeichnungen

$$(3) \qquad \begin{cases} A = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_n \\ B = \qquad b_1 x^{n-1} + b_2 x^{n-2} + \cdots + b_n \\ C = \qquad\qquad c_2 x^{n-2} + \cdots + c_n \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{cases}$$

die folgenden Bedingungen für die Zerfällbarkeit:

$$(4) \qquad A = 0$$

$$(4\text{a}) \qquad A'(x) \cdot y + B = 0$$

$$(4\text{b}) \qquad \tfrac{1}{2} A''(x) \cdot y + B'(x) y + C = 0$$

$$(4\text{c}) \qquad \tfrac{1}{6} A'''(x) \cdot y^3 + \tfrac{1}{2} B''(x) y^2 + C'(x) + D = 0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_0 y^n + b_1 y^{n-1} + c_2 y^{n-2} + \cdots + f_n = 0,$$

wo x, y statt x_i, y_i geschrieben wurde, und $A'(x), A''(x), \ldots$ die 1., 2., ... Ableitungen nach x bedeuten. Da nun aus der ersten von diesen Gleichungen sich die x_i, die in (2) auftreten, berechnen lassen, aus der zweiten $y = -\dfrac{B}{A'(x)}$ die zugehörigen y_i eindeutig folgen, so ist Ω völlig bestimmt, nachdem über die Koeffizienten $a_0, a_1, \ldots$ in A und $b_1, b_2, \ldots$ in B verfügt ist. Die Koeffizienten $c, d, \ldots$ in $C, D, \ldots$ lassen sich dann als rationale Funktionen der a, b darstellen. Das folgt auch aus einer Bemerkung, die sich an die Deutung von ω, λ, μ als Punktkoordinaten einer ebenen Kurve knüpft: daß nämlich eine Kurve, die in n Geraden zerfällt, durch ihre geradlinigen Asymptoten bestimmt ist.

Weil x der Gleichung $A = 0$ (4) genügt, läßt sich y auch in die Form bringen

$$y = -\frac{LB + NA}{LA' + MA},$$

wo L, M, N beliebige ganze Funktionen von x sind. Ist D_A die Diskriminante von A, so kann man bekanntlich immer L, M so bestimmen, daß

$$LA'(x) + MA \equiv D_A$$

ist, daß also x aus dem Nenner ganz verschwindet. Der Zähler kann dann durch passende Wahl von N noch auf den Grad $n-1$ in x herabgedrückt werden, so daß y die Form annimmt

$$y = -\frac{P(x)}{D_A},$$

wo die ganze Funktion $P(x)$ in x vom $(n-1)^{\text{ten}}$ Grad ist. Setzt man diesen Wert in die Gleichungen (4 b) (4 c), ... ein, so ergeben sich $C, D, \ldots$ als ganze Funktionen von x, deren Koeffizienten rationale Funktionen der Koeffizienten $a_0, a_1, \ldots a_n; b_1, b_2, \ldots b_n$ von A und B sind, und in deren Nennern nur noch Faktoren der Diskriminante D_A von A auftreten. Die Gesamtheit dieser Relationen zwischen den $a, b, c, d, \ldots$ bilden ein endliches Gleichungssystem, das die aus der Reduktibilität von Ω fließenden Gleichungen vertritt; denn sie stellen unter der Voraussetzung $D_A \neq 0$ die hinreichenden Bedingungen für die Zerfällbarkeit in Linearfaktoren dar. Vergleicht man sie mit denen, die ich für diese Forderung in einem früheren Aufsatz aufgestellt habe (Math. Annalen, Bd. 50, S. 167) so sieht man, daß sie schon für kleine Werte von n von höherem Gewicht als jene sind, und demnach als Fundamentalsystem hinter jenen zurückstehen.

3. *Der Kegel $A = 0$ und das zugehörige Monoid.*

Wir kehren zu der Annahme zurück, daß die Koeffizienten $a, b, c, \ldots$ in Ω ganze Funktionen von z je vom Grade ihres Index sind, und nehmen zunächst eine nichtspezielle Lage des Koordinatentetraeders gegen die durch $\Omega = 0$ dargestellte Kurve an, die außer wirklichen Doppelpunkten keine Singularitäten haben möge. Nach dem vorigen Artikel hängt Ω bloß von der Wahl der ganzen Funktionen A, B ab. Aber auch diese sind nicht völlig willkürlich. Denn die Forderung, daß die Funktionen $c, d, \ldots$ ganz hinsichtlich z sind, ist unter den obigen Voraussetzungen nur so erfüllbar, daß der Quotient

$$y = -\frac{B}{A'(x)}$$

für alle Wertepaare x, z, die zugleich A und A' zu Null machen, den „Charakter einer ganzen Funktion" hat, d. h. nur unendlich wird, wo $z/t = \infty$ ist. Denn wenn wir $A = 0$ als Kurve in der Ebene $y = 0$ auffassen, so verschwindet $A'(x)$, außer in

den singulären Punkten von $A = 0$, nur noch für die Berührungsstellen der Tangenten, die man vom Punkt $z = t = 0$ an die Kurve legen kann, und denen die Tangentialebenen an die Raumkurve entsprechen, die durch die Hauptkante gehen. Würde nun die Ordinate y (homogen y/t) für eine solche Stelle der Raumkurve unendlich, so müßte entweder 1., die Ebene $t = 0$ sie berühren; oder 2., $t = 0$ müßte eine Sehne der Kurve enthalten, die durch den Eckpunkt $y = z = t = 0$ des Tetraeders hindurch geht [1]), wenn ihr ein Doppelpunkt von $A = 0$ entsprechen würde. Endlich könnte 3., noch y in einem singulären Punkt von $A = 0$ unendlich werden, dem in der Ebene $t = 0$ ein wirklicher Doppelpunkt der Raumkurve entspräche. In allen drei Fällen wäre aber die Lage des Koordinatentetraeders eine spezielle, was wir ausgeschlossen haben.

Herr Noether hat die Bedingungen angegeben, die B erfüllen muß, um jener Forderung zu genügen [2]), und später haben auf dieser Grundlage Noether und Halphen jeder in einer von der Berliner Akademie gekrönten Preisschrift [3]) eine umfangreiche Theorie der Raumkurven entwickelt [4]). Eine algebraische Darstellung der Raumkurven jedoch, auf Grund etwa der Bildung der Funktionen A, B, ist meines Wissens bisher nicht versucht worden. Ich gedenke an einer anderen Stelle zu zeigen, wie man mit Hilfe der hier gewonnenen Anschauungen in den einfachsten Fällen eine solche findet. — Den folgenden Beispielen schicke ich wenige Bemerkungen voraus.

Wie im Anfang des Art. 2 erwähnt wurde, zieht die Zerfällbarkeit von Ω nach sich, daß, wenn $a_0 = 0$ ist, notwendig entweder 1., $a_1\lambda + b_1\mu$ oder 2., λ (oder μ) gemeinsamer Faktor aller Potenzen von ω ist. Im ersteren Fall spaltet sich von der Kurve n^{ter} Ordnung die Hauptkante selbst ab, und es bleibt eine Kurve $(n-1)^{\text{ter}}$ Ordnung; im zweiten wird durch das simultane Ver-

---

1) Dieser Fall tritt u. A. dann ein, wenn die Raumkurve durch jenen Eckpunkt hindurchgeht.

2) Ueber einen Satz aus der Theorie der algebraischen Funktionen, Math. Ann. VI, S. 351.

3) Noether, zur Grundlegung der Theorie der algebraischen Raumkurven, Abh. Berl. Akad. von 1882 (s. auch Act. Math. Bd. 8. Halphen, sur la classification des courbes gauches algébriques, Journ, Éc. Polyt. LII. Cah. 1882.

4) Zu erwähnen sind, außer den grundlegenden Abhandlungen von Cayley, Comptes R. T. 54, 58 (1862, 64), noch eine Note von Sturm, Report Brit. Ass. for 1881, und eine Abhandlung von Valentiner, Acta Math. Bd. 2.

schwinden von $b_1, c_2, \dots f_n$ die Gleichung von der Form

$$a_1 \omega^{n-1} + (a_2 \lambda + b_2 \mu)\omega^{n-2} + \cdots + a_n \lambda^{n-1} + b_n \lambda^{n-2} \mu + \cdots\cdots = 0$$

und stellt eine Kurve n^{ter} Ordnung dar, welche die Hauptkante trifft. Die Berührungsebene in dem Schnittpunkt ist $a_1 = 0$. Rückt noch der Schnittpunkt in einen Eckpunkt des Tetraeders, so wird a_1 gemeinsamer Faktor von $a_2 a_3 \dots a_n$. Schneidet die Hauptkante die Kurve in i Punkten, so lautet die Gleichung:

$$a_i \omega^{n-i} + (a_{i+1} \lambda + b_{i+1} \mu)\, \omega^{n-i-1} + \cdots + (a_n \lambda^{n-i} + \cdots) = 0.$$

Ist hierbei ein Linearfaktor von a_i zugleich Faktor von a_{i+1} und b_{i+1}, so ist die entsprechende Ebene Schmiegungsebene der Raumkurve, weil in ihr bloß noch $n - i - 2$ Kurvenpunkte außerhalb der Hauptkante liegen u. s. w.

Ich schließe die Gleichungen einiger Kurven der niedersten Ordnungen an; sie sind einfach genug, werden aber mit steigender Ordnung rasch verwickelter. Die Indices geben den Grad in z, t an. Kurven 2. Ordnung in allgemeiner Lage:

a., $\omega^2 a_0 + c_2 (a_0 \lambda + b_0 \mu)^2 = 0$, Kegelschnitt.

b., $\omega^2 a_0 + (a_1 \lambda + b_1 \mu)^2 = 0$, zwei windschiefe Geraden.

Kurve 2. Ordnung, die die Hauptkante trifft:

$$a_1 \omega + a_2 \lambda + b_2 \mu = 0.$$

Kurve 3. Ordnung die durch die Eckpunkte $z = t = y = 0$ $(\lambda = 0)$, $z = t = x = 0$ $(\mu = 0)$ des Tetraeders geht:

$$\alpha_1 \beta_1 \omega + \alpha_1 a_2 \lambda + \beta_1 b_2 \mu = 0.$$

Kurven 4. Ordnung, die durch die Ecken $\lambda = 0$ und $\mu = 0$ des Koordinatentetraeders gehen. Die Hauptkante ist Schnittlinie der Schmiegungsebenen in diesen Punkten:

a., $\alpha_1 \beta_1 \omega^2 + b_2 (\alpha_1 \lambda + \beta_1^1 \mu)^2 = 0$. (Geschlecht 1)

b., $\alpha_1 \beta_1 \omega^2 + (a_1 \alpha_1 \lambda + b_1 \beta_1 \mu)^2 = 0$. (Geschlecht 0).

In diesen Gleichungen bedeuten $a_0 \dots a_1 b_1 \dots a_2 b_2 c_2 \dots \alpha_1 \beta_1 \dots$ ganze homogene Funktionen von z und t von dem Grade je des Index mit übrigens beliebigen Koeffizienten.

Man überzeugt sich leicht, daß die besondere Lage gegen die Hauptkante keine projektiven Besonderheiten einschließt.

Zerfällt die Raumkurve und damit die Funktion Ω rational hinsichtlich z, so ist dies auch mit der Projektionskurve $A = 0$ der Fall. Diese Bemerkung läßt sich auch umkehren, wenn man mehrfach zu rechnende Bestandteile von $A = 0$ ausschließt. An der Berechnung der Funktionen $B, C, \ldots$ ändert sich dabei nichts.

Unsere Darstellung umfaßt demnach zerfallende und nicht zerfallende, insbesondere auch ebene Kurven im Raume. Nur Kurven, die in einer Ebene durch die Hauptkante liegen, sind ausgeschlossen.

Wenn die Kurve $A = 0$ weniger als $\frac{1}{2}(n-2)(n-3)+1$ Doppelpunkte besitzt, geht, wie hier nicht ausgeführt werden soll, der Quotient $\frac{B(x)}{A'(x)}$ in eine lineare Funktion von x und z über; die Kurve artet dann in eine ebene aus.

4. *Die Diskriminante der Kurvengleichung.*

Die Untersuchung der Diskriminante D_Ω der Raumkurvengleichung hinsichtlich ω schließt man zweckmäßig an die folgende Gleichungsform (wo nun $a_0 \neq 0$ ist) an:

$$\Omega = a_0 \prod (\omega - \lambda x_i - \mu y_i),$$

wo $\prod$ das Produkt der n Faktoren bedeutet, die aus dem angeschriebenen dadurch hervorgehen, daß man $i = 1, 2, \ldots n$ setzt; x_i, y_i sind die Koordinaten eines der n Punkte, in denen irgend eine Ebene $z = \alpha t$, die durch die Hauptkante geht, die Kurve trifft. Dann erhält die Diskriminante die Form:

$$D_\Omega = a_0^{2n-2} \prod_\nu [\lambda(x_i - x_k) + \mu(y_i - y_k)]^2, \tag{1}$$

wo $\prod$ das Produkt der

$$\nu = \frac{1}{2} n (n-1)$$

Faktoren ist, die für $i \neq k = 1, 2, \ldots n$ aus dem angeschriebenen entstehen. Weil im Allgemeinen a_0^{2n-2} gegen die Nenner in dem Produkt $\prod$, nachdem dieses in rationale Form gebracht ist, wegfällt, so verschwindet D_Ω nur dann, wenn einer der Faktoren von $\prod$ verschwindet.

Nun wird aber, wenn man $z = \alpha t$ annimmt, die Gleichung

$$\lambda(x_i - x_k) + \mu(y_i - y_k) = 0$$

1., für $$\frac{y_i - y_k}{x_i - x_k} = -\frac{\lambda}{\mu}$$

erfüllt, d. h. wenn der Punkt λ/μ der Hauptkante von der Verbindungslinie zweier Schnittpunkte der Ebene $z = \alpha t$, (einer Sehne der Raumkurve, die in dieser Ebene liegt) getroffen wird.

2., für $$x_i = x_k, \; y_i = y_k,$$

d. h. wenn für $z = \alpha t$ zwei Schnittpunkte zusammenfallen, z. B. wenn die Ebene die Raumkurve berührt. Dann verschwindet D_Ω unabhängig von dem Wert von λ/μ; das Produkt der diesem Fall entsprechenden Faktoren $z - \alpha t$ bildet einen von λ/μ unabhängigen Faktor der Diskriminante, der sich rational aus dem Quadrat des Differenzenprodukts ausscheidet.

Danach zerfällt D_Ω rational in zwei Faktoren:

$$D_\Omega = K(\overset{k}{\overline{z, t}}) \left[L(\overset{\nu - \frac{1}{2}k}{\overline{z, t}}; \overset{\nu}{\overline{\lambda, \mu}})\right]^2 \tag{2}$$

wo die übergesetzte Zahl je die Ordnung der in den überstrichenen Variabeln homogenen Funktionen angiebt, und wieder

$$\nu = \tfrac{1}{2} n(n-1)$$

ist. k ist eine gerade Zahl, und giebt die Anzahl der von der Hauptkante aus an die Kurve zu legenden Tangentialebenen an, einschließlich derjenigen Ebenen, die nach etwa vorhandenen wirklichen Doppelpunkten oder Schnittpunkten von Teilzweigen der Kurve gehen. Die diesen letzteren Ebenen zugehörigen Faktoren von K treten doppelt auf, wie aus dem analogen Verhalten bei denjenigen ebenen Kurven hervorgeht, die Projektionen der Raumkurve sind. K ist also von der Form:

$$K = K'(\overset{k'}{\overline{z, t}}) \left[K''(\overset{k''}{\overline{z, t}})\right]^2$$

und entsprechend ist

$$k = k' + 2k''.$$

Man schließt aus der Form (2) der Diskriminante, daß durch einen gegebenen Punkt λ/μ der Hauptkante (und somit durch jeden Raumpunkt)

$$h = \nu - \tfrac{1}{2}k = \tfrac{1}{2}n(n-1) - \tfrac{1}{2}k$$

Sehnen der Raumkurve gehen, d. h. h ist die Anzahl ihrer scheinbaren Doppelpunkte.

Sowie K kann auch die Funktion $L(z, t; \lambda, \mu)$, die, gleich Null gesetzt diese h Sehnen ergiebt, in Faktoren zerfallen, die in z, t rational sind. Scheidet sich insbesondere aus L ein Linearfaktor aus, da zwar λ, μ, nicht aber z, t enthält, so ist für diesen der Quotient

$$\frac{y_i - y_k}{x_i - x_k} = -\frac{\lambda}{\mu}$$

eine Konstante. Der Bedingung genügen, in Verbindung mit $z_i = z_k$, nur Punktepaare i, k, die in einer Ebene liegen. Für eine ebene Kurve n^{ter} Ordnung ist jede Gerade der Ebene eine $\frac{1}{2} n(n-1)$-fache Sehne. Einer solchen gehört demnach ein Faktor der Diskriminante von der Form:

$$(\alpha_0 \lambda + \beta_0 \mu)^{2\nu}$$

zu, wo α_0, β_0 Konstanten sind. K ist dann von der Ordnung $k = 2\nu$ und kann noch, wie oben angegeben, zerfallen. Andererseits entspricht dem kleinsten Wert von k, nämlich $k = 0$, der Fall, daß durch jeden Punkt der Hauptkante ν Sehnen gehen. Dann zerfällt die Raumkurve, deren Projektionen sämtlich ν Doppelpunkte besitzen, in n im Allgemeinen windschiefe Geraden. Zwischen diesen beiden Grenzfällen schalten sich alle möglichen zerfallenden und nichtzerfallenden Raumkurven n^{ter} Ordnung in der Weise ein, daß sie sich nur durch die Form und den Grad der Funktionen K und L unterscheiden. Den rationalen (unikursalen) Raumkurven entspricht der Wert $k = 2n - 2$. Zerfällt die Kurve und damit die Funktion Ω, so zerfallen auch K und L in Faktoren, die in z rational sind. Nach einem bekannten Satze über die Diskriminante eines Produkts scheidet sich aus K, jeder einzelnen Teilkurve entsprechend, ein einfacher Faktor aus, jedem Paar entsprechend außerdem ein quadratischer Faktor.

Die Koeffizienten der Funktionen K und L sind im Allgemeinen nicht von einander unabhängig. Die genauere Ermittlung dieser bis jetzt noch wenig bekannten Beziehungen würde für unsere Theorie einen wesentlichen Fortschritt bedeuten. Sie spielen übrigens eine Rolle auch bei der Bildung der Diskriminante von L hinsichtlich λ, μ, wie sich im nächsten Artikel zeigen wird.

5. *Die Diskriminante der Wurzel aus der Diskriminante.*

Aus der Beziehung ((1), (2) Art. 4)

$$(1) \quad \sqrt{D_\Omega} = a_0^{n-1} \prod (\lambda(x_i - x_k) + \mu(y_i - y_k)) = \sqrt{K(z, t)}\, L(z, t; \lambda, \mu)$$

ergiebt sich zunächst, daß, wenn wieder $\nu = \frac{1}{2} n(n-1)$ ist, $\sqrt{K}$ (mindestens) $(\nu - 1)$-facher Faktor der Wurzel aus der Diskriminante von $\sqrt{D_\Omega}$ ist:

(2)
$$\sqrt{D_{\sqrt{D_\Omega}}} = \sqrt{K}^{\nu-1} \sqrt{D_\Omega}.$$

Andererseits ist:

(3)
$$\sqrt{D_{\sqrt{D_\Omega}}} = a_0^{(n-1)(\nu-1)} \prod{}' [(y_i - y_k)(x_r - x_s) - (y_r - y_s)(x_i - x_k)],$$

wo i, k, r, s vier von den Zahlen $1, 2, \ldots n$ sind, und das Produkt $\prod' \frac{1}{2} \nu(\nu - 1)$ Faktoren umfaßt. Diese zerfallen in zwei Klassen:

1., solche, für die eine der Zahlen r, s gleich einer der Zahlen i, k ist $(i \neq k)$,

2., solche, für welche alle vier Zahlen i, k, r, s verschieden sind.

Von den Faktoren der 1. Art haben immer drei denselben Wert, und sind gleich der Determinante

(4)
$$\begin{vmatrix} y_i & y_k & y_r \\ x_i & x_k & x_r \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Ihre Anzahl ist gleich $3\binom{n}{3}$, wo

$$\binom{n}{i} = \frac{n(n-1)\ldots(n-i+1)}{1.2\ldots i} \text{ ist.}$$

Die Faktoren der 2. Art, von denen es

$$\frac{1}{2}\nu \cdot \binom{n-2}{2} = 3\binom{n}{4}$$

giebt, fassen wir zu dem Produkt $\prod'''$ zusammen, so daß

$$\prod{}' = \prod{}''^3 \prod{}'''$$

ist. Die geometrische Bedeutung dieser beiden Faktoren ist leicht zu ermitteln.

Zunächst $\prod'' = 0$.

Die Determinante (4) verschwindet, wenn die 3 Punkte i, k, r in gerader Linie liegen. Demnach umfaßt $\prod'' = 0$ diejenigen Ebenen durch die Hauptkante, welche dreifach schneidende Sehnen enthalten. Aber die Determinante verschwindet auch, wenn die Punkte i und k zusammen fallen, was für diejenigen Ebenen durch

die Hauptkante eintritt, welche die Kurve berühren oder welche nach Selbstdurchsetzungspunkten der Kurve gehen, also für die Wurzeln von $K = 0$.

In dem besonderen Fall, daß K eine Konstante ist, daß also die Raumkurve (Art. 4) in n windschiefe Geraden zerfällt, läßt sich die Zahl f der dreifach schneidenden Sehnen, die eine gegebene Gerade treffen, unmittelbar angeben; sie ist $f = 2\binom{n}{3}$. Dies ist der Grad von $\prod'$ hinsichtlich z, wenn überhaupt die $a_i, b_i, c_i \dots$ je vom Grade des Index sind. Ein anderer Sonderfall, daß nämlich die Kurve in einen Kegelschnitt und $n-2$ sie nicht treffende Geraden zerfällt, giebt ebenfalls die Möglichkeit, jene Zahl f zu berechnen, und daraus auf den Faktor von k zu schließen. Die dreifach schneidenden Sehnen bestehen dann 1., aus den $n-2$ Geraden, die in der Ebene des Kegelschnitts von dem Punkt der Hauptkante nach den $n-2$ Schnittpunkten mit den Geraden gehen; 2., aus den je 4 Geraden, die den Kegelschnitt in einem Punkt und die Hauptkante sowie je eine der $n-2$ Geraden treffen, an Zahl im Ganzen $4\binom{n-2}{2}$; endlich 3., aus den $2\binom{n-2}{3}$ Geraden, die 3 von den $n-2$ Geraden treffen. Was bei Summation dieser drei Posten an dem Gesamtgrad $2\binom{n}{3}$ noch fehlt, kommt auf Rechnung der Tangentialebenen von der Hauptkante an den Kegelschnitt. Man findet $n-2$. Daher muß $\prod''^2$ den Faktor K $(n-2)$-fach enthalten, und man hat die nun für alle Fälle giltige Gleichung

$$\prod''^2 = F^2 \overset{f}{\overline{(z,t)}} \left(K \overset{k}{\overline{(z,t)}} \right)^{n-2},$$

wo F eine rationale ganze Funktion ist, und

$$f + \frac{n-2}{2} \cdot k = 2 \cdot \binom{n}{3}.$$

Die hieraus sich ergebende Zahl f für die Ordnung der windschiefen Fläche der dreifach schneidenden Sehnen stimmt übrigens mit der auch sonst bekannten Zahl überein. (Zeuthen, Annali di mat. III S. 184).

Um die geometrische Bedeutung des Faktors $\prod'''$ zu finden, betrachte man die Differenz

$$(y_i - y_k)(x_r - x_s) - (y_r - y_s)(x_i - x_k),$$

wo nun i, k, r, s verschieden sind. Sie verschwindet 1., wenn in

einer Ebene durch die Hauptkante sich zwei Sehnen auf der Kante treffen, ohne daß sie zusammenfallen; 2., wenn $K = 0$ ist, wie oben. Giebt die Zahl g an, wie oft das erstere vorkommt, so liefert zunächst wieder der Fall von n windschiefen Geraden für g die Zahl $6\binom{n}{4}$. Im Falle einer rationalen Kurve n^{ter} Ordnung ohne wirkliche Doppelpunkte liefert das Korrespondenzprinzip für die Zahl $g = \binom{n-1}{2}\binom{n-2}{2}$.

Die Differenz dieses Wertes und des früheren giebt den Faktor, mit welchem $k = 2n - 2$ multiplizirt auftritt. Man erhält für ihn $\frac{1}{2}\binom{n-2}{2}$. Demnach ist allgemein

$$\Pi'''^2 = \Phi^2 \overline{(z,t)}^{\,g} \cdot \left(K\, \overline{(z,t)}^{\,k}\right)^{\frac{n-2)(n-3)}{2}},$$

und dem entsprechend

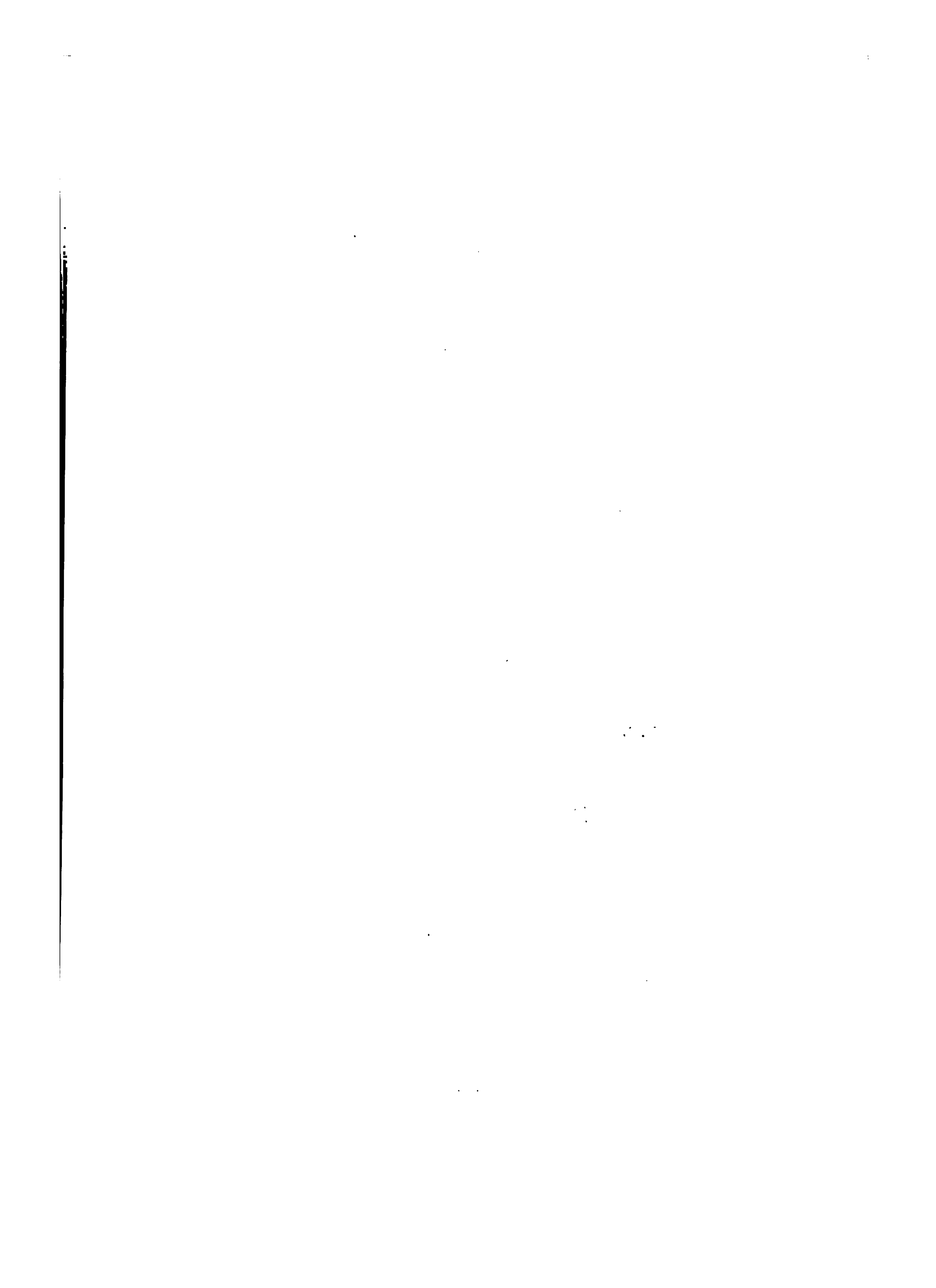
$$g + \tfrac{1}{2}\binom{n-2}{2} k = 6\binom{n}{4}.$$

In (vergl. (1))

$$\Pi' = \Pi''^3\, \Pi''' = \sqrt{K}^{2\nu-2}\, \sqrt{D_L}$$

kommt hiernach der Faktor $\sqrt{K}$ $\frac{1}{2}(n-2)(n+3)$ mal vor; daher besitzt $\sqrt{D_L}$ den Faktor $\sqrt{K}$ noch $n-2$ fach, was eben auf den Zusammenhang zwischen den Koeffizienten der Funktionen K und L hinweist, von dem im vorigen Artikel die Rede war.

Der Grad der Vielfachheit, in der mindestens der Faktor K in den Funktionen Π^2 und D_L auftritt, bleibt derselbe, auch wenn die $a, b, c, \ldots$ nicht mehr Funktion von z vom Grade der Indices sind. Die Zahl n bedeutet dann den Grad von Ω hinsichtlich ω allein.



Electronenhypothese und Theorie des Magnetismus.

Von

W. Voigt.

Vorgelegt in der Sitzung am 8. November 1901.

Zweck der nachstehenden Untersuchungen ist die Entscheidung der Frage, ob auf Grund der in der Optik bewährten Vorstellungen über Electronen eine Erklärung der Erscheinungen der Magnetisirung und Diamagnetisirung zu gewinnen ist. Es scheint im allgemeinen die Ansicht gehegt zu werden, daß die Hypothesen der Orientirung von vorhandenen Molekularströmen und der Induction von neuen Strömen in einem magnetischen Felde, welche bislang zur Ableitung der Thatsachen benutzt worden sind, mit der Electronentheorie nicht allein vereinbar, sondern sogar aus derselben in einfacher Weise ableitbar wären. Indessen liegen die Verhältnisse doch etwas anders, und es dürfte sich aus den folgenden Ueberlegungen ergeben, daß von der Electronenhypothese aus zwar eine Erklärung der para- und der diamagnetischen Influenz möglich scheint, daß aber der durch diese Hypothese geforderte Mechanismus des Vorganges von der älteren Vorstellung in wesentlichen Punkten abweicht.

Herrn E. Wiechert, mit dem ich die Resultate der von mir angestellten Rechnungen mehrfach zu besprechen Gelegenheit hatte, bin ich für werthvolle Anregungen zu Dank verpflichtet.

1) So lange die Geschwindigkeit G bewegter electrischer Ladungen so, wie wir in unserm Falle annehmen dürfen, klein ist gegen die Lichtgeschwindigkeit ω, kann man das Elementargesetz

ihrer magnetischen Wirkung leicht aus der sog. Biot-Savart'schen Formel ableiten, nach der für die Componenten δX_1, δY_1, δZ_1 der Feldwirkung eines linearen Stromelementes $J\delta s$ an der Stelle x, y, z auf einen Punkt x_1, y_1, z_1 bei Voraussetzung des electrostatisch-magnetischen Maaßsystemes die Gleichungen gelten:

$$\delta X_1 = \frac{\delta s}{\omega E_1^3}(V(z_1 - z) - W(y_1 - y)), \text{ u. s. f.},$$

unter E_1 die Entfernung des Elementes vom Aufpunkte, unter U, V, W die Componenten von J verstanden.

Gehen nun in der Zeiteinheit α Ladungselemente e durch den Querschnitt des linearen Leiters, so ist $J = \alpha e$, und wenn man für δs den in dem Zeitelement $\delta t = 1/\alpha$ Secunde zurückgelegten Weg wählt, so wird $\alpha\delta s$ gleich der Bewegungsgeschwindigkeit G der Ladungen, somit auch $J\delta s = Ge$. Da nun überdies unter der gemachten Annahme auf dem Element δs jederzeit nur ein Electron vorhanden ist, so stellen

$$1)\qquad X_1 = \frac{e}{\omega E_1^3}(v(z_1 - z) - w(y_1 - y)), \text{ u. s. f.},$$

unter u, v, w die Componenten von G verstanden, die Feldcomponenten des bewegten Ladungselementes e dar.

Ist das Ladungselement ein mit der electrischen Dichte ε versehenes Volumenelement $d\varkappa$ eines um seinen (im Coordinatenanfang liegenden) Schwerpunkt rotirenden, homogen geladenen Körpers, so finden sich für die von ihm ausgehenden magnetischen Gesammtcomponenten nach den absolut festen Coordinatenaxen X, Y, Z die Ausdrücke

$$(X_1) = \frac{\varepsilon}{\omega}\int (v(z_1 - z) - w(y_1 - y))\frac{d\varkappa}{E_1^3}$$
$$= \frac{\varepsilon}{\omega}\int [(xr - zp)(z_1 - z) - (yp - xq)(y_1 - y)]\frac{d\varkappa}{E_1^3},$$

wobei p, q, r die Componenten der Rotationsgeschwindigkeit nach den Coordinatenaxen darstellen.

Hier mögen x, y, z klein sein gegen E_1; es möge also die Wirkung des rotirenden Körpers auf einen fernen Punkt betrachtet werden. Dann ist $1/E_1^3$ nach Potenzen von x, y, z zu entwickeln und jedenfalls das Glied erster Ordnung beizubehalten. Man erhält so nach einfacher Rechnung für das absolut feste Coordinatensystem, falls $E_0^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$ ist,

$$
2)\quad \begin{aligned}
(X_1) = \frac{\varepsilon}{\omega}\Big\{ & \frac{1}{E_0^3}\,[p\,\Xi + q\,Z' + r\,H'] \\
& + \frac{3}{E_0^5}\,[p\,(2\,y_1 z_1\,\Xi' + z_1 x_1\,H' + x_1 y_1\,Z' - y_1^2\,\mathfrak{Y} - z_1^2\,\mathfrak{Z}) \\
& - q\,(y_1 z_1\,H' + y_1^2\,Z' - x_1 y_1\,\mathfrak{X}) \\
& - r\,(y_1 z_1\,Z' + z_1^2\,H' - x_1 z_1\,\mathfrak{X})]\Big\}, \text{ u. s. f.}
\end{aligned}
$$

Dabei stellen Ξ, H, Z die Trägheits-, Ξ', H', Z' die Deviationsmomente des Körper volumens um die absolut festen Axen X, Y, Z dar; es ist also

$$
3)\qquad \Xi = \int (y^2 + z^2)\,d\varkappa,\ \ldots,\ \Xi' = -\int yz\,d\varkappa,\ \ldots;
$$

außerdem ist gesetzt:

$$
4)\qquad \int x^2\,d\varkappa = \tfrac{1}{2}(H + Z - \Xi) = \mathfrak{X},\ \ldots
$$

Für ein im Körper festes Coordinatensystem A, B, C, dessen Anfang in dem (mit dem Schwerpunkt identischen) Drehpunkt liegt, und dessen Axen in die Hauptträgheitsaxen des Körpers fallen, hat man bei Einführung der Drehungsgeschwindigkeiten f, g, h und der den Ξ, H, Z, $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ entsprechenden Größen A, B, Γ, $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ einfacher

$$
5)\quad (A_1) = \frac{\varepsilon}{\omega}\left\{\frac{1}{E_0^3}\,fA - \frac{3}{E_0^5}\,[f(a_1^2\,\mathfrak{A} + b_1^2\,\mathfrak{B} + c_1^2\,\mathfrak{C}) - (fa_1 + gb_1 + hc_1)\,a_1\,\mathfrak{A}]\right\}
$$

u. s. f. Hierin bezeichnen a_1, b_1, c_1 die Coordinaten des Punktes x_1, y_1, z_1, auf den die Kraft ausgeübt wird, in Bezug auf das System ABC. Die relative Lage der beiden Axenkreuze sei dabei durch das Schema dargestellt:

6)

	a	b	c
x	α_1	α_2	α_3
y	β_1	β_2	β_3
z	γ_1	γ_2	γ_3

wobei
$$
\alpha_1 = \beta_2\gamma_3 - \beta_3\gamma_2,\quad \beta_1 = \gamma_2\alpha_3 - \gamma_3\alpha_2,\quad \gamma_1 = \alpha_2\beta_3 - \alpha_3\beta_2 \text{ u. s. f.}
$$

Aus den in (5) angegebenen Kraftcomponenten wollen wir nun die Componente (Z_1) nach der Z-Axe bilden, unter der Annahme, daß der Punkt x_1, y_1, z_1, auf den die Wirkung ausgeübt wird, gleichfalls der Z-Axe angehört, daß also $a_1 = E_0\gamma_1$, $b_1 = E_0\gamma_2$, $c_1 = E_0\gamma_3$ und $E_0 = z_1$ ist. Es findet sich dann sehr einfach

$$
7)\qquad (Z_1) = \frac{\varepsilon}{\omega E_0^3}\,(Af\gamma_1 + Bg\gamma_2 + \Gamma h\gamma_3),
$$

eine Formel, die für $A = B$ das Resultat

$$8)\qquad (Z_1) = \frac{\varepsilon}{\omega E_0^3}(A(f\gamma_1 + g\gamma_2) + \Gamma h\gamma_3),$$

und für drei gleiche Hauptträgheitsmomente $A = B = \Gamma = M$

$$9)\qquad (Z_1) = \frac{\varepsilon M r}{\omega E_0^3}$$

liefert. Wäre im Coordinatenanfang ein magnetisches Molekül von dem Moment μ nach der Z-Axe vorhanden, so würde unter den gleichen Umständen gelten

$$10)\qquad (Z_1) = \frac{2\mu}{E_0^3};$$

die Vergleichung der obigen Formeln mit diesem Ausdruck ergiebt unmittelbar, wie groß das magnetische Moment des rotirenden Körpers in Rechnung zu setzen ist.

2) Die Kräfte, die ein Electron in einem Magnetfeld erfährt, zerfallen in zwei Theile; der erste bestimmt sich durch den Momentanwerth der magnetischen Feldstärke R, der zweite durch ihre zeitliche Aenderung. Wir betrachten beide Theile nur in dem Falle, daß die Kraftlinien des Feldes der Z-Axe des festen Coordinatensystemes parallel verlaufen.

Hier ist für ein Ladungselement e der erste Theil gegeben durch die Componentenwerthe

$$11)\qquad X = eRv/\omega, \quad Y = -eRu/\omega, \quad Z = 0.$$

Daraus folgen für einen um den Coordinatenanfangspunkt drehbaren Körper von der constanten Ladungsdichte ε die Drehungsmomente um die festen Axen X, Y, Z

$$12)\qquad L = \varepsilon R(q\mathfrak{Z} + r\Xi')/\omega, \quad M = -\varepsilon R(p\mathfrak{Z} + rH')/\omega, \\ N = \varepsilon R(p\Xi' + qH')/\omega;$$

dagegen lauten die Drehungsmomente um die Hauptträgheitsaxen des Körpers durch seinen Schwerpunkt

$$13)\qquad F = \varepsilon(gC\mathfrak{C} - hB\mathfrak{B})/\omega, \quad G = \varepsilon(hA\mathfrak{A} - fC\mathfrak{C})/\omega, \\ H = \varepsilon(fB\mathfrak{B} - gA\mathfrak{A})/\omega,$$

wobei $A = R\gamma_1$, $B = R\gamma_2$, $C = R\gamma_3$ die Componenten von R nach den Hauptträgheitsaxen darstellen.

Der zweite Theil folgt aus den allgemeinen Maxwell-

Hertz'schen Formeln je nach dem Gesetz der zeitlichen Veränderung von R verschieden. Da es sich in unserm Falle nur um das Zeitintegral der Kraft über ein sehr kurzes Zeitelement handelt (nämlich über die Dauer der Entstehung des Magnetfeldes, die wir, wie es scheint, gegenüber der Umlaufszeit eines Electron beliebig klein annehmen dürfen, ohne zu physikalischen Unmöglichkeiten zu kommen), so können wir ohne Beschränkung der Allgemeinheit über dieses Gesetz so verfügen, daß die Rechnung möglichst einfach wird.

Wir wollen uns demgemäß vorstellen, daß eine zur YZ-Ebene parallele magnetische Welle durch den Raum hin fortschreitet, derart, daß für $t - x/\omega < 0$ die Feldstärke gleich Null ist, für $0 < t - x/\omega < \tau$ von 0 bis R wächst und für $t - x/\omega > \tau$ den Werth R constant beibehält. In diesem Falle reduciren sich die electrodynamischen Grundformeln, falls R' die variable magnetische Feldstärke und X' Y' Z' die Componenten der electrische Feldstärke bezeichnen, auf

$$14)\qquad \partial X'/\partial x = 0, \quad \partial Z'/\partial x = 0,$$

$$15)\qquad -\omega\frac{\partial Y'}{\partial x} = \frac{\partial R'}{\partial t} \qquad -\omega\frac{\partial R'}{\partial x} = \frac{\partial Y'}{\partial t},$$

denen durch

$$16)\qquad X' = 0, \quad Z' = 0, \quad Y' = R' = \varphi(t - x/\omega)$$

genügt wird, falls φ eine beliebige Function des Argumentes $t - x/\omega$ bezeichnet.

Nehmen wir der Einfachheit halber das Wachsthum von R' mit der Zeit als lineär an, so gilt

$$17)\qquad \begin{aligned} Y' &= 0 \text{ für } t - x/\omega < 0, \\ Y' &= R(t - x/\omega)/\tau \text{ für } 0 < t - x/\omega < \tau, \\ Y' &= R \text{ für } t - x/\omega > \tau, \end{aligned}$$

während X' und Z' dauernd verschwinden.

Dieser Ansatz scheint in sofern bedenklich, als er für $t - x/\omega > \tau$ neben einer constanten magnetischen auch eine constante electrische Feldstärke ergiebt. Indessen ist eine solche einerseits ohne Einfluß auf die magnetischen Vorgänge, andererseits kann man sie zum Verschwinden bringen, indem man die Entstehung des Feldes R, statt durch eine parallel $+X$ fortschreitende Welle durch zwei einander folgende von der halben Intensität erregt denkt, deren eine parallel $+X$, deren andere parallel $-X$ fortläuft.

Aus (17) folgen für die über τ genommenen Zeitintegrale der auf die Ladung e wirkenden Kräfte $X = eX'$ u. s. f. während der zweiten Periode, innerhalb deren wir die Ortsveränderung des Electron als unmerklich betrachten, die Werthe

$$\text{18)} \qquad \int X dt = 0, \quad \int Y dt = \tfrac{1}{2} eR\tau, \quad \int Z dt = 0;$$

das Zeitintegral der Y-Componente hängt also von der Entstehungsdauer τ des Magnetfeldes ab und verschwindet mit derselben.

Für die Drehungsmomente um die Coordinatenaxen X, Y, Z, die ein (wie früher) um den Coordinatenanfang drehbarer Körper (von Dimensionen, die klein sein mögen gegen $\tau\omega$) in Folge der oben eingeführten Kraft erleidet, erhält man während der ersten und dritten Periode den Werth Null. Während der zweiten gelten (mit Ausnahme der verschwindend kurzen Zeitabschnitte des Eintrittes und des Austrittes der Welle in den Körper) die Werthe

$$\text{19)} \qquad L = -\frac{\varepsilon R}{\tau\omega} H', \quad M = 0, \quad N = -\frac{\varepsilon R}{\tau\omega} \mathfrak{X}.$$

Die Zeitintegrale dieser Ausdrücke, d. h. die Impulsmomente, sind, wenn man die Lagenänderung des Körpers während τ ignorirt,

$$\text{20)} \qquad \int L dt = -\frac{\varepsilon R}{\omega} H', \quad \int M dt = 0, \quad \int N dt = -\frac{\varepsilon R}{\omega} \mathfrak{X};$$

sie sind somit von der Dauer τ unabhängig.

Für die Drehungsmomente F, G, H um die Hauptträgheitsaxen A, B, C des Körpers durch seinen Schwerpunkt ergiebt eine einfache Rechnung die Ausdrücke

$$\text{21)} \qquad \begin{gathered} F = \frac{\varepsilon R}{\tau\omega}(\beta_2 \alpha_3 \mathfrak{C} - \beta_3 \alpha_2 \mathfrak{B}), \qquad G = \frac{\varepsilon R}{\tau\omega}(\beta_3 \alpha_1 \mathfrak{A} - \beta_1 \alpha_3 \mathfrak{C}), \\ H = \frac{\varepsilon R}{\tau\omega}(\beta_1 \alpha_2 \mathfrak{B} - \beta_2 \alpha_1 \mathfrak{A}). \end{gathered}$$

Hat der Körper drei gleiche Hauptträgheitsmomente M um den Schwerpunkt, ist er z. B. eine Kugel, so folgt aus (21) unter Rücksicht auf (6) und auf die Beziehung $\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \mathfrak{C} = \frac{1}{2} M$

$$\text{22)} \qquad F = -\frac{\varepsilon RM}{2\tau\omega}\gamma_1, \quad G = -\frac{\varepsilon RM}{2\tau\omega}\gamma_2, \quad H = -\frac{\varepsilon RM}{2\tau\omega}\gamma_3.$$

Die Zeitintegrale dieser Drehungsmomente, d. h. die Impulsmomente, ergeben sich, wenn man die Lagenänderung des Körpers

während des Entstehens der Feldstärke wiederum ignorirt, aus den Formeln (21) und (22) einfach durch Beseitigen des Nenners τ.

Handelt es sich, statt um ein Entstehen, um ein Vergehen der Feldstärke R, so erhalten die Momente das entgegengesetzte Zeichen von dem der obigen Ausdrücke.

3) Die allgemeinen Bewegungsgleichungen für ein punktförmiges Electron von der electrostatisch gemessenen Ladung e, die der Theorie der Dispersion zu Grunde liegen, lauten, wenn die Kraftlinien des Magnetfeldes von der Stärke R der Z-Axe parallel sind,

$$
23)\qquad
\begin{aligned}
m\frac{d^2x}{dt^2}+kx+h\frac{dx}{dt} &= +\frac{eR}{\omega}\frac{dy}{dt}+X,\\
m\frac{d^2y}{dt^2}+ky+h\frac{dy}{dt} &= -\frac{eR}{\omega}\frac{dx}{dt}+Y,\\
m\frac{d^2z}{dt^2}+kz+h\frac{dz}{dt} &= Z.
\end{aligned}
$$

Dabei ist m die Masse des Electron, k und h sind Constanten, X, Y, Z die Componenten der auf das Electron wirkenden electrischen Kraft, die in unserm Falle nach (17) nur während des Entstehens (oder Vergehens) des Feldes R theilweise von Null verschieden sind.

Wir wollen jetzt ein Electron in Betracht ziehen, das anfangs ohne Feldwirkung eine beliebige (elliptische) Bahn durchlaufen und zur Zeit $t = 0$ an einer Stelle x_0, y_0, z_0 in Folge des nahezu momentanen Entstehens des Feldes seine Bewegung ändern mag. Dadurch erhalten wir dann das, was die Electronentheorie bei alleiniger Berücksichtigung der fortschreitenden Bewegung an die Stelle der alten Annahme einer Induction und einer Ausrichtung von Molekularströmen setzt.

Für die sehr kurze Zeit der Entstehung des Feldes nehmen wir, wie oben, der Einfachheit halber R als lineäre Function der Zeit, also $\int R dt = \frac{1}{2} R\tau$ an, und erhalten, indem wir die Anfangs- resp. die Endwerthe der Geschwindigkeitscomponenten mit u_0, v_0, w_0 resp. u_1, v_1, w_1 bezeichnen, und uns in Bezug auf die Wirkung des Feldes R auf die Glieder erster Ordnung beschränken, aus (20) und (15) die Beziehungen

$$
24)\qquad
\begin{aligned}
&m(u_1-u_0) = +\frac{eR\tau v_0}{2\omega},\\
&m(v_1-v_0) = \frac{eR\tau}{2\omega}(\omega-u_0),\qquad m(w_1-w_0) = 0.
\end{aligned}
$$

Mit den Geschwindigkeiten u_1, v_1, w_1 beginnt das Electron diejenige (geänderte) Bewegung, deren magnetische Wirkung wir mit derjenigen der ursprünglichen vergleichen wollen. Wenn wir dabei weiterhin die Widerstandskräfte vernachlässigen, also $h = 0$ setzen, so befinden wir uns mit der älteren Annahme widerstandsloser Molekularströme im Einklang.

Von der magnetischen Wirkung des Electron betrachten wir, als für unsere Fragestellung ausreichend, nur die Z-Componente, und zwar diese nur für einen fernen Punkt der Z-Axe. Ihr Werth ist nach (1)

$$Z_1 = +\frac{e}{\omega E_1^3}(vx - uy), \tag{25}$$

und wenn wir $1/E_1^3$ bis auf Glieder zweiter Ordnung entwickeln,

$$Z_1 = \frac{e}{\omega E_0^3}(vx - uy)\left(1 + \frac{3z}{E_0}\right), \quad E_0 = z_1. \tag{26}$$

Für x, y, z folgen aus (23) bei jetzt verschwindendem X, Y, Z die Werthe

$$\begin{aligned} x &= a_1 \cos(p_1 t + \alpha_1) + a_2 \cos(p_2 t + \alpha_2), \\ y &= a_1 \sin(p_1 t + \alpha_1) - a_2 \sin(p_2 t + \alpha_2), \\ z &= b \ \sin(pt + \beta), \end{aligned} \tag{27}$$

wobei $a_1, a_2, b, \alpha_1, \alpha_2, \beta, p_1, p_2, p$ Constanten sind, und zwar gilt:

$$p_1 = \sqrt{p^2 + \Pi^2} - \Pi, \quad p_2 = \sqrt{p^2 + \Pi^2} + \Pi, \tag{28}$$

$$p = \sqrt{k/m}, \quad \Pi = eR/2m\omega. \tag{29}$$

Die aus (27) folgenden Ausdrücke für x, y, u, v, z sind nun in (26) einzusetzen.

Nach denselben variirt Z_1 periodisch mit der Zeit; der für die magnetische Wirkung characteristische zeitliche Mittelwerth $\overline{Z}_1$ berechnet sich sehr einfach zu

$$\overline{Z}_1 = \frac{e}{\omega E_0^3}(p_1 a_1^2 - p_2 a_2^2). \tag{30}$$

Dieser Ausdruck läßt sich leicht in den Werthen der Coordinaten x_1, y_1 und der Geschwindigkeiten u_1, v_1 geben, mit denen das Electron die in Betracht kommende Bewegung beginnt. Setzt man

$$31)\qquad x^2+y^2 = c^2, \quad u^2+v^2 = W^2,$$

so erhält man

$$32)\qquad \bar{Z}_1 = \frac{e}{\omega E_0^3}\cdot\frac{(p_1-p_2)(W_1^2-p_1 p_2 c_1^2)+4p_1 p_2(v_1 x_1-u_1 y_1)}{(p_1+p_2)^2}.$$

Die Coordinaten x_1, y_1 und die Geschwindigkeiten u_1, v_1 stehen nun mit denjenigen x_0, y_0 und u_0, v_0 vor Entstehung des Magnetfeldes in einfachen Beziehungen. Es ist nämlich bei der oben eingeführten Beschränkung auf Glieder erster Ordnung in Bezug auf Π

$$33)\qquad x_1 = x_0,\quad y_1 = y_0,\quad u_1 = u_0+\Pi\tau v_0,\quad v_1 = v_0+\Pi\tau(\omega-u_0),$$

und hiernach auch

$$34)\qquad c_1 = c_0,\quad W_1^2 = W_0^2+2\Pi\omega\tau v_0;$$

in gleicher Annäherung gilt

$$35)\qquad p_1 = p-\Pi,\quad p_2 = p+\Pi.$$

Bei der von uns eingeführten Beschränkung auf Glieder erster Ordnung in Bezug auf Π summiren sich deren Wirkungen auf $\bar{Z}_1$ einfach. Wir können also die Betrachtung vereinfachen, indem wir die in die Entstehungsdauer des Feldes multiplicirten Glieder vorläufig bei Seite lassen, also gewissermaßen den Fall einer momentanen Entstehung des Feldes betrachten.

Die Einführung dieser Werthe in (32) liefert dann sogleich

$$36)\qquad \bar{Z}_1 = \frac{e}{\omega E_0^3}\left[(v_0 x_0-u_0 y_0)-\frac{\Pi}{2p^2}(W_0^2-p^2 c_0^2)\right].$$

Hierin stellt das erste Glied den (beiläufig zeitlich constanten) Werth $\bar{Z}_0$ von $\bar{Z}_1$ vor Erregung des Feldes dar; wir können somit für die durch das Feld bewirkte Veränderung der von dem Electron ausgehenden magnetischen Z-Componente schreiben

$$37)\qquad \bar{Z}_1-\bar{Z}_0 = -\frac{e\Pi}{2\omega E_0^3 p^2}(W_0^2-p^2 c_0^2),$$

oder bei Rücksicht auf die Beziehungen $\Pi = eR/2m\omega$ und $p^2 = k/m$ auch

$$38)\qquad \bar{Z}_1-\bar{Z}_0 = -\frac{e^2 R}{4m^2\omega^2 E_0^3 p^2}(m W_0^2-k c_0^2).$$

Um den Mittelwerth des Klammerausdruckes für ein System

von anfangs in ungeordneter Bewegung befindlichen Electronen zu berechnen, gehen wir aus von der ursprünglichen elliptischen Bewegung eines Electron, deren Projection auf die XY-Ebene gegeben sein mag durch

$$39)\qquad x = \alpha \cos pt, \qquad y = \beta \sin pt,$$

$$40)\qquad \text{also } u = -\alpha p \sin pt, \quad v = +\beta p \cos pt.$$

Hieraus folgt zunächst bei Rücksicht auf (31)

$$41)\qquad W^2 - p^2 c^2 = p^2 (\beta^2 - \alpha^2) \cos 2pt.$$

Der linksstehende (auch in (38) auftretende) Ausdruck wechselt hiernach dauernd seine Größe und wird speciell während jedes Umlaufes in gleichen Zeitintervallen zwei Mal positiv und zwei Mal negativ. Je nach dem Augenblick, in dem die Erregung des äußeren Feldes stattfindet, besitzt also $W_0^2 - p^2 c_0^2$ in (38) verschiedene Größe und verschiedenes Vorzeichen. Um seinen Mittelwerth für eine sehr große Zahl von Electronen zu berechnen, deren Bahnen sämmtlich die gleichgestalteten Projectionsellipsen auf die XY-Ebene liefern, muß man beachten, wie sich die Wahrscheinlichkeit der Erregung des Feldes auf die verschiedenen Theile der Bahnellipse vertheilt.

Es ist klar, daß, wenn man die Bahn in eine große Zahl von Elementen zerlegt, die sämmtlich zur Durchlaufung die gleiche Zeit erfordern, dann die Dichtigkeit der Grenzpunkte der Elemente ein Maaß der Wahrscheinlichkeit dafür ist, daß das Electron eine bestimmte Stellung im Moment der Erregung des Feldes einnimmt. Diese Dichte ist aber proportional mit $1/W$, unter W wiederum die Geschwindigkeit normal zur Z-Axe verstanden. Demgemäß erhalten wir den mittleren Werth von $W_0^2 - pc_0^2$ für die betrachtete Gattung von Bahnellipse, wenn wir bilden

$$42)\qquad \overline{W_0^2} - p\overline{c_0^2} = \frac{\overline{W}}{\Sigma} \int \frac{W^2 - pc^2}{W} ds,$$

wobei Σ die Länge der Peripherie, $\overline{W}$ den mittleren Werth von W bezeichnet und das Integral rings um die Ellipse erstreckt werden muß. Nun ist aber $W = ds/dt$, und wir kommen somit zu dem Resultat

$$43)\qquad \overline{W_0^2} - p\overline{c_0^2} = \frac{\overline{W}}{\Sigma} \int (W^2 - pc^2)\, dt,$$

das Integral über die Dauer eines Umlaufes genommen. Dieser Ausdruck ist aber nach dem Werth (41) der Klammer gleich Null. Alle Theilchen, deren Bahnen die gleiche Projectionsellipse auf die XY-Ebene geben, zerstören sich hiernach bezüglich des auf dem Ausdruck $W_0^2 - p^2 c_0^2$ beruhenden Antheiles an dem Mittelwerth $\overline{Z}_1$ von Z_1.

Ehe wir dies Resultat discutiren, gehen wir noch kurz auf den oben zunächst zurückgestellten Antheil an Z_1 in (32) ein, der die Entstehungszeit τ des Feldes als Factor enthält. Derselbe besitzt den Werth

$$\frac{e\tau\Pi}{\omega E_0^2}((\omega - u_0) x_0 - v_0 y_0)$$

und giebt, in der oben angewandten Weise behandelt, den Mittelwerth Null, liefert also zu der untersuchten magnetischen Wirkung keinen Antheil. Dies entspricht durchaus der Erfahrung, die einen Einfluß der Entstehungsdauer des Feldes auf die magnetische Erregung im Allgemeinen nicht zeigt.

Sonach findet sich für den räumlichen und zeitlichen Mittelwerth der von allen Electronen eines ursprünglich ungeordnet bewegten Systemes ausgehenden magnetischen Kraft nach der Richtung des äußeren Feldes der Werth

$$44) \qquad (\overline{Z}_1) = 0.$$

Wir gelangen damit zu dem Resultat:

Sieht man das Analogon zu der Induction und der Ausrichtung von Molekularströmen, mit denen die ältere Theorie der Magnetisirung operirt, in der Aenderung der fortschreitenden Bewegung der Electronen bei Entstehung eines Magnetfeldes, so führt die Electronenhypothese überhaupt zu keiner magnetischen Erregung.

4) Ergiebt sich auf dem oben eingeschlagenen Wege keine Erklärung irgend einer magnetischen Erregung, so zwingt dieser Mißerfolg dazu, über den für die Magnetisirung maßgebenden Vorgang eine modificirte Vorstellung aufzustellen. Es scheint, daß die nachstehend entwickelte sich fast von selbst darbietet.

Wir haben oben die in der Theorie der Dispersion so wichtige Dämpfung der Electronenschwingungen ignorirt, die Constante h der Widerstandskraft gleich Null gesetzt, um uns möglichst der alten Vorstellung widerstandsfreier Molekularströme zu nähern. Ist indessen, wie nach den Erscheinungen der Optik kaum zu be-

zweifeln, ein Widerstand (der jedenfalls zum Theil, wenn nicht ganz, auf der Ausstrahlung von Energie beruht) wirksam, so verliert die ganze obige Betrachtung ihre entscheidende Bedeutung, insofern als die Bewegung *nach* Erregung des Feldes außerordentlich bald von derjenigen *vor* Erregung unabhängig werden, nämlich bei Fehlen neuer Anstöße gänzlich verschwinden muß. Das Vorhandensein eines stationären Zustandes fordert in diesem Falle also immer neue Bewegungsantriebe, die wir der Bequemlichkeit halber als momentan wirkend annehmen wollen.

Analoges wird natürlich auch dann stattfinden, wenn keine Dämpfung vorhanden ist und die Electronen (etwa wie die Gasmoleküle nach der kinetischen Theorie) sehr häufig gegen einander und gegen die ponderabeln Theile prallen.

Ist man hiernach gezwungen oder wenigstens berechtigt, bei der Bewegung die Einwirkung von regellos auf die Electronen wirkenden Anstößen anzunehmen, so bietet sich die Frage: *unterscheiden sich bezüglich der magnetischen Kräfte die so erhaltenen Bewegungen im Falle der Einwirkung eines Magnetfeldes von denen außerhalb des Feldes?*

Bei der Beantwortung dieser Frage können wir abermals von der Dämpfung absehen, da dieselbe gerade durch die immer wiederholten Bewegungsantriebe der Electronen compensirt wird, und die Betrachtung sich demgemäß auf die Bewegungen unmittelbar nach den Anstößen, *vor* merklicher Einwirkung der (nach der Beobachtung) erst nach sehr zahlreichen Perioden wesentlichen Widerstände, beschränken kann. Man kann sich auch leicht davon überzeugen, daß die Dämpfung der Electronen-Bewegung unabhängig von deren Rotationssinn um die Z-Axe stattfindet und demgemäß selbstständig eine magnetische Erregung nicht zu bewirken vermag.

Im Uebrigen ist die gesuchte Antwort durch die obigen Entwickelungen bereits vorbereitet; denn nach (37) oder (38) ist *bei constantem äußeren Feld* die parallel dessen Kraftlinien wirkende und von einem bewegten Electron ausgehende magnetische Kraftcomponente Z_1 mit der bei gleichem Anfangszustand ohne äußeres Feld stattfindenden Kraft Z_0 verbunden durch die Formel

$$45)\quad Z_1 - Z_0 = -\frac{e^2 R}{4\omega^2 m p^2 E_0^2}(W_1^2 - p^2 c_1^2) = -\frac{e^2 R}{4\omega^2 m^2 p^2 E_0^2}(m W_1^2 - k c_1^2).$$

Dabei bezeichnet c_1 die Entfernung des Electron von der parallel zu den äußeren Kraftlinien durch seine Ruhelage construirten

Z-Axe, W_1 seine Geschwindigkeit normal zur Z-Axe, beide nach dem die betrachtete Bewegung eröffnenden Anstoß.

Weiter ist $\frac{1}{2}kc_1^2$ der Anfangswerth der potentiellen $\frac{1}{2}mW_1^2$ der Anfangswerth der kinetischen Energie der Bewegung, welche die Projection des Electron auf die XY-Ebene ausführt; $Z_1 - Z_0$ ist also für das eine Electron positiv oder negativ, je nachdem dieses den neuen Lauf beginnt mit einem Ueberschuß an potentieller oder an kinetischer Energie für die Bewegung normal zur Z-Axe.

Denken wir uns nun die Anstöße völlig regellos stattfindend, so muß (mindestens bei isotropen Körpern) nach Symmetrie der mittlere Werth von Z_0 innerhalb eines Volumenelementes verschwinden: ohne erregendes Feld kann keine magnetische Polarisation bestehen. Für den mittleren Werth $\bar{Z}_1$ von Z_1 gilt dann die obige Formel nach Beseitigung von Z_0 und Ersetzung der W_1^2 und c_1^2 durch die Mittelwerthe $\overline{W_1^2}$ und $\overline{c_1^2}$. Versteht man unter $\mathfrak{z}$ die Anzahl der gleichartigen Electronen in der Volumeneinheit, so gilt für die von einem Volumenelement $d\varkappa$ ausgehende Kraft bei einem Körper mit einer Electronengattung

$$46)\qquad Z_\varkappa = -\frac{e^2 R \mathfrak{z}\, d\varkappa}{4\omega^2 m^2 p^2 E_0^2}(m\overline{W_1^2} - k\overline{c_1^2}).$$

Bei vollständig ungeordneter Bewegung ist aber $m\overline{W_1^2}$ gleich dem 4/3 fachen der mittleren kinetischen, $k\overline{c_1^2}$ gleich dem 4/3 fachen der mittleren potentiellen Energie der Electronen von der betrachteten Art. Somit ergiebt sich aus (46) bei Einführung der mittleren kinetischen und potentiellen Energien $\bar{\psi}_1$ und $\bar{\varphi}_1$ nach den Anstößen auch

$$47)\qquad Z_\varkappa = -\frac{e^2 R \mathfrak{z}\, d\varkappa}{3m^2\omega^2 p^2 E_0^2}(\bar{\psi}_1 - \bar{\varphi}_1)$$

oder, wenn man die potentielle und die kinetische Gesammtenergie der Volumeneinheit

$$48)\qquad \mathfrak{z}\bar{\varphi}_1 = \Phi_1, \quad \mathfrak{z}\bar{\psi}_1 = \Psi_1$$

einführt, auch

$$49)\qquad Z_\varkappa = \frac{e^2 R d\varkappa}{3m^2\omega^2 p^2 E_0^2}(\Phi_1 - \Psi_1).$$

Hieraus folgt für das specifische Moment μ der Werth

$$50)\qquad \mu = \frac{e^2 R}{6m^2 p^2 \omega^2}(\Phi_1 - \Psi_1),$$

für die Magnetisirungszahl $\mathfrak{m}$ der Ausdruck

$$\mathfrak{m} = \frac{e^2}{6 m^2 p^2 \omega^2} (\Phi_1 - \Psi_1), \tag{51}$$

oder bei Einführung der electromagnetisch gemessenen Ladung $e' = e/\omega$ und der Periode $T = 2\pi/p$ der Bewegung ohne Feldwirkung:

$$\mathfrak{m} = \left(\frac{e'}{m}\right)^2 \cdot \frac{T^2}{24\pi^2} (\Phi_1 - \Psi_1). \tag{52}$$

Hieraus ergiebt sich folgendes Resultat. Die in einem constanten Magnetfeld bewegten Electronen eines Körpers geben zu magnetischen Wirkungen dann Veranlassung, wenn ihre (wahrscheinlich gegen einen Widerstand stattfindende) Bewegung immer wieder durch irgend welche völlig regellos vertheilte Anstöße unterbrochen (und dadurch eventuelle auf constanter mittlerer Energie erhalten) wird. Dabei wird der Körper para- oder diamagnetische Eigenschaft zeigen, je nachdem nach diesen Anstößen die Bewegung der Electronen im Mittel einen Ueberschuß an potentieller oder an kinetischer Energie besitzt.

Nach diesem Satz erscheint es also möglich, auf die Electronenhypothese eine Theorie der para- und der diamagnetischen Influenz zu gründen, deren Vorzug neben der Anknüpfung an die in der Optik so fruchtbaren Vorstellungen besonders darin liegen würde, daß sie nicht für para- und diamagnetische Erregungen zwei ganz verschiedene Erklärungsprincipien benutzt, wie dies die ältere Theorie nothgedrungen thut. Auch macht sie die Trägheit der magnetischen Erregung, welche die Beobachtungen festgestellt haben, wohl verständlich; denn die Erregung ist erst dann vollendet, wenn nach Entstehung des äußeren Feldes jedes Electron einen neuen Anstoß erfahren hat.

Hiermit steht in Verbindung, daß die vorgeschlagene Auffassung die Veränderlichkeit der Magnetisirungszahl bei geändertem Verhalten des Körpers sehr begreiflich macht. Jeder Einfluß, der die Anstöße modificirt, welche die Electronen erleiden, modificirt auch die Magnetisirungszahl. Finden die Anstöße in sehr kleiner Entfernung von der Ruhelage, also z. B. nach weit fortgeschrittener Dämpfung und dann natürlich, um den Energieverlust zu ersetzen, mit bedeutender Stärke statt, so

wird $\mathfrak{m}$ einen großen negativen Werth besitzen; erfolgen sie nur oder vorwiegend auf solche Theilchen, die in sehr gestreckter Bahn eine besonders große Entfernung von der Ruhelage bei sehr kleiner Geschwindigkeit erreicht haben, so wird $\mathfrak{m}$ einen beträchtlichen positiven Werth haben; vertheilen sich die Stöße auf alle Lagen und Geschwindigkeiten gleichmäßig, so wird $\mathfrak{m}$ unmerklich sein.

Wir wissen noch zu wenig über den Mechanismus, der die Bewegung der Electronen erregt und erhält, um die Umstände, unter denen das Eine oder das Andere eintritt, beurtheilen zu können; insbesondere ist daran zu erinnern, daß unsere Grundformeln (23) nur bei schwach para- oder diamagnetischen Körpern geprüft sind. Es muß daher vorerst genügen, die Möglichkeit sowohl einer dia- als einer paramagnetischen Erregung eines Electronensystemes dargethan zu haben.

Auf einen eigenthümlichen Grenzfall mag beiläufig aufmerksam gemacht werden.

Wenn die quasielastische Kraft und damit die Parameter k resp. p, sowie die potentielle Energie unbegrenzt abnehmen, so wächst die Periode T über alle Grenzen und mit ihr nach (52) die Magnetisirungszahl $\mathfrak{m}$. Geht man zur genaueren Untersuchung dieses Falles auf die Formeln (28) und (32) zurück, so erhält man $\overline{Z}_1 = -e\overline{W_1^2}/\omega p_2 E_0^2 = -4\overline{\psi}_1/3RE_0^2$; die von dem System Electronen ausgehende magnetische Kraft wird scheinbar dem äußern Feld indirect proportional. Dies unmögliche Resultat weist darauf hin, daß die Formeln (30) u. f. für freie Theilchen nicht anwendbar sind. In der That kann in diesem Falle der zeitliche Mittelwerth nicht in der für (30) benutzten Rechnungsweise bestimmt werden. Die betr. Methode ist überhaupt nur dann anwendbar, wenn zwischen je zwei Anstößen eine größere Zahl ungestörter und innerhalb des Volumenelementes stattfindender Umläufe eines jeden Electrons liegt. Diese Regel wird durch den erwähnten Grenzfall, dessen vollständige Behandlung für eine andere Gelegenheit vorbehalten bleibt, sehr anschaulich illustrirt.

5) War bisher ausschließlich die fortschreitende Bewegung eines (punktförmigen) Electrons in Betracht gezogen, so wollen wir nunmehr die Rotation eines irgendwie gestalteten, gleichförmig geladenen und homogenen Körpers (der als Electron im weitern Sinne des Wortes gelten mag) um seinen Schwerpunkt untersuchen.

Ein solcher Körper erfährt in einem constanten Magnetfeld von der Stärke R, dessen Kraftlinien mit der Z-Axe parallel

sind, Momente um die festen X, Y, Z-Coordinatenaxen von den in (12) angegebenen Werthen, und die Bewegungsgleichungen lauten für ihn bei Einführung der Dichte ϱ der ponderabeln Masse:

$$
53)\quad
\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(p\Xi + qZ' + rH') &= \frac{\varepsilon R}{\varrho\omega}(q\mathfrak{Z} + r\Xi'),\\
\frac{d}{dt}(pZ' + qH + r\Xi') &= -\frac{\varepsilon R}{\varrho\omega}(p\mathfrak{Z} + rH'),\\
\frac{d}{dt}(pH' + q\Xi' + rZ) &= \frac{\varepsilon R}{\varrho\omega}(qH' + p\Xi').
\end{aligned}
$$

Dabei mag daran erinnert werden, daß die Ξ, H, Z die Trägheits- die Ξ', H', Z' die Deviationsmomente des Körper**volumens** bezeichnen.

Diese Formeln werden sehr einfach, wenn man speciell einen Moment betrachtet, in welchem die Hauptträgheitsaxen des Körpers mit den absolut festen Coordinatenaxen zusammenfallen. Dann gilt, da hier $\Xi = A$, $H = B$, $Z = \Gamma$ Maximal- und Minimalwerthe des Trägheitsmomentes sind, und $\mathfrak{Z} = \mathfrak{C}$ ist,

$$
\varrho A \frac{dp}{dt} = \frac{\varepsilon R q}{\omega}\mathfrak{C}, \quad \varrho B \frac{dq}{dt} = -\frac{\varepsilon R p}{\omega}\mathfrak{C}, \quad \Gamma \frac{dr}{dt} = 0.
$$

Ist also momentan nur eine Rotation um die X-Axe vorhanden, somit $q = 0$, $r = 0$, so wird in Folge des magnetischen Feldes eine Rotation um die Y-Axe in negativer Richtung einsetzen. Der Körper verhält sich **hierin** einem permanenten Magneten oder einem Solenoid mit zur X-Richtung parallelen Axe durchaus aequivalent.

Die weitere Bewegung findet aber nach durchaus anderen Gesetzen statt.

Diese Gesetze ergeben sich mit ganz elementaren Hülfsmitteln in dem einfachsten Falle, daß **der Körper drei gleiche Hauptträgheitsmomente um seinen Schwerpunkt**, also z. B. Kugelform, **besitzt.** Hier ist dann

$$
54)\quad
\begin{aligned}
\Xi = H = Z = 2\mathfrak{X} = 2\mathfrak{Y} = 2\mathfrak{Z} = M,\\
\Xi' = 0, \quad H' = 0, \quad Z' = 0.
\end{aligned}
$$

Wir wollen diesen Fall **zunächst** in Angriff nehmen und dabei auch die Wirkung der **Entstehung** des äußeren Feldes in Rechnung setzen, allerdings unter sofortiger Vernachlässigung derjenigen Terme, die nach S. 173 die Entstehungsdauer τ als Factor enthalten, die bei nahezu momentaner Entstehung also von selbst verschwinden und auch sonst, wie leicht erkennbar, auf die hier

zu untersuchende magnetische Wirkung keinen merklichen Einfluß üben.

Hier sind dann für die erste Periode der Entstehung des Feldes nur die in (20) angegebenen Werthe der Impulsmomente zu benutzen, die bei Einführung der Anfangs- und Endgeschwindigkeiten p_0, q_0, r_0 und p_1, q_1, r_1 sogleich ergeben:

$$55)\quad p_1-p_0 = 0,\quad q_1-q_0 = 0,\quad r_1-r_0 = -P,$$
$$\text{wobei}\qquad P = \varepsilon R/2\varrho\omega.$$

Für die zweite Periode constanter Feldstärke nehmen die Gleichungen (53) die Form an

$$56)\quad \frac{dp}{dt} = Pq,\quad \frac{dq}{dt} = -Pp,\quad \frac{dr}{dt} = 0,$$

und werden, wenn wir in dieser Periode t wieder von Null an zählen, integrirt durch die Ausdrücke

$$57)\quad \begin{aligned} p &= p_1\cos Pt+q_1\sin Pt,\\ q &= -p_1\sin Pt+q_1\cos Pt,\quad r = r_1. \end{aligned}$$

Wäre die rotirende electrische Kugel mit einem permanenten Magneten äquivalent, so würde bei dem oben vorausgesetzten speciellen Anfangszustand ($q_1 = 0$, $r_1 = 0$) die Erregung des Magnetfeldes eine Pendelbewegung in der XZ-Ebene veranlassen. Die obigen Formeln zeigen dagegen, daß in diesem Falle

$$58)\quad p = p_1\cos Pt,\quad q = -p_1\sin Pt,\quad r = 0$$

ist, daß also die Rotationsaxe mit constanter Geschwindigkeit $-P$ in der Aequatorialebene XY um die Richtung des Feldes $R = Z$ rotirt, während der Körper sich um diese bewegliche Axe mit der ursprünglichen Geschwindigkeit p_1 weiter dreht. Wenn man die Axe der momentanen Rotation mit der Magnetaxe in Parallele stellt, so würde die letztere also in unserm Falle nicht in der XZ-Ebene pendeln (wie bei einem permanenten Magneten), sondern um die Z-Axe rotiren.

Der Grund dieser Abweichung liegt ersichtlicherweise darin, daß in unserm Falle jede Aenderung der Bewegung auch das Stromsystem ändert, mit dem der rotirende electrische Körper aequivalent ist.

Wendet man die Formeln (2) für die von einem rotirenden electrisirten Körper ausgehenden magnetischen Kräfte auf eine Kugel an, so erhält man bei Rücksicht auf (54)

$$\begin{aligned}(X_1) &= \frac{\varepsilon M}{\omega}\left\{\frac{p}{E_0^3} - \frac{3}{2E_0^5}\left(p\,(y_1^2 + z_1^2) - q x_1 y_1 - r x_1 z_1\right)\right\},\\ (Y_1) &= \frac{\varepsilon M}{\omega}\left\{\frac{q}{E_0^3} - \frac{3}{2E_0^5}\left(q\,(z_1^2 + x_1^2) - r y_1 z_1 - p y_1 x_1\right)\right\},\\ (Z_1) &= \frac{\varepsilon M}{\omega}\left\{\frac{r}{E_0^3} - \frac{3}{2E_0^5}\left(r\,(x_1^2 + y_1^2) - p z_1 x_1 - q z_1 y_1\right)\right\}.\end{aligned} \tag{59}$$

Die Ausdrücke sind sonach dieselben, wie die für ein magnetisches Molekül mit den Momenten

$$\alpha_1 = \frac{\varepsilon M p}{2\omega}, \quad \beta_1 = \frac{\varepsilon M q}{2\omega}, \quad \gamma_1 = \frac{\varepsilon M r}{2\omega}, \tag{60}$$

und aus den Formeln (55) und (57) folgt, daß das mittlere magnetische Moment der rotirenden Kugel nach jeder Richtung normal zu den Kraftlinien des Feldes verschwindet, dasjenige parallel zu der Richtung der Kraftlinien aber den Werth besitzt

$$\bar{\gamma}_1 = \frac{\varepsilon M}{2\omega}(r_0 - P), \quad \text{wo } P = \varepsilon R / 2\varrho\omega. \tag{61}$$

Befinden sich also in der Volumeneinheit ζ Körperchen von der betrachteten Art, und sind auf sie alle möglichen Richtungen der Rotationsaxen und Größen der Rotationsgeschwindigkeiten regellos vertheilt, so erhält die Volumeneinheit durch Entstehung des äußeren Feldes von der Stärke R das Moment

$$\mu = -\frac{\varepsilon^2 M \zeta R}{4\varrho\omega^2}, \tag{62}$$

oder bei Einführung der Ladungsdichte $\varepsilon/\omega = \varepsilon'$ in electromagnetischem Maaß

$$\mu = -\frac{\varepsilon'^2 M \zeta R}{4\varrho}. \tag{63}$$

Werden die durch Entstehung des Feldes modificirten Rotationen nicht durch Widerstände gedämpft oder durch Stöße modificirt, so verhält sich ein Medium von der beschriebenen Constitution im constanten Magnetfeld diamagnetisch mit der Magnetisirungszahl

$$\mathfrak{m} = -\frac{\varepsilon'^2 M \zeta}{4\varrho}. \tag{64}$$

Finden Widerstände und Stöße statt, welche letztere alle möglichen Rotationsrichtungen und -stärken gleichmäßig erregen, so verhält sich im constanten Feld das Medium magnetisch indifferent, denn nach den Formeln (57) bleiben auch im Magnetfeld die Rotationen ungeordnet, wenn sie anfänglich ungeordnet waren.

Wenn also in einem Volumenelement eines Medium sehr viele rotirende geladene Körperchen mit drei gleichen Hauptträgheitsmomenten vorhanden sind, deren Rotationsaxen und -geschwindigkeiten derartig regellos vertheilt sind, daß das Volumenelement ein magnetisches Gesammtmoment nicht besitzt, so wird durch das Auftreten eines äußeren magnetischen Feldes in dem Volumenelement zunächst Diamagnetismus erregt, der indessen bei constantem äußeren Feld nur dann andauert, wenn die Rotation der Körperchen ohne Dämpfung und demgemäß ohne erneute Bewegungsantriebe stattfindet.

6) Man könnte vermuthen, daß die im Vorigen angenommene Gleichheit der drei Hauptträgheitsmomente der rotirenden Körperchen das zuletzt hervorgehobene Resultat, wonach ein constantes Magnetfeld in einem System anfänglich regellos rotirender Körper keinerlei magnetische Erregung bewirkt, allein veranlaßt hätte, daß aber bei Körperchen von geringerer Symmetrie, z. B. bei Rotationskörpern, sich ein anderes Resultat einstellen würde. Um diese Frage zu erörtern, ist es nöthig, die auf die Hauptträgheitsaxen A, B, C bezogenen Bewegungsgleichungen zu Grunde zu legen, die in den früheren Bezeichnungen lauten

$$65)\qquad \varrho\left(A\frac{df}{dt}+(\Gamma-B)gh\right)=F \quad \text{u. s. f.}$$

Für die Periode der Entstehung des äußeren Feldes ergeben dieselben nach (18), wenn wieder die Anfangs- und die Endwerthe der Rotationsgeschwindigkeiten mit f_0, g_0, h_0 und f_1, g_1, h_1 bezeichnet werden, in früherer Annäherung:

$$66)\qquad A(f_1-f_0)=\frac{\varepsilon R}{\varrho\omega}(\beta_2\alpha_3\mathfrak{C}-\beta_3\alpha_2\mathfrak{B}) \quad \text{u. s. f.}$$

Setzt man diese Werthe in den Ausdruck (7) für die magnetische Z-Componente auf einen Punkt der Z-Axe im Abstand E_0 ein, so erhält man

$$67)\qquad (Z_1)-(Z_0)=-\frac{\varepsilon^2 R}{\omega^2\varrho E_0^3}(\mathfrak{A}\alpha_1^2+\mathfrak{B}\alpha_2^2+\mathfrak{C}\alpha_3^2),$$

also, da der Klammerausdruck stets positiv ist, immer einen negativen Werth von $(Z_1)-(Z_0)$. Der Mittelwerth (Z_1) von (Z_1) für alle möglichen anfänglichen Orientirungen des Körpers ist,

da $(\overline{Z}_0)$ verschwindet,

$$68)\qquad (\overline{Z}_1) = -\frac{\varepsilon^2 R}{3\omega^2 \varrho E_0^2}(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}),$$

und das Moment der ζ derartige Körper enthaltenden Volumeneinheit bestimmt sich zu

$$69)\qquad \mu = -\frac{\varepsilon^2 \zeta R}{6\omega^2 \varrho}(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}) = -\frac{\varepsilon^2 \zeta R}{12\omega^2 \varrho}(A+B+\Gamma),$$

was sich als einfache Verallgemeinerung der Formel (62) für Körperchen von kugeliger Symmetrie darstellt. Die Erregung durch das entstehende Magnetfeld ist also auch hier diamagnetisch. —

Die Differentialgleichungen für die Rotation in einem constanten Magnetfeld lauten nach (65) und (13) und wegen $A = R\gamma_1$, $B = R\gamma_2$, $C = R\gamma_3$ folgendermaßen:

$$70)\qquad \begin{aligned} A\frac{df}{dt} + (\Gamma - B)gh &= 2P(g\gamma_3\mathfrak{C} - h\gamma_2\mathfrak{B}),\\ B\frac{dg}{dt} + (A-\Gamma)hf &= 2P(h\gamma_1\mathfrak{A} - f\gamma_3\mathfrak{C}),\\ \Gamma\frac{dh}{dt} + (B-A)fg &= 2P(f\gamma_2\mathfrak{B} - g\gamma_1\mathfrak{A}). \end{aligned}$$

Die Factoren f, g, h liefern sofort ein erstes Integral

$$71)\qquad Af^2 + Bg^2 + \Gamma h^2 = \Delta^2,$$

unter Δ^2 die Integrationsconstante verstanden: die Gleichung der Erhaltung der lebendigen Kraft.

Ein zweites Integral ergeben die Factoren $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ bei Berücksichtigung der Beziehungen

$$72)\qquad \frac{d\gamma_1}{dt} = \gamma_2 h - \gamma_3 g,\quad \frac{d\gamma_2}{dt} = \gamma_3 f - \gamma_1 h,\quad \frac{d\gamma_3}{dt} = \gamma_1 g - \gamma_2 f,$$

nämlich die Formel

$$73)\qquad A\gamma_1 f + B\gamma_2 g + \Gamma\gamma_3 h = K' + P(\mathfrak{A}\gamma_1^2 + \mathfrak{B}\gamma_2^2 + \mathfrak{C}\gamma_3^2),$$

in der K' die zweite Integrationsconstante bezeichnet. Bei Berücksichtigung der den Formeln (4) entsprechenden Relationen $\frac{1}{2}(B+\Gamma-A) = \mathfrak{A}, \ldots$ und bei Einführung einer andern Constanten K nimmt diese Gleichung die Form an

$$74)\qquad A\gamma_1 f + B\gamma_2 g + \Gamma\gamma_3 h = K - P(A\gamma_1^2 + B\gamma_2^2 + \Gamma\gamma_3^2);$$

dabei ist die Klammer auf der rechten Seite mit dem momentanen

Trägheitsmoment Z des Körpervolumens um die feste Z-Axe identisch, der Ausdruck links mit dem Flächenmoment um die gleiche Richtung. Das zweite Integral stellt somit den Flächensatz um die Richtung der magnetischen Kraftlinien dar.

Ein drittes Integral scheint, wie bei den analogen Problemen, auch hier nicht allgemein auffindbar, ergiebt sich aber sofort aus einer der Gleichungen (70), wenn man einen Körper mit zwei gleichen Hauptträgheitsmomenten betrachtet.

Ist z. B. $A = B$ und demgemäß $\mathfrak{A} = \mathfrak{B} = \frac{1}{2}\Gamma$, und $\mathfrak{C} = A - \frac{1}{2}\Gamma$, so lauten die drei Integrale

75) $$A(f^2+g^2)+\Gamma h^2 = \Delta^2,$$

76) $$A(\gamma_1 f+\gamma_2 g)+\Gamma\gamma_3 h = K - P(A+(\Gamma-A)\gamma_3^2),$$

77) $$h = \Lambda - P\gamma_3,$$

wobei Δ^2, K, Λ die Integrationsconstanten darstellen.

Eine weitere Behandlung des allgemeinen, an sich sehr interessanten Rotationsproblemes, soll hier unterbleiben; wir beschränken uns auf dasjenige, was für unsere specielle Frage in Betracht kommt.

Der in Formel (76) linksstehende Ausdruck, der weiter mit Ω bezeichnet werden möge, ist nach (8) für die von dem rotirenden Körper ausgehende magnetische Wirkung $//Z$ characteristisch. Befindet sich in einem Volumenelement eine sehr große Zahl derartiger Körper in anfänglich ungeordneten Rotationen, so muß der räumliche und zeitliche Mittelwerth $(\bar{\Omega})$ von Ω vor Erregung des äußeren Feldes, d. h. für $P = 0$, verschwinden. Entsteht nun das Feld während alle Richtungen der ausgezeichneten C-Axe gleich wahrscheinlich sind, so ist nach der Formel (76)

78) $$0 = K - P(A+\tfrac{1}{3}(\Gamma-A)),$$

denn $^1/_3$ ist der mittlere Werth von γ_3^2 bei den gemachten Voraussetzungen. Der zeitliche und räumliche Mittelwerth $(\bar{\Omega})$ von Ω ist dann bei Fortbestehen des Feldes gegeben durch

$$(\bar{\Omega}) = K - P(A+(\Gamma-A)(\overline{\gamma_3^2}))$$

d. h. durch

79) $$(\bar{\Omega}) = P(\Gamma-A)(\tfrac{1}{3}-(\overline{\gamma_3^2})),$$

wobei $(\overline{\gamma_3^2})$ den räumlichen und zeitlichen Mittelwerth von γ_3^2 bezeichnet.

Um diesen letzteren Mittelwerth zu berechnen, muß die Integration des Problemes zuvor einen Schritt weiter geführt sein.

Hierzu führen wir den Werth von h nach der Gleichung (77) in die beiden vorhergehenden ein und schreiben die Resultate:

$$80)\qquad A^2(f^2+g^2) = A(\Delta^2-\Gamma(\Lambda-P\gamma_3)^2),$$

$$81)\qquad A(f\gamma_1+g\gamma_2) = (K-\Gamma\Lambda\gamma_3)-PA(1-\gamma_3^2);$$

hiermit verbinden wir die dritte Formel (72) resp. die Beziehung

$$82)\qquad A(g\gamma_1-f\gamma_2) = A d\gamma_3/dt,$$

und erhalten, wenn wir die Summe der Quadrate der beiden letzten Formeln von (80) abziehen,

$$83)\qquad A(\Delta^2-\Gamma(\Lambda-P\gamma_3)^2)-((K-\Gamma\Lambda\gamma_3)-PA(1-\gamma_3^2))^2 = A^2(d\gamma_3/dt)^2,$$

eine Beziehung, die t mit γ_3 durch ein elliptisches Integral verbindet.

Wir beschränken uns weiterhin auf eine Annäherung, die voraussetzt, daß die Einwirkung des Magnetfeldes auf die Bewegung sehr gering ist, und daß demgemäß die Magnetisirung sich dem Felde (und somit P) proportional findet.

Verschwindet das Magnetfeld, d. h., ist $P = 0$, so reducirt sich die Gleichung (83) bei Einführung einer neuen Variabeln

$$84)\qquad \Gamma\Lambda\gamma_3-K = \lambda_0$$

und zweier stets positiven Constanten

$$85)\qquad A(\Delta^2-\Gamma\Lambda^2) = \Theta_0^2,\quad A/\Gamma\Lambda = H_0$$

auf

$$86)\qquad \Theta_0^2-\lambda_0^2 = H_0^2(d\lambda_0/dt)^2,$$

wird also integrirt durch

$$87)\qquad \lambda_0 = \Theta_0\cos((t-t_0)/H_0),$$

wobei t_0 die Integrationsconstante darstellt.

Dies Resultat sagt bekanntlich aus, daß die ausgezeichnete Hauptträgheitsaxe eine im Raume feste Richtung (die Normale der sog. invariabeln Ebene) unter einem constanten Winkel mit constanter Geschwindigkeit umkreist.

Die allgemeine Formel (83) läßt sich bei Einführung der Bezeichnungen (84) und (85) und bei Beschränkung auf die in P linearen Glieder schreiben:

$$88)\qquad \Theta_0^2+2P\Lambda K-\lambda_0^2+2P\Lambda\lambda_0(K+\lambda_0)^2/(\Gamma\Lambda)^2 = H_0^2(d\lambda_0/dt)^2,$$

oder auch

$$\Theta_0^2\left(1+\frac{4PAK}{\Gamma^2 A^2}\right)+2PAK+\frac{2PAK^2}{\Gamma^2 A^2}\lambda_0-\lambda_0^2 + \frac{2PA}{\Gamma^2 A^2}\lambda_0^3 = H_0^2\left(1+\frac{4PAK}{\Gamma^2 A^2}\right)\left(\frac{d\lambda_0}{dt}\right)^2. \tag{89}$$

Dies kürzen wir ab, indem wir eine neue Variable

$$\lambda_0-\frac{PAK^2}{\Gamma^2 A^2} = \lambda \tag{90}$$

und die Constanten

$$\Theta_0^2\left(1+\frac{4PAK}{\Gamma^2 A^2}\right)+2PAK = \Theta^2, \quad H_0^2\left(1+\frac{4PAK}{\Gamma^2 A^2}\right) = H^2 \tag{91}$$

einführen, in

$$\Theta^2-\lambda^2+\frac{2PA}{\Gamma^2 A^2}\lambda^3 = H^2\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2. \tag{92}$$

Bei Fortlassung des in λ^3 multiplicirten kleinen Gliedes erhalten wir hier zunächst

$$\lambda = \Theta\cos\left((t-t_0)/H\right), \tag{93}$$

und bei Einsetzung dieses Werthes in das zuvor fortgelassene Glied

$$\Theta^2-\lambda^2+2PNc^3 = H^2\left(\frac{d\lambda}{dt}\right)^2, \tag{94}$$

wobei $A\Theta^3/\Gamma^2 A^2$ in N, $\cos((t-t_0)/H)$ in c abgekürzt ist.

Diese Formel wird innerhalb der festgesetzten Annäherung integrirt durch

$$\lambda = \Theta c+PT, \tag{95}$$

falls für die Function T von t die Gleichung gilt

$$Nc^3 = \Theta(cT-HsT'), \tag{96}$$

in der $\sin((t-t_0)/H)$ in s, dT/dt in T' abgekürzt ist.

Nun ist $c/H = ds/dt$, also

$$Nc^3/s^2 = -\Theta H d(T/s)/dt, \tag{97}$$

und die Integration dieser Formel liefert

$$N[(1+s^2)-ks] = \Theta T, \tag{98}$$

unter Nk die Integrationsconstante verstanden, d. h. also

99)
$$T = \frac{A\Theta^2}{\Gamma^2 A^2}(1+s^2-ks).$$

Hieraus ergiebt sich für γ_3 der Ausdruck

100)
$$\gamma_3 = \frac{1}{\Gamma A}\left[K+\Theta c+\frac{PA}{\Gamma^2 A^2}(\Theta^2(1+s^2-ks)+K^2)\right],$$

und für den zeitlichen Mittelwerth von γ_3^2

101)
$$\bar{\gamma}_3^2 = \frac{1}{\Gamma^2 A^2}\left[K^2+\tfrac{1}{2}\Theta^2+\frac{2PAK}{\Gamma^2 A^2}(K^2+\tfrac{3}{2}\Theta^2)\right],$$

also nach Einsetzen des Werthes (91) von Θ^2

102)
$$\bar{\gamma}_3^2 = \frac{1}{\Gamma^2 A^2}\left[K^2+\tfrac{1}{2}\Theta_0^2+PAK\left(1+\frac{2}{\Gamma^2 A^2}(K^2+\tfrac{3}{2}\Theta_0^2)\right)\right].$$

Bei fehlendem Magnetfeld reducirt sich $\bar{\gamma}_3^2$ auf

$$\frac{1}{\Gamma^2 A^2}(K^2+\tfrac{1}{2}\Theta_0^2);$$

dies muß bei gleichmäßiger Vertheilung aller möglichen Lagen der ausgezeichneten C-Axe den räumlichen Mittelwerth $^1/_3$ geben. Hiernach wird der räumliche Mittelwerth von $\bar{\gamma}_3^2$ identisch mit dem von

$$\tfrac{1}{3}+\frac{PAK}{\Gamma^2 A^2}\left(1+\frac{2}{\Gamma^2 A^2}(K^2+\tfrac{3}{2}\Theta_0^2)\right).$$

Das hierin noch zu bestimmende Glied ist mit P proportional, also erster Ordnung; es darf in demselben daher bei der von uns eingeführten Annäherung Δ^2 mit der lebendigen Kraft der Rotation, K mit dem Flächenmoment, A mit der Rotationsgeschwindigkeit um die C-Axe, alle drei vor der Entstehung des Feldes genommen, identificirt werden; denn sie unterscheiden sich von diesen Größen nur um Glieder erster Ordnung. A, K, Δ können vollständig unabhängig von einander vorgeschrieben werden, und zwar K ebenso oft positiv, sowie negativ. Hieraus folgt, daß das zu bestimmende, mit P proportionale Glied verschwindet, und daß demgemäß der zeitliche und räumliche Mittelwerth von γ_3^2 unabhängig vom Magnetfeld gleich $\tfrac{1}{3}$ ist, dass somit auch nach (70) der Mittelwerth von Ω gleich Null ist.

Das auf S. 187 ausgesprochene Resultat läßt sich hiernach in folgender Weise verallgemeinern.

Sind in einem Volumenelement sehr viele rotirende electrisch geladene Körperchen mit zwei gleichen Hauptträgheitsmomenten vorhanden, deren

R o t a t i o n s a x e n   u n d   - g e s c h w i n d i g k e i t e n   d e r a r t i g   r e g e l l o s   v e r t h e i l t   s i n d ,   d a ß   d a s   V o l u m e n e l e m e n t   e i n   m a g n e t i s c h e s   G e s a m m t m o m e n t   n i c h t   b e s i t z t , so **w i r d   e i n   s o l c h e s   V o l u m e n e l e m e n t   d u r c h   d i e   E n t s t e h u n g   e i n e s   ä u ß e r e n   M a g n e t f e l d e s   z u n ä c h s t   d i a m a g n e t i s c h   e r r e g t ;   d i e s e   E r r e g u n g   d a u e r t   a b e r   b e i   c o n s t a n t   e r h a l t e n e m   ä u ß e r e n   F e l d e   n i c h t   a n ,   w e n n   d i e   B e w e g u n g   d e r   K ö r p e r c h e n   d u r c h   i m m e r   e r n e u t e   r e g e l l o s e   A n s t ö ß e   u n g e o r d n e t   e r h a l t e n   w i r d .**

Eine Ausdehnung der Betrachtungen auf Körper mit drei verschiedenen Hauptträgheitsmomenten und mit inhomogenen Ladungen dürfte zweifellos zu analogen Resultaten führen und kann deshalb unterbleiben.

7) Im Vorhergehenden ist von einer directen Einwirkung einer der Rotation entgegen wirkenden Widerstandskraft abgesehen worden. Es mag zum Abschluß der Untersuchung noch die Frage erörtert werden, **i n   w i e   w e i t   e i n   s o l c h e r   W i d e r s t a n d   d u r c h   V e r ä n d e r u n g   d e r   B e w e g u n g   d i e   v o n   e i n e m   g e l a d e n e n   r o t i r e n d e n   K ö r p e r   a u s g e h e n d e   m a g n e t i s c h e   K r a f t   z u   m o d i f i c i r e n   v e r m a g ;** dabei soll die Betrachtung wiederum auf Körper mit zwei einander gleichen Hauptträgheitsmomenten des Volumens, also z. B. auf Rotationskörper, und überdies auf einen der Rotationsgeschwindigkeit proportionalen Widerstand von analoger Symmetrie beschränkt werden, den wir im Anschluß an die Dispersionsgleichungen einführen, ohne zunächst Hypothesen über seinen Ursprung zu machen.

Für diesen Fall schreiben wir unter Einführung von zwei Parametern $\mathfrak{a}$ und $\mathfrak{c}$ des Widerstandes die Bewegungsgleichungen (70) für das in dem Körper feste Coordinatensystem A, B, C

$$103) \quad \begin{aligned} A\frac{df}{dt}+(\Gamma-A)gh &= 2P(g\gamma_3\mathfrak{C}-h\gamma_2\mathfrak{A})-\mathfrak{a}f, \\ A\frac{dg}{dt}-(\Gamma-A)hf &= 2P(h\gamma_1\mathfrak{A}-f\gamma_3\mathfrak{C})-\mathfrak{a}g, \\ \Gamma\frac{dh}{dt} \qquad\qquad &= 2P\mathfrak{A}(f\gamma_2-g\gamma_1)-\mathfrak{c}h. \end{aligned}$$

Ihre Zusammenfassung mit den Factoren $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ liefert bei Berücksichtigung der Beziehungen (72) in der S. 188 angewandten Weise

$$104) \quad \frac{d}{dt}(A(f\gamma_1+g\gamma_2)+\Gamma h\gamma_3) = -P(\Gamma-A)\frac{d\gamma_3^2}{dt} - (\mathfrak{a}(f\gamma_1+g\gamma_2)+\mathfrak{c}h\gamma_3).$$

Führt man für den Klammerausdruck links, der nach Formel (8) für die magnetische Wirkung des Körpers parallel den Kraftlinien des äußeren Feldes characteristisch ist, wieder die Bezeichnung Ω ein, so kann man dies Resultat schreiben

$$105)\qquad \frac{d\Omega}{dt}+\frac{\mathfrak{a}}{A}\Omega = -P(\Gamma - A)\frac{d\gamma_3^2}{dt}-\frac{\mathfrak{c}A-\mathfrak{a}\Gamma}{A}h\gamma_3,$$

oder nach Multiplication mit $e^{\mathfrak{a}t/A}$ auch

$$106)\qquad \frac{d}{dt}(\Omega e^{\mathfrak{a}t/A}) = -P(\Gamma - A)e^{\mathfrak{a}t/A}\frac{d\gamma_3^2}{dt}-\frac{\mathfrak{c}A-\mathfrak{a}\Gamma}{A}h\gamma_3 e^{\mathfrak{a}t/A}.$$

Hieraus ergiebt sich zunächst für den speciellsten Fall dreier gleicher Hauptträgheitsmomente und gleicher Widerstandsmomente um alle drei Hauptträgheitsaxen, also z. B. für den Fall einer Kugel, wo noch $A = \Gamma$, $\mathfrak{a} = \mathfrak{c}$ ist,

$$107)\qquad \frac{d}{dt}(\Omega e^{\mathfrak{a}t/A}) = 0, \quad \text{d. h. } \Omega = Ce^{-\mathfrak{a}t/A},$$

unter C die Integrationsconstante verstanden. Bei einem solchen Körper klingt also die Function Ω in einer Weise ab, die ganz unabhängig ist von dem Rotationssinn. Wenn demnach zu irgend einer Zeit der Mittelwerth $\bar{\Omega}$ von Ω für eine große Zahl von rotirenden geladenen Kugeln gleich Null war, so behält er diesen Werth auch bei, — es entsteht in Folge der Dämpfung keine magnetische Wirkung. —

In anderen Fällen gelangt man zu einfachen Resultaten dann, wenn man sich in Bezug auf die Einwirkung des äußeren Magnetfeldes, also in Bezug auf die Größe P, auf die Glieder erster Ordnung beschränkt, wie dies der bei Dielectrica stets beobachteten Proportionalität der magnetischen Erregung mit dem äußeren Felde entspricht. Man kann dann z. B. in dem mit P multiplicierten Glied der Formel (105) Eigenschaften von γ_3 benutzen, die ohne Magnetfeld stattfinden würden. Bildet man z. B. den räumlichen Mittelwerth aller Glieder der Gleichung (105) für ein System von sehr vielen anfänglich regellos bewegten Körpern, so kann man in jenem Glied den Mittelwerth von $d\gamma_3^2/dt$ gleich Null setzen; denn bei Vernachlässigung der magnetischen Einwirkung sind bei gleicher Lage der Körper positive und negative Rotationsrichtungen gleich wahrscheinlich.

Bezeichnet man also den räumlichen Mittelwerth einer Function

φ durch $\overline{\varphi}$, so ergiebt sich aus (105)

$$108)\qquad A\frac{d\overline{\mathfrak{Q}}}{dt}+\mathfrak{a}\overline{\mathfrak{Q}} = (\mathfrak{a}\Gamma-\mathfrak{c}A)\overline{h\gamma_3}.$$

Bildet man ferner aus dem System (103) nach S. 20 die Gleichung der lebendigen Kraft, so lautet dieselbe

$$109)\qquad \frac{d}{dt}\tfrac{1}{2}(A(f^2+g^2)+\Gamma h^2) = -(\mathfrak{a}(f^2+g^2)+\mathfrak{c}h^2).$$

Sie zeigt, daß die lebendige Kraft in denjenigen Fällen nicht nothwendig allmählich verschwindet, wo eine der beiden Widerstandsconstanten $\mathfrak{a}$ oder $\mathfrak{c}$ verschwindend klein ist. In diesen speciellen Fällen nähert sich die Bewegung des rotirenden Körpers einem stationärem Zustande, in dem nur eine widerstandsfreie Rotation noch andauert, und in dem $d\overline{\gamma_3^2}/dt$ streng verschwindet, die Formel (108) also nicht nur angenäherte Geltung besitzt.

Ist z. B. $\mathfrak{a} = 0$, so tritt der stationäre Zustand mit verschwindendem h bei einem von Null verschiedenen f^2+g^2 ein; ist $\mathfrak{c} = 0$, so gilt das Umgekehrte.

Der erste extreme Fall ($\mathfrak{a} = 0$) ist kaum einfach zu realisieren, er bietet aber doch als einfacher Grenzfall eines im allgemeinen complicirten Problemes eine gewisse Aufklärung. Hier ist für den stationären Zustand $h = 0$, also nach (108) auch der bei $d\overline{\mathfrak{Q}}/dt = 0$ geltende Werth

$$\overline{\mathfrak{Q}} = 0;$$

der Widerstand modificirt somit hier die Feldwirkung des Systemes nicht.

Ueber die Art der gleichzeitig stattfindenden Bewegung liefern die Gleichungen (103) bei Combination mit (72) die Aussagen

$$110)\qquad A\frac{df}{dt} = -2P\mathfrak{C}\frac{d\gamma_1}{dt},\qquad A\frac{dg}{dt} = -2P\mathfrak{C}\frac{d\gamma_2}{dt},$$
$$f\gamma_2-g\gamma_1 = 0,$$

aus denen folgt

$$111)\qquad Af = -2P\mathfrak{C}\gamma_1,\qquad Ag = -2P\mathfrak{C}\gamma_2,\qquad \gamma_3 = \gamma_3^0,$$

wobei γ_3^0 eine Constante bezeichnet. Bei Combination mit (72) erhält man weiter

$$112)\qquad A\frac{d\gamma_2}{dt} = -2P\mathfrak{C}\gamma_3^0\gamma_1,\qquad A\frac{d\gamma_1}{dt} = +2P\mathfrak{C}\gamma_3^0\gamma_2,$$

also bei beliebigem Anfangspunkt für die Zeit

113) $\gamma_1 = \sqrt{1-\gamma_3^{0\,2}} \sin \frac{2 P \mathfrak{C} \gamma_3^0 t}{A} \qquad \gamma_2 = \sqrt{1-\gamma_3^{0\,2}} \cos \frac{2 P \mathfrak{C} \gamma_3^0 t}{A}.$

Um die Bewegung vollständig zu bestimmen genügen die Werthe von γ_1, γ_2, γ_3 noch nicht; es bedarf noch der Kenntniß eines von ihnen unabhängigen Winkels, z. B. desjenigen χ der durch die Z- und die C-Axe gelegten Ebene gegen die XZ-Ebene, der gegeben ist durch

$$\beta_3/\alpha_3 = \operatorname{tg} \chi,$$

also durch

114) $$\frac{d\chi}{dt} = \frac{\alpha_3 d\beta_3 - \beta_3 d\alpha_3}{(\alpha_3^2 + \beta_3^2)\, dt} = \frac{\gamma_1 f + \gamma_2 g}{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}.$$

Setzt man hierein die Werthe von f, g, γ_1, γ_2 aus (111) und (113), so erhält man

115) $$\frac{d\chi}{dt} = -\frac{2 P \mathfrak{C}}{A(1-\gamma_3^{0\,2})};$$

die C-Axe rotirt also mit dieser constanten Geschwindigkeit um die feste Z-Axe. =

Der zweite extreme Fall ($c = 0$) würde z. B. näherungsweise bei einem Körper von der Form einer dünnen Kreisscheibe eintreten, der sich in einer reibungslosen Flüssigkeit bewegt. In ihm gilt die Gleichung (77), es ist also mit h zugleich γ_3 zeitlich constant, und aus Gleichung (108) folgt hier für den stationären Zustand ($d\overline{\Omega}/dt = 0$) unmittelbar

116) $$\overline{\Omega} = \Gamma \overline{h \gamma_3}.$$

Da für den stationären Zustand $f^2 + g^2$ und somit f und g einzeln verschwinden, so ist in diesem Fall nach den beiden ersten Formeln (103) — wenn nicht h ebenfalls verschwindet — gleichzeitig γ_1 und γ_2 gleich Null, γ_3 gleich $\pm$ Eins; die ausgezeichnete C-Axe fällt also in die Richtung der Kraftlinien des äußeren Feldes, und die Ueberlegung der Stabilitätsverhältnisse ergiebt, daß $h\gamma_3 > 0$, die C-Axe also bei positivem h der Feldstärke R parallel gerichtet sein muß.

Gilt γ_3 und h für den stationären, γ_3^0 und h^0 für den Anfangszustand, so folgt aus (77)

117) $$h = h^0 - P(\gamma_3 - \gamma_3^0),$$

es kann also das Vorzeichen von h in Folge der Feldwirkung umgekehrt werden. Hierauf beruht eine erhebliche Complication der Verhältnisse, die eine rechnerische Verfolgung der Vorgänge

erschwert. Jedenfalls kann man schreiben, wenn man mit $|\varphi|$ den absoluten Werth einer Function φ bezeichnet, $\overline{h\gamma_3} = |\overline{h}|$, also

$$118)\qquad \overline{\Omega} = +\Gamma|\overline{h}|.$$

Hieraus ergiebt sich die von den angenommenen rotirenden Körpern im Mittel ausgehende magnetische Kraft parallel den Kraftlinien des äusseren Feldes gemäß (8) zu

$$119)\qquad (\overline{Z_1}) = +\frac{\varepsilon\Gamma|\overline{h}|}{\omega E_0^3};$$

die Volumeneinheit eines ζ derartiger Körperchen enthaltenden Medium besitzt also das magnetische Moment

$$120)\qquad \mu = +\frac{\varepsilon\zeta\Gamma|\overline{h}|}{2\omega},$$

und die **Erregung ist stets paramagnetisch.**

Die Verhältnisse werden einfach, wenn die anfänglichen Geschwindigkeiten h^0 sämmtlich (oder doch in allergrößter Zahl) einen Betrag besitzen, dessen absoluter Werth größer als $2P$ ist. Legt man dann die positive C-Axe so, daß $h^0 > 0$ ist, so ist h für alle Körper positiv, $\gamma_3 = +1$, dazu bei anfänglich ungeordneter Bewegung $\overline{\gamma_3^0} = 0$, also $|\overline{h}| = \overline{h}^0 - P$ und wegen $P = \varepsilon R/2\varrho\omega$

$$121)\qquad \mu = \frac{\varepsilon\zeta\Gamma}{2\omega}\left(\overline{h}^0 - \frac{\varepsilon R}{2\varrho\omega}\right).$$

Die im Vorstehenden erhaltenen Resultate zeigen mancherlei Ueberraschendes. Da der schließliche Werth von γ_3 gleich ± 1 ist, so wird durch das Magnetfeld in dem betrachteten Fall jedes Körperchen mit seiner ausgezeichneten Axe schließlich den Kraftlinien parallel gerichtet; eine bloße Ablenkung aus der ursprünglichen Lage von einer durch das äußere Feld bestimmten Größe, wie sie die ältere Theorie voraussetzt, findet nicht statt. Hiermit hängt zusammen, daß das aequivalente mittlere Moment $\overline{\mu}$ einen beträchtlichen Theil enthält, der von der Stärke des wirkenden Magnetfeldes ganz unabhängig ist und übrig bleibt, wenn das äußere Feld beliebig klein wird. Ist das äußere Feld streng gleich Null, so ist aber μ trotzdem gleichfalls Null, weil in diesem Fall die Gleichungen (103) garnicht auf $\gamma_1 = 0$, $\gamma_2 = 0$, $\gamma_3 = \pm 1$ führen, eine Orientirung der Körperchen also überhaupt nicht eintritt. Neben diesem von R unabhängigen Theil, der einer paramagnetischen Erregung entspricht, enthält die Formel (121)

für μ einen zweiten mit R proportionalen, der Diamagnetismus darstellt und gemäß der Formel $h = h^0 - P(1-\gamma_0^2)$ davon herrührt, daß das Magnetfeld während der Ausrichtung der Körperchen die anfängliche Rotationsgeschwindigkeit verringert.

Die anscheinende Unstetigkeit, die bei dem Uebergang von unendlich kleinen zu streng verschwindenden Feldstärken R eintritt, verschwindet durch die Ueberlegung, daß sich unsere Formeln auf den stationären Zustand beziehen, der um so später merklich vollkommen eintritt, je kleiner R ist, bei verschwindendem R erst nach unendlich langer Zeit, also niemals.

Hierauf beruht, daß ein System von Körperchen der betrachteten Art eine Gesammterregung zeigen kann, die keinen von R unabhängigen Antheil enthält, wenn durch regellos vertheilte Stöße die schon fortgeschrittene Ausrichtung der Körperchen immer wieder aufgehoben wird. Da bei gleichen mittleren Zeiträumen T zwischen zwei Stößen die Ausrichtung um so weiter fortgeschritten ist, je größer die wirkende Feldstärke ist, so wird das mittlere erzeugte Moment (in einer complicirten Weise) mit der Feldstärke wachsen. Verkürzung der Zeitdauer T (etwa durch Temperatursteigerung) wird die gleichen Feldern R entsprechenden Erregungen herabsetzen.

Wir können die für die behandelten speciellen Fälle erhaltenen Resultate folgendermaßen zusammenfassen.

Ein System homogener und homogen geladener Rotationskörperchen, die nicht um die ausgezeichnete Axe, wohl aber um die dazu normalen Richtungen Widerstandsmomente erfahren, wird durch ein constantes äußeres Feld paramagnetisch mit dem durch (120) gegebenen mittleren Moment erregt; wirkt umgekehrt ein Widerstandsmoment nur um die ausgezeichnete Axe, so findet eine magnetische Erregung nicht statt. —

In dem allgemeinen Falle, daß keines der Widerstandsmomente verschwindet, geht (analog, wie bei dem S. 194 behandelten speciellen Falle der Kugel) die Bewegung eines rotirenden geladenen Körpers keinem anderen stationären Zustand, als dem der Ruhe entgegen. Ein constanter endlicher Mittelwerth der Energie kann hier nur durch fortwährend erneute Bewegungsantriebe erhalten werden. Finden die letzteren völlig regellos statt, so kommt die Frage nach der magnetischen Wirkung eines Systemes von derartigen Körpern darauf hinaus, ob der mittlere Werth $\overline{\Omega}$, von einem Anfangswerth Null ausgehend, während des Abklingens der

Bewegung positiv oder negativ ist. Dabei gilt für $\overline{\mathfrak{Q}}$ die aus (108) folgende (angenäherte) Formel:

122)
$$\frac{d\overline{\mathfrak{Q}}e^{\mathfrak{a}t/A}}{dt} = \frac{\mathfrak{a}\Gamma-\mathfrak{c}A}{A}\overline{h\gamma_3}e^{\mathfrak{a}t/A}$$

oder

123)
$$\overline{\mathfrak{Q}} = \frac{\mathfrak{a}\Gamma-\mathfrak{c}A}{A}e^{-\mathfrak{a}t/A}\int_0^t \overline{h\gamma_3}e^{\mathfrak{a}t/A}dt.$$

Die allgemeine Behandlung des Problemes dürfte Schwierigkeiten bieten. In dem Falle, daß das Widerstandsmoment um die ausgezeichnete C-Axe klein gegen das um die dazu normalen Richtungen, und somit $\mathfrak{c}$ klein gegen $\mathfrak{a}$ ist, kann man nach dem Vorigen mit einiger Wahrscheinlichkeit den Verlauf von $\overline{h\gamma_3}$ dahin erschließen, daß diese Größe anfangs wachsen und darauf sich der Null nähern wird; $\overline{\mathfrak{Q}}$ würde sich dann also analog verhalten, die Erregung des Systems würde sich im Allgemeinen paramagnetisch erweisen, nur bei besonders großem A/Γ würde Diamagnetismus eintreten. —

Wir haben im Vorstehenden im Anschluß an die Gleichungen der Optik auf die geladenen Theilchen der ponderabeln Körper (Electronen im allgemeineren Sinne) Widerstandsmomente als wirksam eingeführt, welche lineäre Functionen der Rotationsgeschwindigkeiten sind und sich durch die Vorstellung einer Bewegung in einem widerstehenden Mittel deuten lassen. Nach neueren Vorstellungen beruht indessen jedenfalls ein Theil der Dämpfung jeder Electronenbewegung auf der Aussendung von Energie vermittelst der veranlaßten electromagnetischen Wellen.

Es ist bemerkenswerth, daß, wenn man bei den betrachteten rotirenden geladenen Körperchen die gesammte Dämpfung auf Ausstrahlung zurückführt, dann für Rotationskörper angenähert der als zweiter behandelte extreme Fall ($\mathfrak{c} = 0$) resultirt; denn ein mit constanter Geschwindigkeit um seine Axe rotirender geladener Rotationskörper sendet überhaupt keine electromagnetischen Wellen aus, und bei langsam veränderlicher Geschwindigkeit jedenfalls nur solche von äußerst kleiner Energie. In diesem Fall liefert also die neuere Auffassung ein nahes Analogon zu den widerstandslosen Molekularströmen der älteren Theorie, und hier würden die Formeln (118) bis (121), die eine paramagnetische Erregung ausdrücken, eine wesentliche Bedeutung gewinnen.

Ob es zur quantitativen Ableitung der beobachtbaren Vorgänge der Magnetisirung genügt, den in der neueren theoretischen

Optik benutzten negativen Electronen neben der fortschreitenden Bewegung auch Rotationen von vergleichbarer lebendiger Kraft beizulegen, oder ob man auf die positiv geladenen Atome der ponderabeln Materie zurückgreifen muß, ist gegenwärtig wohl noch nicht zu entscheiden. Hier war die Aufgabe nur, die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten klarzustellen.

Schluß.

Das Ergebniß der Untersuchung läßt sich dahin zusammenfassen, daß die Electronenhypothese in der gegenwärtigen Gestalt, sofern man nur die regelmäßigen Umlaufsbewegungen der Electronen unter der Wirkung quasielastischer Kräfte in Betracht zieht, somit Widerstände, und demgemäß Bewegungsantriebe, wie auch jede andere Art von Störungen ausschließt, sich also der alten Hypothese der Molekularströme nach Möglichkeit nähert, bei Einwirkung eines Magnetfeldes magnetische Erregungen überhaupt nicht ergiebt; daß sie aber sowohl para- wie diamagnetische Wirkungen liefert, wenn man immer wiederkehrende regellos vertheilte Bewegungsantriebe, wie solche bei Widerständen schon zur Compensation des Energieverlustes nöthig sind, als stattfindend annimmt. Weiter giebt die Annahme rotirender geladener Massen, die keinen Widerständen unterliegen, in einem Magnetfelde nur Diamagnetismus, läßt aber bei einwirkenden Widerständen und Bewegungsantrieben sowohl Para- wie Diamagnetismus zu.

Göttingen, November 1901.

Berichtigung. S. 187, Z. 11 v. u. muß stehen (21) an Stelle von (18).

Rectascensionen von 792 Sternen nach Beobachtungen an den Meridianinstrumenten der Göttinger Sternwarte in den Jahren 1858 und 1859.

Von

A. Auwers.

Vorgelegt vom vorsitzenden Sekretär in der Sitzung am 8. November 1901.

Als ich im Herbst 1857 die Göttinger Universität bezog, habe ich sogleich in erheblichem Umfang die praktische astronomische Thätigkeit wieder aufgenommen, welche ich bereits 1852—1854, während der zweiten Hälfte dieses Zeitraums, mit geringfügigen aber immerhin leistungsfähigen eigenen Mitteln, systematisch in ziemlich ausgedehntem Maße betrieben hatte, dann aber $3^1/_2$ Jahre hindurch nur in sehr eingeschränkter Weise hatte ausüben können. Nach einigen Monaten überließ mir Klinkerfues, der damals als Observator die Göttinger Sternwarte leitete, zu dem seit October 1857 von mir benutzten 6 f. Merz'schen Fernrohr auch noch das Reichenbach'sche Passageninstrument, an welchem ich vom 21. Januar 1858 ab, zunächst wesentlich zur Uebung in Zeitbestimmungen, daneben den Mond mit den Mondsternen und einige andere zufällig gewählte Objecte beobachtete. Zur besseren Ausnutzung des ersichtlich schönen — wenigstens optisch sehr vollkommenen — Instruments und der für die Beobachtung sehr angenehmen Hardy'schen Uhr stellte ich aber alsbald eine größere Arbeitsliste zusammen, etwa 3500 Lalande'sche Sterne zwischen dem Aequator und 6° 30′ südlicher Declination, deren Beobachtung ich am 25. März 1858 begann. Nur wenige Tage später wurde mir jedoch die Verfügung über das Instrument plötzlich wieder entzogen, indem dasselbe am 31. März abgenommen wurde, um Einrichtungen für die von Klinkerfues beabsichtigten, am 18. April anhebenden Zonenbeobachtungen zu treffen. Klinkerfues überwies mir zur Fortsetzung meiner Meridianbeobachtungen dann den alten Repsold'schen Meridiankreis, der damals, mit einer Liebherr'schen Uhr, im Ostsaal der Sternwarte stand.

Mit diesem Instrument beobachtete ich anfänglich auch die

Declinationen, dieselben fielen jedoch — wahrscheinlich in Folge eines an der Klemmeinrichtung entstandenen Schadens — dermaßen unbefriedigend aus, daß ich nach den ersten fünf Beobachtungsabenden lediglich wieder zu dem frühern Programm zurückkehrte und vom 19. April ab nur die Rectascensionen der Lalande'schen Sterne weiter beobachtete. Am 8. Mai brach ich indeß die Reihe ganz ab, unter dem inzwischen zu stark gewordenen Eindruck, daß mit dem aus dem Beginn des Jahrhunderts stammenden, optisch durchaus minderwerthigen Instrument Resultate von zeitgemäßer Genauigkeit nicht mehr zu erlangen wären.

Insgesammt waren 1359 Durchgänge beobachtet, 770 am Passageninstrument (davon 412 vom Beginn der Catalogreihe ab) und 589 am Meridiankreis. Die ausgewählte Lalande'sche Zone war damit hauptsächlich nur zwischen 9^h und 14^h, und auch innerhalb dieser Grenzen erst unvollständig durchbeobachtet.

Vom Juli 1858 ab habe ich dann wieder gelegentlich das Passageninstrument benutzt, wenn und so lange es gerade frei war, erst an ganz vereinzelten Tagen, von October 1858 ab bis zu meinem Fortgang von Göttingen, nach Schluß des Sommersemesters 1859, häufiger; die 1858 Juli 16 — 1859 Aug. 24 noch erlangten 855 Beobachtungen haben aber fast ausschließlich die Bestimmung von Vergleichsternen zum Zweck gehabt, die ich bei meinen Beobachtungen von Cometen und kleinen Planeten am 6f. Fernrohr benutzt hatte, denn die Einschaltung eines umfangreichern Beobachtungsprogramms zwischen die Klinkerfues'schen Zonen konnte nicht in Frage kommen. Auch konnte, seitdem das schöne Instrument zum Ablesefernrohr für die mit dem Reichenbach'schen Meridiankreise zu beobachtenden Zonen degradirt worden war, die frühere Sicherheit für die daran noch anzustellenden Beobachtungen nicht mehr in Anspruch genommen werden.

Während Fundament und Pfeiler offenbar von hervorragender Festigkeit gewesen sind und das Instrument sich in den ersten Monaten, so lange die Axe der ursprünglichen Einrichtung nach frei in den Lagern lag, sehr stabil erwies, sind später, nachdem im April 1858 eine in Göttingen verfertigte Hemmung mit Feinbewegung angebracht worden war, Störungen der Einlagerung des Instruments wiederholt in den Beobachtungen merklich geworden, vielleicht noch öfter unbemerkt in ihre Resultate eingegangen. Ebenso ist die an sich sehr befriedigende Festigkeit der optischen Axe in dem letzten Beobachtungsjahr fortwährend durch das Ausziehen der Ocularzugröhre für die Spiegelablesungen in Frage gestellt und zuweilen stark gestört worden. Weitere empfindliche

Störungen hat vielfach der vorher sehr regelmäßige Uhrgang durch die Zonenbeobachtungen erlitten, bei denen die Uhrsecunden mit einem nicht für das Pendel geeigneten Quecksilbercontact registrirt wurden.

Es sind also überwiegend minderwerthige Stücke, aus denen die ganze Beobachtungsreihe sich zusammensetzt, und da sie bezüglich ihres Hauptgegenstandes in Folge des jähen Schlusses ein kleines Bruchstück geblieben war, so habe ich es gar nicht für angezeigt gehalten sie vollständig zu bearbeiten, vielmehr mich s. Zt. darauf beschränkt die Rectascensionen der beobachteten Vergleichsterne, des Mondes und der Mondsterne sowie einiger Planeten daraus abzuleiten. Erst gegenwärtig hat mir die „Geschichte des Fixsternhimmels“ Anlaß gegeben die vollständige Reduction der Beobachtungsreihe noch auszuführen. Die Bearbeitung dieser „Geschichte“ sichert einer jeden Darbietung der Ergebnisse ehrlicher Arbeit, mag dieselbe auch nur ein Gebiet von verhältnißmäßig geringer Ausdehnung umfassen oder unvollendet geblieben sein, die solcher Arbeit gebührende Mitberücksichtigung und von ihr zu erlangende Mitwirkung bei der Feststellung unserer Kenntniß der Fixsternwelt, und sie rechtfertigt es, zwischen die großen und großentheils besser begründeten Sterncataloge für die Epoche 1860 auch noch ein kleines und unvollständig gebliebenes Verzeichniß einzuschalten, welches doch nicht allen Werthes entbehren wird, zumal es größtentheils solche Sterne enthält, für welche andere Beobachtungen nicht in größerer Zahl vorliegen.

Ich hätte mich nun darauf beschränken können die früher noch nicht reducirten Sterne zusammenzustellen. Da aber die Reduction der ganzen Reihe, im Anschluß an den Fundamentalcatalog der Astronomischen Gesellschaft, sich gegenwärtig schärfer ausführen läßt als dieß früher bei der stückweisen und, wie man dem erst in die Wissenschaft eintretenden und bei keinem Schritt von sachkundiger Anleitung geführten Bearbeiter nicht zu sehr verargen darf, wenig gleichförmigen Berechnung geschehen konnte, so habe ich die jetzige Bearbeitung auf die vollständige Reihe ausgedehnt und die Oerter aller 792 bestimmbaren, außer den A.G.C.-Sternen und Körpern des Sonnensystems darin vorkommenden Objecte in gleichmäßiger Weise abgeleitet.

Von den 2214 Beobachtungen der ganzen Reihe entfallen auf diese 792 Sterne 1258 Beobachtungen (von denen jedoch 6 wegen offenbarer Entstellung durch die vorerwähnten Lageänderungen nicht benutzt werden konnten), darunter 456 am alten Meridiankreise.

Jedes der beiden Instrumente hatte ein Netz von 7 Stundenfäden, und die Durchgänge sind, nach dem Gehör, zum weitaus

größten Theil an allen oder nahezu allen Fäden beobachtet. Wenn weniger als 4 Fäden erlangt waren, hat die RA. geringeres Gewicht erhalten, und es ist im Catalog angezeigt, wenn Gewichtssumme und Anzahl der Beobachtungen nicht übereinstimmen.

Die Beobachtungen sind am Passageninstrument mit häufigem Wechsel der Lage gemacht; der Meridiankreis verblieb während der kurzen Zeit seiner Verwendung immer in der Lage Kr. Ost. Die Aufstellung wurde ständig unter guter Controle gehalten, und Fundamentalsterne wurden stets ausreichend beobachtet, so daß die Elemente für eine differentielle Reduction fast in allen Fällen genügend gesichert waren. Nicht von Vortheil für die Homogenität der am Passageninstrument beobachteten Rectascensionen wird ein häufiger Wechsel der Vergrößerung gewesen sein; es gelangten alle vorhandenen Oculare von 64, 96, 144 und 216 f. Vergrößerung zur Anwendung, und zwar wurde zuweilen auch im Laufe eines Abends gewechselt. Am Kreise wurde immer mit dem nämlichen Ocular beobachtet; so viel ich mich noch entsinnen kann, wird dessen Vergrößerung kaum 100 erreicht haben.

Ob die von der Absehenslinie beschriebene Curve einem größten Kreise parallel gewesen ist, gestattet das vorhandene Material nicht näher zu untersuchen. Eine Andeutung des Gegentheils findet sich für das Passageninstrument in einer beständigen Abweichung der Uhrcorrectionen in der Zenithalzone; es ist wohl möglich, daß die Zapfen des seit 40 Jahren stehenden, wenngleich in der ganzen Zeit wenig benutzten Instruments nicht mehr ihre vollkommene Figur gehabt haben. Jedenfalls war jene Abweichung empirisch außer Zweifel gestellt und zu berücksichtigen, was durch Zulage einer constanten Correction $+0^s.16$ zu den zwischen Decl. 40° und 65° in O. C. beobachteten Durchgangszeiten geschehen ist. Ferner ist an eine Reihe unterer, im Juli 1859 beobachteten Culminationen eine empirische Correction $+0^s.22$ angebracht worden.

Im übrigen wurden die Durchgänge lediglich mit den aus den Beobachtungen von α und δ Ursae min. folgenden Werthen von n, und den für das Passageninstrument durch Vergleichung der Polsternbeobachtungen in entgegengesetzten Lagen und durch Umlegungen auf den im gleichen Meridian stehenden Reichenbach'schen Meridiankreis als Collimator gewonnenen c reducirt.

Den Größenschätzungen habe ich von Anfang an gleichfalls Sorgfalt zugewandt, der Aneignung eines festen Systems wird aber sowohl der Wechsel der Instrumente, als der Gebrauch verschiedener Oculare an dem einen derselben hinderlich gewesen sein. An einigen Abenden ist Entstellung der Schätzungen durch Trübung

der Luft angemerkt, und nunmehr die Reduction auf die Scale der Bonner Durchmusterung ermittelt und für 3 Tage (1858 April 22, 26 und einen Theil der Beobachtungen 1858 März 25) angebracht. Sonst ist den Umständen nach wohl anzunehmen, daß die Schätzungen sich dem Lalande'schen Größensystem anschließen; daß ich immer der Bessel'schen Definition der 9^m als der Größe eines Sterns, der im erleuchteten Felde eines 4zölligen Fraunhofer'schen Fernrohrs noch gerade mit voller Sicherheit beobachtet werden kann, eingedenk gewesen bin, kann keine merkliche Abweichung veranlaßt haben. —

Die scheinbaren RA. der Zeitsterne habe ich für die im Nautical Almanac vorkommenden Sterne dieser Ephemeride entnommen und den Unterschied der mittleren RA. A. G. C. — N. A. hinzugefügt, für die übrigen aus den mittleren RA. des A. G. C. mit den Tagesconstanten des N. A. berechnet. Demgemäß wurden dann die Reductionen vom scheinbaren Ort auf 1860.0 für die bestimmten Sterne wiederum mit den Constanten des N. A. berechnet. Diese letztere Rechnung ist von meinem gegenwärtigen Gehülfen Dr. H. Paetsch ausgeführt worden. —

Bei der Aufstellung des Catalogs habe ich zwischen den beiden Instrumenten nicht unterschieden. —

Da der Catalog hauptsächlich aus Beobachtungen der ausgewählten Lalande'schen Sterne hervorgegangen ist, habe ich — für die Sterne ohne Bayer-Flamsteed'sche Bezeichnungen — die Baily-Lalande'schen Nummern in der Namencolumme aufgeführt. Außer den Angaben dieser Columne ist zum weitern Nachweis nur B.D. citirt, wobei zugleich die BD-Größen zur leichteren Controlirung der meinigen nebengesetzt sind. Sonst war nichts fremdes heranzuziehen, da der kleine Catalog nicht als selbständige Fundquelle benutzt werden, sondern lediglich eine Darbietung für die „Geschichte des Fixsternhimmels“ abgeben und in dieser aufgehen soll.

Die Praecession für 1860 ist, von Dr. Paetsch, mit den Struve'schen Constanten berechnet. Die Oerter gelten durchweg für die Epoche der Beobachtung. —

Einzelne Vergleichsterne bestimmte gleichzeitig mit meinen Beobachtungen Klinkerfues am Reichenbach'schen Meridiankreise. Seine Declinationen habe ich so wie er sie mir s. Zt. mitgetheilt hat, nur auf Aequin. 1860 übertragen, in Fußnoten angegeben; sie sind anscheinend weder sehr sicher, noch sind sie ganz gleichartig, indem der Aequatorpunct des Kreises gewöhnlich durch einige wenige beliebige N.A.-Sterne, zuweilen aus dem Nadir bestimmt wurde, jedoch werden die Angaben für einzelne wenig beobachtete Sterne immer noch von Werth sein.

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° '		
1	Nic. 64	8.4	0 18 54.06	59.0	2	3.0713	— 0 20	62	8.3
2	W. 0^h 541	8.0	32 29.01	59.0	1	3.0592	— 3 51	79	8.0
3	W. 0^h 601	8.6	35 0.14	59.0	4	3.0584	— 3 49	86	8.3
4	W. 0^h 628	9.0	36 41.78	59.0	2	3.0576	— 3 51	91	8.9
5	Lal. 1299	6	41 2.42	59.0	1	3.0909	+ 4 34	123	6.0
6	Lal. 1407-8	7	0 44 5.85	59.0	1	3.0837	+ 2 37	118	6.2
7	W. 0^h 858	8.3	49 49.24	59.0	1	3.0704	— 0 18	145	8.1
8	21 Arietis	—	2 7 46.59	59.0	2[1]	3.3928	+ 24 24	329	6.0
9	R Arietis	(8.3)	8 9.60	59.0	5	3.3938	+ 24 24	330	var.
10	μ Arietis	—	34 28.74	59.1	1	3.3661	+ 19 25	403	5.8
11	π Arietis	5.8[2]	2 41 29.03	58.1	2[2]	3.3347	+ 16 53	355	5.7
12	τ^1 Arietis	—	3 13 8.96	58.1	2[3]	3.4479	+ 20 38	543	5.0
13	Bonn 2818	9.9	13 51.32	59.1	1	4.2387	+ 49 22	913	9.1
14	. . . .	9.5	18 10.28	59.1	1	3.4749	+ 21 36	454	9.1
15	W_2. 3^h 415	8.8	20 14.01	59.1	3	3.4772	+ 21 34	465	8.3
16	Lal. 6696-7	8.2	3 31 19.85	59.1	4	3.5107	+ 22 23	526	7.8
17	Lal. 6759	7.0	34 4.73	59.1	2	4.2691	+ 48 4	984	6.5
18[4]	Bonn 3127	8.2	35 6.76	59.1	2	4.2717	+ 48 2	987	8.1
19	An. 8 Plej.	8.2	37 54.98	59.1	1	3.5509	+ 23 45	519	8.0
20	An. 9 Plej.	8.8	37 57.05	59.1	1	3.5508	+ 23 45	520	8.1
21	23 Tauri	—	3 38 1.29	58.1	2	3.5455	+ 23 31	522	4.5
22	37 Eridani	—	4 3 32.86	58.1	2	2.9225	— 7 18	758	6.1
23	. . . .	9.6	5 34.53	59.1	2	4.3365	+ 47 8	962	9.4
24	Yarn. 1903	9.2	11 1.44	59.1	2	4.3344	+ 46 43	871	9.4
25	χ Tauri	—	14 4.01	58.1	1	3.6375	+ 25 18	707	5.7
26	υ Tauri	—	4 17 56.00	58.7	2	3.5716	+ 22 30	696	4.5
27	Lal. 9827	7.5	5 8 24.56	58.1	6	3.7869	+ 28 45[5]	772	6.5
28	Lal. 9855-6	8.4	9 25.38	58.1	6	3.7840	+ 28 38[5]	773	7.3
29	W_2. 5^h 280	9.0	10 42.87	58.1	4	3.7848	+ 28 37[5]	776	8.9
30	Cambr. 2448	9.1	16 48.69	58.1	5[6]	3.7653	+ 27 50[5]	769	8.9
31	χ Aurigae	—	5 23 37.01	58.7	2	3.8996	+ 32 5	1024	4.8
32	ζ Orionis	—	33 41.79	58.3	1	3.0248	— 2 1	1338	2
33	136 Tauri	—	44 31.66	58.1	1	3.7686	+ 27 34	899	5.5
34	139 Tauri	—	49 18.51	58.1	1	3.7214	+ 25 56	1052	5.2
35	$\varkappa$ Aurigae	—	6 6 27.59	58.1	1	3.8295	+ 29 33	1154	4.4
36	W_2. 6^h 330	8.8	6 13 5.49	59.6	1	4.3298	+ 43 18	1522	7.4
37	Lal. 12100	8.5	14 11.70	59.5	2	4.3294	+ 43 18	1524	6.9
38	48 Aurigae	—	19 34.18	58.1	1	3.8590	+ 30 34	1238	6.0
39	. . . .	8.8	32 39.76	59.2	1	4.4927	+ 47 2:	1331	9.1
40	ψ^4 Aurigae	—	32 53.32	59.5	1	4.3794	+ 44 39	1518	5.5
41	15 Lyncis	—	6 45 8.59	59.5	3	5.2202	+ 58 36	982	5.0
42	AOe. 7488	6.7	53 38.80	59.5	3	5.3249	+ 60 0	1026	7.0
43	AOe. 7510	8.8	55 16.93	59.5	1[7]	5.2701	+ 59 26	1050	9.1
44	AOe. 7519-20	8.4	55 50.83	59.5	2[8]	5.2714	+ 59 28	1051	8.8
45	Hels. 4927	7.5	58 41.17	59.5	3	5.2757	+ 59 35	1052	8.2

[1] Beidemal 3 Fäd. [2] 8^{m}0 3" 130°, 3 u. 1 F. (1/2) [3] 3 u. 2 F. [4] 9^{m}5 f. 5^{s}3 1' S.
[5] Kl. (1858.0) + 28° 44' 43."9 (2); + 28° 37' 32."6 (1); + 28° 37' 23."2 (1); + 27° 49' 54."5 (3)
[6] Bei zwei Beob. 2 Fäd. (Gew. 1/2) [7] 3 Fäd. [8] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 3/2)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	Gr.
			h m s			s	° '		
46	τ Geminorum	—	7 2 13.48	58.1	2	3.8298	+ 30 28	1439	4.7
47	20 Monocer.	6	3 16.59	58.2	4	2.9815	— 4 1	1840	5.5
48	18 Lyncis	—	3 40.45	59.5	3	5.2884	+ 59 53	1065	5.0
49	22 Monocer.	5.0	4 42.93	58.2	2	3.0660	— 0 15	1686	4.2
50	45 Camelop.	—	7 2.34	59.5	2	5.2343	+ 59 22	1068	7.8
51	53 Geminorum	—	7 7 12.49	59.1	1	3.7564	+ 28 8	1350	6.5
52	46 Camelop.	—	7 42.92	59.5	2[1]	5.2435	+ 59 30	1071	7.0
53	Lal. 14107	8	8 29.58	58.2	1	3.0360	— 1 37	1618	8.0
54	47 Camelop.	—	10 0.30	59.5	2	5.2946	+ 60 9	1048	6.5
55	Lal. 14326	6	14 42.52	58.2	1	2.9470	— 5 38	2090	7.0
56	Lal. 14327	8	7 15 32.22	59.1	1	3.7474	+ 28 6	1378	8.8
57	Lal. 14355	6	15 33.50	58.2	1	2.9452	— 5 43	2089	5.9
58	Lal. 14456	6.5	18 58.40	58.2	1	2.9508	— 5 30	2112	6.3
59	Lal. 14531	7	20 57.83	58.2	1	3.0150	— 2 36	2126	7.0
60	b³ Geminorum	—	21 6.10	58.2	1	3.7445	+ 28 12	1400	5.0
61	Lal. 14543-4	7.5	7 21 57.18	58.2	1	3.7435	+ 28 12	1405	8.0
62	Lal. 14581	8	22 18.08	58.2	1	2.9788	— 4 15	1965	7.8
63	. . . .	8.5	22 23.12	59.1	1	3.8615	+ 32 15	1569	9.3
64	Bonn 6044	8.5	23 16.79	59.2	1	4.1257	+ 40 8	1881	8.0
65	υ Geminorum	—	27 17.68	58.1	2	3.7100	+ 27 12	1424	4.2
66	Leipz. II 3977	9.0	7 30 3.24	58.7	2	3.1914	+ 5 31	1728	8.7
67	Lal. 14907	8.8	31 33.69	59.2	2[2]	3.1928	+ 5 36	1738	9.0
68	Lal. 14927	7.4	32 40.72	58.5	4	3.1914	+ 5 33	1742	7.5
69	Leipz. II 4036	9.2	33 25.90	58.7	2	3.1905	+ 5 31	1747	8.8
70	Lal. 14970	7	34 13.81	58.2	1	3.1566	+ 3 57	1758	7.0
71	Lal. 15239	9	7 42 9.11	58.2	1	3.0439	— 1 20	1842	8.7
72	Lal. 15247	8.5	42 15.03	58.2	1	2.9811	— 4 18	2097	7.9
73	Lal. 15263	8	43 1.05	58.2	1	3.0440	— 1 20	1848	8.0
74	Lal. 15276	8.5	43 28.46	58.2	1[3]	3.0456	— 1 15	1853	8.5
75	φ Geminorum	—	44 55.63	58.1	1	3.6864	+ 27 7	1499	5.0
76	Lal. 15325	—	7 45 10.17	58.1	1	3.6810	+ 26 56	1668	8.0
77	Lal. 15359	8	45 31.72	58.2	1	3.0246	— 2 16	2325	7.8
78	Lal. 15369	9	45 51.33	58.2	1	3.0494	— 1 5	1873	8.3
79	. . . .	9	47 27.21	58.2	1	2.9851	— 4 10	2135	8.8
80	Lal. 15430	7.5	47 29.96	58.2	1	3.0502	— 1 8	1883	7.8
81	Lal. 15455	8.5	7 48 13.07	58.2	1	2.9844	— 4 12	2141	8.0
82	Lal. 15465	8.5	48 29.38	58.2	1[4]	2.9823	— 4 18	2143	8.3
83[5]	Lal. 15577	8.0	51 35.10	58.2	2	2.9998	— 3 30	2147	8.0
84	. . . .	9	53 23.14	58.2	1	2.9982	— 3 35	2163	8.8
85	Lal. 15700	9	54 59.54	58.2	1	3.0332	— 1 54	1926	8.6
86	Lal. 15716	8	7 55 36.23	58.2	1	3.0309	— 2 0	**1928*	8.0[6]
87	Lal. 15731	7.5	55 53.90	58.2	1	2.9504	— 5 56	2341	7.5
88	Lal. 15804-5	7.5	57 57.98	58.2	2	3.0089	— 3 6	2202	7.0
89	Sj. 2962	8	8 0 35.85	58.2	1[3]	2.9894	— 4 5	2225	8.7
90	Lal. 15914	8	0 59.85	58.2	1	2.9919	— 3 58	2217	8.2

[1] Bei 1 Beob. 2 Fäd. (Gew. 1/2) [2] Bei 1 Beob. 3 Fäd. (Gew. 3/4) [3] 3 Fäd. [4] 1 Fad.
[5] $9^m 15^s$ v. 6'N. (— 3° 2143) [6] Schönf. — 1° 240 $7^m.7$

* Cursiver Druck in dieser Col. zeigt an, daß die aufgeführte Nr. nicht zu der Zone der B.D., welche mit dem in Col. „Decl." angegebenen Grad bezeichnet ist, sondern zu der angrenzenden Zone gehört.

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° ′		
91	29 Monocer.	5	8 1 33.36	58.2	1	3.0200	— 2 35	2450	4.8
92	ψ Cancri	6	2 0.94	58.7	2	3.6321	+ 25 56	1865	6.1
93	Lal. 16018	8.5	4 6.93	58.2	1	3.0490	— 1 9	1976	8.0
94	Lal. 16041-2	8	4 40.38	58.2	1	2.9597	— 5 36	2395	7.5
95	Lal. 16062	8	5 14.56	58.2	1	2.9584	— 5 41	2399	8.0
96[1]	W. 8h 140	9	8 6 40.71	58.2	1	3.0721	+ 0 0	2227	9.0
97	Lal. 16115	9	7 1.24	58.2	1	3.0700	— 0 6	1942	8.3
98	Lal. 16233	7	10 7.88	58.2	1	3.0142	— 2 56	2509	6.8
99	Lal. 16195	8.8	10 13.34	58.2	2	3.0443	— 1 24	2001	8.5
100	Lal. 16212	8.2	10 46.88	58.2	2	3.0453	— 1 21	2005	7.8
101	λ Cancri	—	8 12 12.44	59.1	1	3.5818	+ 24 28	1909	6.0
102	Lal. 16318	8.5	12 26.86	58.2	1	3.0651	— 0 21	1962	8.6
103	Lal. 16331	7	13 4.14	58.2	1	3.0629	— 0 28	1966	7.2
104	Lal. 16345	7	13 20.52	58.2	1	2.9765	— 4 53	2303	6.5
105	Lal. 16375	7	14 13.95	58.2	1	3.0494	— 1 10	2017	7.0
106	Lal. 16432	7	8 15 36.51	58.2	1	2.9606	— 5 44	2512	6.3
107	Lal. 16440-1	8.5	15 52.62	58.2	1	3.0233	— 2 31	2546	8.0
108	Lal. 16444	8	15 56.60	58.2	1	2.9506	— 6 15	2571	7.8
109	Lal. 16483	8.5	16 57.40	58.2	1	3.0236	— 2 30	2557	8.2
110	Lal. 16494	7.5	17 24.92	58.2	1[2]	3.0587	— 0 41	1987	7.5
111	1 Hydrae	6	8 17 36.10	58.2	1	3.0084	— 3 18	2333	6.0
112	Lal. 16595	7.8	19 44.49	58.2	2	3.0574	— 0 46	1993	8.0
113	Lal. 16608	—	20 0.48	58.2	1	2.9618	— 5 45	2529	7.8
114	Lal. 16676	7.2	22 22.30	58.2	3	3.0626	— 0 30	2000	7.2
115	Lal. 16780	8	25 16.74	58.2	1[2]	3.4826	+ 20 52	2112	9.1
116	Lal. 16793	7.8	8 25 21.06	58.2	3	2.9846	— 4 38	2377	7.5
117[3]	Lal. 16816	7.2	26 18.69	58.2	3	2.9831	— 4 44	2379	7.0
118	Lal. 16837	—	26 56.59	58.3	1	3.0406	— 1 40	2074	6.5
119[4]	Lal. 16912	9.0	28 42.24	58.3	2	3.0720	+ 0 0	2340	8.2
120	Yarn. 3596	9	30 30.71	58.2	1	3.4647	+ 20 21	2137	9.1
121	Lal. 16971-2	8.5	8 30 33.97	58.2	1[2]	3.4673	+ 20 29	2138	8.4
122	Lal. 17005	9	30 56.82	58.2	1	2.9546	— 6 20	2663	9.0
123	Lal. 17008	7.5	30 59.77	58.2	1	2.9548	— 6 19	2664	7.5
124	Lal. 17013	—	31 38.42	58.2	1[5]	3.4680	+ 20 35	2148	8.0
125	38 Cancri	6	31 39.76	58.2	1	3.4615	+ 20 16	2149	7.0
126	39 Cancri	—	8 32 2.94	58.2	1	3.4658	+ 20 30	2158	7.0
127	Lal. 17054	8	32 3.10	58.2	1	2.9546	— 6 22	2671	7.5
128	40 Cancri	6.5	32 7.92	58.2	1	3.4649	+ 20 28	2159	7.3
129	T.M. 374	7	32 19.86	58.2	1[2]	3.4584	+ 20 10	2166	7.3
130	Lal. 17067	7.5	32 25.90	58.2	1	2.9916	— 4 22	2410	8.0
131	Lal. 17068-9	7	8 32 54.13	58.2	1[2]	3.4558	+ 20 4	2175	7.7
132	W_2. 8h 841	8.5	33 32.67	58.2	1[2]	3.4567	+ 20 9	2182	8.7
133[6]	Lal. 17116	9	33 44.69	58.2	1	2.9579	— 6 18	2685	8.5
134[7]	Lal. 17114	9	33 46.70	58.2	1	3.0037	— 3 44	2434	8.5
135	Lal. 17098-9	7	33 47.26	58.2	1	3.4607	+ 20 22	2185	7.5

[1] 9-10^m f. 5^s 2′S. (— 0° 1941)

[2] 3 Fäd.

[3] 8^m f. 7^s 7′S. (— 4° 2380)

[4] 9^m.0 6^s v. 4′N. (0° 2339)

[5] 2 Fäd.

[6] 9-10^m n. v. (— 6° 2684)

[7] 9-10^m 6^s v. 3′N. (— 3° 2438)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° ′		
136	Mü. 3427	8	8 34 11.56	58.2	1[1]	2.9556	− 6 21	2686	8.6
137	Lal. 17150	8.5	34 43.85	58.2	2[2]	2.9602	− 6 7	2690	8.9
138	γ Cancri	—	35 10.84	58.2	2	3.4924	+ 21 58	1895	4.5
139	Lal. 17218	9.5	36 53.60	58.2	1	3.0402	− 1 46	2119	8.7
140	14 Hydrae	5	42 19.52	58.2	1	3.0200	− 2 56	2699	5.7
141	Lal. 17482	8.5	8 44 34.99	58.2	1	3.0234	− 2 46	2714	8.1
142	Lal. 17575	9	47 1.69	58.2	1	2.9778	− 5 24	2658	8.5
143	60 Cancri	—	48 16.79	58.1	2	3.2858	+ 12 9	1941	5.8
144	Lal. 17618	6	48 36.16	58.2	1	3.0328	− 2 16	2737	7.0
145	W. 8h 1273	9	49 37.56	58.2	1	3.0684	− 0 12	2092	8.8
146	Lal. 17690	8	8 50 53.14	58.2	1	3.4631	+ 21 43	1952	7.5
147	Lal. 17715	8	51 2.64	58.2	1	3.0199	− 3 2	2520	8.2
148[3]	W. 8h 1332	9.5	51 50.23	58.2	1	2.9780	− 5 29	2676	8.9
149	Lal. 17769	7.5	52 52.69	58.2	1	3.0378	− 2 0	*2174*	8.0
150	Lal. 17815	8	54 11.15	58.2	1	3.0379	− 2 1	*2181*	7.8
151	Lal. 17827	7.5	8 54 30.67	58.2	1	3.0563	− 0 56	2111	7.7
152	Lal. 17831	—	54 31.52	58.2	1[1]	3.0058	− 3 54	2585	6.8
153	ν Cancri	—	54 32.74	58.2	1	3.5232	+ 25 0	2029	5.8
154	W. 8h 1410	9	55 0.08	58.2	1	3.0368	− 2 5	2770	9.0
155	Lal. 17855	8	55 18.97	58.2	1	3.0414	− 1 49	2188	7.8
156	Lal. 17884	9	8 56 31.75	58.2	1	3.0409	− 1 51	2192	8.5
157	Lal. 17910	8.5	57 15.87	58.2	1	3.0186	− 3 12	2558	8.4
158	W. 8h 1463	9	57 34.17	58.2	1	3.0399	− 1 55	2193	8.2
159	Lal. 17927-8	8.5[4]	57 58.58	58.2	1	3.0147	− 3 26	2562	8.2
160	Lal. 17930	8	58 3.32	58.2	1	3.0182	− 3 13	2568	7.8
161	Lal. 17978	7.5	8 59 24.61	58.2	2[5]	3.0881	− 2 3	2791	7.7
162	Lal. 17973	8.5	59 42.64	58.2	1	3.4463	+ 21 34	1978	8.8
163	Lal. 18019	8.5	9 0 43.99	58.3	1	2.9946	− 4 42	2546	8.8
164	Lal. 18023	7.2	0 56.22	58.2	3	3.0405	− 1 55	2207	7.0
165	ξ Cancri	—	1 18.14	58.2	1	3.4684	+ 22 37	2061	4.8
166	79 Cancri	6	9 2 17.88	58.3	2	3.4608	+ 22 34	2068	6.5
167	Lal. 18106-8	7.5	3 23.99	58.3	1	2.9810	− 5 35	2788	7.5
168	Lal. 18110	7.5	3 29.12	58.2	1	3.0255	− 2 51	2805	7.7
169	Lal. 18125	8.5	3 57.65	58.2	1	3.0561	− 0 59	2148	8.1
170	Lal. 18146	9	4 42.97	58.2	1	3.0304	− 2 34	2808	8.8
171	Lal. 18151	8.5	9 4 49.13	58.2	1	3.0617	− 0 38	2147	8.5
172	Lal. 18159	7	5 0.48	58.3	1	3.0076	− 3 59	2604	7.4
173	Lal. 18168	8.5	5 21.77	58.3	1[1]	3.0050	− 4 9	2564	8.2
174[6]	W_2. 9h 90	9	5 25.70	58.2	1	3.4351	+ 21 29	1990	9.1
175	Lal. 18177	7	5 30.09	58.2	1[1]	2.9692	− 6 21	2844	7.7
176	21 Hydrae	6.5	9 5 31.18	58.3	3[7]	2.9662	− 6 32	2845	6.8
177	Lal. 18180	8	5 37.14	58.2	1	3.0324	− 2 28	2814	7.5
178	W. 9h 128	7.5	6 57.75	58.2	1[1]	2.9711	− 6 17	2855	8.5
179	π Cancri	—	7 29.90	58.2	2	3.3258	+ 15 31	2009	5.8
180	Lal. 18240	8	7 33.24	58.3	1	2.9933	− 4 55	2578	8.0

[1] 2 Fäd.

[2] Bei einer Beob. 2 Fäd. (Gew. 1/2).

[3] 9m f. 20s 1/2′N. (— 5° 2679)

[4] Com. 9-10m 15′ 90°:

[5] 3 und 2 Fäd.

[6] 8m.5 3s v. 6′ N. (21° 1989)

[7] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 2/3)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860 h m s	Ep.	B.	Praec. s	Decl. ° '	B.D. Nr.	B.D. Gr.
181	W. 9h 141	7.5	9 7 43.52	58.2	1	3.0087	— 3 58	2623	8.0
182	Lal. 18246	7.8:	7 44.66	58.2	2	3.0559	— 1 0	2158	7.1
183	Mü. 3986	8.5	8 45.64	58.3	1	2.9951	— 4 50	2576	8.5
184	Lal. 18298	8.5	9 17.61	58.2	1	3.0094	— 3 57	2635	8.0
185	23 Hydrae	5.8	9 44.44	58.2	1	2.9806	— 5 46	2762	5.8
186	Lal. 18343	7.5	9 10 51.55	58.3	1	3.0280	— 2 48	2838	8.2
187	Lal. 18377	8.0	12 2.24	58.2	2	3.0428	— 1 52	2240	7.3
188	Lal. 18400-1	8	12 50.30	58.2	1	2.9877	— 5 24	2774	8.0
189	Lal. 18427	9	13 38.08	58.3	1	3.0017	— 4 32	2596	8.2
190	W. 9h 289	9	13 59.37	58.2	1	3.0377	— 2 13	2853	8.8
191[1]	Lal. 18456	7.7	9 14 40.15	58.2	3	3.0381	— 2 12	2859	7.2
192	Lal. 18477-8	—	15 25.45	58.2	1	2.9878	— 5 28	2782	7.5
193	Lal. 18488	—	15 50.51	58.3	1	3.0037	— 4 27	2602	7.5
194	Lal. 18481	—	15 53.18	58.2	1	3.4082	+ 20 58	2314	7.4
195[2]	Lal. 18529	8.0	16 56.28	58.2	1	2.9992	— 4 46	2608	7.8
196[3]	Lal. 18534	7.8	9 17 1.51	58.2	2	2.9976	— 4 52	2609	7.5
197	. . . .	9.5	17 6.61	58.3	1	3.0143	— 4 26	2612	8.8
198	Lal. 18558	7.5	17 51.56	58.2	1	3.0161	— 3 41	2672	7.0
199	28 Hydrae	6	18 24.03	58.3	1	3.0035	— 4 31	2616	5.5
200	Lal. 18588	6	19 14.55	58.3	1	3.0590	— 0 52	2195	6.2
201	τ¹ Hydrae	—	9 22 2.64	58.3	1	3.0399	— 2 10	2901	5.0
202	Lal. 18694	8	23 11.47	58.3	1	2.9922	— 5 24	2814	8.2
203	Lal. 18697	8	23 21.92	58.2	1	3.0996	+ 1 52	2316	7.8
204	Lal. 18705-6	7.5	23 38.81	58.2	1	3.0211	— 3 27	2698	7.3
205	Lal. 18717	6.7	23 55.79	58.3	1	2.9976	— 5 3	2820	7.0
206	Lal. 18758	7.5	9 24 51.13	58.3	1[4]	3.0066	— 4 28	2653	8.2
207	W. 9h 587	8.5	24 59.03	58.2	1[5]	3.0164	— 3 48	2701	8.5
208	Lal. 18796	9.0	26 14.57	58.2	2	3.0169	— 3 47	2707	8.3
209	Lal. 18818	8.5	27 1.78	58.3	1	3.0072	— 4 28	2660	9.0
210	A Hydrae	6	27 33.53	58.3	1	2.9955	— 5 17	2840	6.7
211	W. 9h 607	9	9 27 49.97	58.3	1	3.0066	— 4 32	2665	9.1
212	Lal. 18854	7.5	28 7.03	58.3	1	3.0037	— 4 45	2667	7.7
213	Lal. 18870	—	28 44.92	58.2	1	3.1457	+ 5 8	2204	8.0
214[6]	Lal. 18881	9.0	29 3.53	58.2	2	3.0034	— 4 47	2671	9.2
215	Lal. 18904	8	29 53.51	58.3	1	2.9805	— 6 24	2956	8.3
216	Lal. 18924	6.8	9 30 41.21	58.3	2	3.0360	— 2 33	2939	6.0
217	Lal. 18951	8	31 25.15	58.2	1	3.0395	— 2 18	2944	8.3
218	Lal. 18963	7.5	31 58.68	58.2	1	3.0409	— 2 13	2946	7.3
219	Lal. 18972	9	32 4.81	58.2	1	3.0193	— 3 45	2737	8.1
220	Lal. 18962	8	32 15.97	58.3	1	3.0434	— 2 2	2948	8.3
221	Lal. 18979	8.5	9 32 35.13	58.2	1	3.0218	— 3 35	2739	8.5
222	ι Hydrae	4.0	32 42.20	58.3	2	3.0648	— 0 31	2231	4.0
223	Lal. 19001,3	9	33 25.35	58.2	1	3.0653	— 0 29	2234	9.0
224	Lal. 19061	8.2	35 0.85	58.2	2	3.0255	— 3 22	2748	8.2
225	W. 9h 790	8	36 14.78	58.3	1	2.9896	— 6 0	*2876*	7.9

[1] 9-10^m s. f. 12^s (— 2° 2863) [2] 7-8^m f. 6^s 7' S. (— 4° 2609); 9^m f. 5^s 3' N. (— 4° 2611)

[3] 8^m 6^s v. 8' N. (— 4° 2608); 9-10^m s. f. (— 4° 4610) [4] 3 Fäd. [5] 2 Fäd.

[6] 9-10^m 8^s v. 2'5 N. (— 4° 2670)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° ′		
226	Lal. 19125	8.2	9 37 28.61	58.2	2	3.0173	− 4 1	2759	7.5
227	Lal. 19140	6	37 55.22	58.3	1	2.9894	− 6 4	2989	8.0
228	Lal. 19160	8	38 40.88	58.3	1	3.0549	− 1 16	2299	8.0
229	Lal. 19166	8.5	38 53.23	58.2	2[1]	3.0387	− 2 28	2970	8.3
230	Lal. 19167	7.8	38 58.19	58.3	2	3.0457	− 1 57	2800	8.3
231	Lal. 19175-6	6	9 39 10.16	58.2	1	3.1047	+ 2 26	2246	5.6
232	Lal. 19190	7.7	39 38.35	58.2	3	3.0375	− 2 34	2977	7.5
233	. . . .	9.1	40 18.93	59.2	2	3.3420	+ 19 26	2259	9.2
234	W_2. 9h 851	8.6	40 41.06	59.2	2[2]	3.3417	+ 19 27	2261	8.4
235	Lal. 19248	8	41 26.51	58.2	1	3.0698	− 0 10	2250	8.3
236	Lal. 19238	8.2	9 41 30.83	59.2	1	3.3382	+ 19 19	2265	8.8
237	Lal. 19252	9	41 38.57	58.3	1	3.0446	− 2 4	2986	8.4
238	Lal. 19250-1	8.2	41 45.84	59.2	3[3]	3.3376	+ 19 18	2267	8.3
239	Lal. 19266	8.5	42 3.18	58.2	3	3.0160	− 4 14	2728	8.2
240	Lal. 19270	9.5	42 22.32	58.2	1[1]	3.0160	− 4 14	2729	8.6
241	6 Sextantis	6.5	9 44 10.70	58.3	2	3.0252	− 3 35	2794	6.1
242	Lal. 19318	7.5	44 11.84	58.3	2	3.0564	− 1 12	2314	7.5
243	Lal 19375	8.5	46 15.45	58.2	1	3.0703	− 0 8	2263	8.5
244	Berl. A 3973	8.7	46 33.79	59.2	3[3]	3.3231	+ 18 52	2285	8.8
245	Lal. 19384	7.5	46 38.68	58.2	2	3.0310	− 3 12	2802	7.3
246	Lal. 19389	8	9 47 6.72	58.2	1	3.1230	+ 3 59	2262	8.2
247	Lal. 19400	8	47 26.66	58.3	1	3.0470	− 1 57	2319	8.3
248	Lal. 19403	8	47 29.14	58.2	1[3]	3.0237	− 3 47	2806	8.5
249	Berl. A 3982	8.9	47 57.64	59.2	3	3.3196	+ 18 47	2290	8.9
250[4]	Lal. 19437	7.7	48 34.75	58.2	3	3.0173	− 4 19	2757	7.3
251	Br. 1383	—	9 48 47.50	58.2	1	5.8582	+ 75 26	399	7.2
252	Lal. 19491	9.5	50 5.93	58.3	1	3.0273	− 3 34	2819	8.6
253	Lal. 19490	8.5	50 12.52	58.3	3[5]	3.2386	+ 13 5	2182	9.0
254	. . . .	9.0	50 14.44	59.2	3	3.3151	+ 18 44	2296[6]	9.1
255[7]	Lal. 19512	7.0	50 36.89	58.2	2	3.0560	− 1 17	2329	7.3
256	ν Leonis	—	9 50 41.31	58.3	2	3.2385	+ 13 7	2183	5.5
257	Lal. 19531	7.5	51 55.83	58.2	1	3.0428	− 2 21	3024	7.0
258	Lal. 19538	7	52 12.54	58.3	1	3.0422	− 2 24	3028	7.5
259	W. 9h 1115	9	52 12.95	58.2	1	3.0562	− 1 17	2332	9.0
260	Lal. 19565	8	53 1.69	58.2	1	3.0185	− 4 21	2775	7.7
261	Lal. 19590	7.2	9 54 26.27	58.3	4	3.0677	− 0 21	2281	7.5
262	Lal. 19598	8.5	54 44.23	58.2	1	3.0178	− 4 27	2780	8.2
263	Lal. 19597	9	54 45.38	58.3	1	3.0526	− 1 36	2338	8.7
264	Lal. 19612	9	55 19.61	58.3	1[1]	3.0543	− 1 28	2340	8.7
265	Lal. 19624	6.7	55 40.10	58.3	3	3.0673	− 0 23	2285	6.7
266	Lal. 19654	8.0	9 56 33.71	58.2	2	3.0384	− 2 48	3045	7.8
267	Lal. 19705	7.3	58 7.34	58.2	3	3.0383	− 2 50	3052	7.0
268	Lal. 19707	7.3	58 15.76	58.3	3	3.0400	− 2 42	3053	7.4
269	Lal. 19749	8.3	10 0 45.21	58.6	6[8]	3.2215	+ 12 41	2147	8.5
270	Lal. 19817	8.0	3 22.74	58.3	1	3.0175	− 4 47	2809	8.0

[1] 3 Fäd.
[2] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 3/4)
[3] 2 Fäd.
[4] 9-10ᵐ f. 8ˢ 5′N. (— 4° 2758)
[5] 1 Beob. 2 Fäd., 2 Beob. 3 Fäd.
[6] RA. B. D. 4ˢ zu klein
[7] 8-9ᵐ f. 5ˢ 1′S. (— 1° 2330)
[8] 5 Beob. nur an 1 Fad., Gew. je 1/3

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	Gr.
			h m s			s	° ′		
271	Lal. 19895	7.3	10 6 43.85	58.3	2	3.0218	− 4 32	2819	7.3
272	Lal. 19907	8.5	7 24.49	58.2	1	3.0672	− 0 26	2312	8.2
273	Lal. 19942-3	8	8 43.15	58.2	1	3.0575	− 1 20	2365	8.3
274	Lal. 19959	8.2	9 28.76	58.3	1	3.0514	− 1 54	2369	8.2
275	Lal. 19969	8	9 40.61	58.2	1	3.0493	− 2 6	3108	7.7
276	Lal. 20033	9 [1]	10 12 13.41	58.2	1	2.9799	− 8 38	2895	8.0
277	γ Leonis	—	12 14.81 [2]	58.6	5	3.2990	+ 20 33	2467	2.0
278	Lal. 20043	6.0	12 29.42	58.3	2	3.0254	− 4 24	2840	6.5
279	Lal. 20076	7	13 41.67	58.2	1	3.0230	− 4 41	2846	7.0
280	Lal. 20086	7	14 4.04	58.2	1	3.0228	− 4 48	2847	7.0
281	Lal. 20097	7.5	10 14 30.31	58.3	1	3.0392	− 3 9	2904	8.0
282	Lal. 20124	7.2	15 19.52	58.3	2	3.0336	− 3 43	2907	8.2
283	Lal. 20140	7.5	15 44.35	58.2	1	2.9822	− 8 41	2906	7.0
284	Lal. 20156	6.5	16 27.20	58.3	1	3.0420	− 2 56	3132	6.7
285	Lal. 20162	7.5	16 41.60	58.2	1	3.0560	− 1 34	2382	7.8
286	Lal. 20159	7	10 17 2.53	58.3	1	3.0291	− 4 13	2861	7.3
287	Lal. 20188	8	17 36.45	58.3	1	3.0712	− 0 5	2337	7.8
288	Neb. h 3248	... [3]	18 1.65:	58.2	1	2.8817	− 17 56	3140	neb.
289	W. 10h 305	9	18 14.27	58.3	1	3.0328	− 3 54	2916	8.9
290	26 Sextantis	6.5	19 28.18	58.2	1	3.0692	− 0 17	2341	7.0
291	27 Sextantis	6.2	10 19 42.46	58.3	2	3.0355	− 3 41	2921	7.0
292	45 Leonis	—	20 15.15	58.2	2	3.1762	+ 10 28	2152	7.0
293	Lal. 20281	7.8	20 26.02	58.2	2	3.0695	− 0 15	2344	8.5
294	Lal. 20288	8.5	20 30.01	58.3	1	3.0354	− 3 43	2925	9.0
295	Lal. 20299	8.5	20 49.92	58.8	1	3.0524	− 2 0	*2391* [4]	8.5
296	W. 10h 365	9	10 21 15.07	58.2	1 [5]	3.0680	− 0 25	2346	8.3
297	29 Sextantis	5.5	22 22.10	58.3	1	3.0524	− 2 1	3155 [6]	6.0
298	Lal. 20356	7.2	22 44.44	58.3	2	3.0412	− 3 12	2934	8.2
299	Lal. 20360	8	23 6.06	58.2	1	3.0434	− 2 59	3160	8.6
300	Lal. 20395	8.8	24 20.39	58.3	2	3.0433	− 3 2	2939	8.6
301	Lal. 20402-3	8.5	10 24 45.96	58.3	1	3.1685	+ 10 8	2165	8.5
302	Lal. 20413	8	25 0.02	58.3	1	3.0538	− 1 56	2403	8.5
303	Lal. 20467	9	27 13.38	58.2	1	3.0446	− 2 58	3173	8.8
304	Lal. 20483	6.6	27 44.46	58.3	3	3.0430	− 3 10	2950	7.0
305	Lal. 20491	8	28 21.77	58.2	1	3.0297	− 4 38	2906	7.5
306	Lal. 20496	7	10 28 27.97	58.2	1	2.9602	− 12 8	3205	7.0
307	Lal. 20508	8.5	28 44.21	58.2	1	2.9591	− 12 17	3208	8.0
308	W. 10h 520	7	29 34.09	58.2	1	2.9676	− 11 28	2918	5.7
309	Lal. 20558	9.0	30 35.80	58.3	2	3.0439	− 3 10	2965	8.9
310	Lal. 20563	9.0	31 2.79	58.3	1	3.0609	− 1 15	2415	8.7
311	Lal. 20576	8.0	10 31 24.27	58.3	2	3.0603	− 1 19	2417	8.2
312	Lal. 20617	8.0	33 13.09	58.3	1	3.0204	− 5 58	3120	8.0
313	Lal. 20659	7.5	34 50.89	58.3	1	3.0223	− 5 51	3124	7.6
314	34 Sextantis	7	35 23.85	58.2	1	3.1084	+ 4 19	2375	7.7
315	Lal. 20675	9.3	35 27.12	58.3	1	3.0231	− 5 47	3126	8.8

[1] Abw. von Bessel's Größe (8) bemerkt

[2] Hauptstern (vorang.)

[3] Wie ∗ 9-10^m von 20″ Durchm.

[4] Schönf. — 1° 332 $8^m.5$

[5] 3 Fäd.

[6] — 1° 2395 $5^m.0$

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° '		
316	Lal. 20689	8.5	10 35 57.47	58.3	1[1]	3.0412	− 8 40	2980	8.2
317[3]	Mü. 5686	9.7	36 38.07	58.3	1	3.0231	− 5 52	3132	9.1
318	Lal. 20711	7.7	36 50.58	58.3	2	3.0276	− 5 21	3133	8.2
319	37 Sextantis	7	38 48.36	58.2	1	3.1298	+ 7 7	2356	7.2
320	Lal. 20756	8.3	39 8.42	58.2	3	3.0313	− 5 1	*2941*	8.5
321	Lal. 20784	9	10 40 7.63	58.3	1	3.0629	− 1 8	2442	8.4
322	Lal. 20792	8.2	40 24.85	58.3	1	3.0612	− 1 21	2443	8.7
323	Lal. 20822	8.5	41 24.94	58.2	1	3.0533	− 2 23	3220	8.0
324	Lal. 20823	5.5	41 32.27	58.3	1	3.0624	− 1 13	2446	6.5
325	Lal. 20851	8.7	42 47.90	58.3	1	3.0626	− 1 13	2451	8.5
326	Lal. 20895	6.5	10 44 12.71	58.3	1	3.0416	− 4 0	*3005*	7.5
327	Par. 13302	9.7	44 50.36	58.3	1[1]	3.0234	− 6 26	3246	9.1
328	Lal. 20917	9.4	44 50.94	58.3	1	3.0233	− 6 27	3247	8.5
329	Lal. 20939	7.5	45 39.09	58.3	1	3.0253	− 6 15	3250	8.2
330	Lal. 20942	8.0	45 42.53	58.3	2	3.0484	− 3 10	3010	8.0
331	Lal. 20956	6	10 46 17.78	58.3	1	3.0608	− 1 30	2459	6.7
332	Lal. 20961	5.5	46 35.96	58.3	1	3.0618	− 1 23	2460	5.7
333	Lal. 20975	8.2	46 54.59	58.3	1	3.0478	− 3 18	3015	8.5
334	Lal. 21003	9.0	48 20.03	58.3	1	3.0272	− 6 13	3266	8.5
335	Lal. 21018	8.5	48 39.04	58.2	1	3.0376	− 4 48	2975	7.9
336	Lal. 21023	8.5	10 48 51.02	58.3	1	3.0567	− 2 8	3251	8.3
337	Lal. 21026	7.5	48 57.41	58.3	1	3.0658	− 0 52	2391	8.2
338	57 Leonis	7.3	48 59.54	58.2	1	3.0804	+ 1 11	2502	8.0
339	Lal. 21089-90	7.7	51 41.45	58.3	3	3.0618	− 1 29	2465	8.2
340	Lal. 21093	8	51 47.18	58.2	1	3.0450	− 3 56	3025	8.0
341	Lal. 21116	7.5	10 52 53.95	58.3	1	3.0536	− 2 43	3264	7.3
342	c Leonis	—	53 29.29	59.3	1	3.1179	+ 6 51	2384	5.2
343	Lal. 21152	8.7	54 11.99	58.3	2	3.0606	− 1 43	2469	9.0
344	Lal. 21162	8.3	54 34.19	58.2	1	2.9626	−16 11	3172	7.8
345	p² Leonis	5.2	54 41.20	58.3	5	3.0606	− 1 44	2471	5.2
346	Lal. 21204	7.7	10 56 24.62	58.3	1[2]	3.1257	+ 8 20	2452	8.2
347	Lal. 21314	8.9	11 0 24.89	58.3	3	3.0353	− 6 3	3310	8.3
348	Lal. 21324-5	6.6	1 7.96	58.3	2	3.0652	− 1 9	2488	7.5
349	Lal. 21333-4	7.2	1 20.61	58.3	1	3.0642	− 1 19	2489	8.3
350	66 Leonis	6.7	2 4.98	58.3	2	3.0687	− 0 35	2409	7.5
351	W. 11h 15	9.2	11 2 41.81	58.3	1	3.0427	− 5 3	3216	8.3
352	Lal. 21401	7.5	4 10.56	58.3	3	3.0684	− 0 38	2414	8.0
353	Lal. 21413	8	4 31.37	58.3	1	3.0701	− 0 20	2415	8.5
354	Lal. 21429	8.2	5 5.75	58.3	1	3.0697	− 0 25	2417	8.5
355	Lal. 21447	7.5	5 39.79	58.3	1	3.0480	− 4 21	3028	7.2
356	Lal. 21454	7.6	11 5 59.14	58.3	3	3.0685	− 0 38	2420	8.5
357	Lal. 21486	7.8	7 8.17	58.2	1	3.0314	− 7 34	3197	7.2
358	Lal. 21492	6.4	7 27.82	58.3	2	3.0693	− 0 30	2422	7.5
359	Lal. 21515	9.2	8 30.62	58.3	1	3.0439	− 5 23	3242	9.1
360	Lal. 21525-6	7.8	9 3.47	58.3	2	3.0580	− 2 43	3312	7.7

[1] 3 Fäd.

[2] 2 Fäd.

[3] 9m7 2s v. 1'N. (−5° 3131)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	Gr.
			h m s			s	° ′		
361	φ Leonis	4	11 9 33.04	58.3	1[1]	3.0572	— 2 53	3315	4.9
362	Lal. 21535	9.3	9 42.48	58.2	1	3.0496	— 4 23	3044	8.7
363	Lal. 21542	9	9 56.70	58.3	1	3.0396	— 6 22	3344	6.5
364	Lal. 21565	7.5	11 7.34	58.3	2	3.0507	— 4 18	3049	7.2
365	Lal. 21584	8.4	12 14.90	58.3	2	3.0677	— 0 53	} 2428	7.0
366	Lal. 21586	7.8	11 12 15.47	58.3	3[2]	3.0677	— 0 53		
367	Lal. 21614	7.7	13 15.34	58.3	1	3.0671	— 1 2	2510	8.6
368	Lal. 21616	9.3	13 23.61	58.3	1[1]	3.0619	— 2 8	3325	8.5
369	Lal. 21638	7.7	14 8.83	58.3	2	3.0552	— 3 36	3098	8.0
370	Lal. 21648	8.4	14 40.47	58.3	1	3.0492	— 4 57	3057	7.9
371	Lal. 21664	9.0	11 15 14.88	58.3	2	3.0521	— 4 23	3058	8.7
372	. . . .	9.4	16 14.43	58.3	1	3.0526	— 4 21	3065	9.0
373	Lal. 21698-9	8.9	16 45.29	58.3	1	3.0489	— 6 23	3370	8.4
374	Lal. 21714	7.0	17 15.55	58.3	3	3.0497	— 5 8	3275	7.0
375	Lal. 21727-8	6.7	17 49.54	58.2	1	3.0658	— 1 26	2521	7.2
376	Lal. 21761	8.1	11 18 50.11	58.3	3[2]	3.0707	— 0 19	2440	8.2
377	83 Leonis	6.2	19 40.34	58.3	2	3.0874	+ 3 46	2502	7.5
378	Lal. 21783-4	8.3	19 41.26	58.3	1[1]	3.0874	+ 3 46	2503	8.0
379	Lal. 21805	7.8	20 23.01	58.2	1	3.0789	+ 1 44	2566	7.7
380	τ Leonis	5	20 44.34	58.3	1	3.0864	+ 3 38	2504	5.0
381	Lal. 21821	6	11 20 44.63	58.3	1	3.0683	— 0 56	2442	7.1
382	Lal. 21819-20	8	20 45.21	58.3	1[3]	3.0863	+ 3 36	2505	8.2
383	Lal. 21828	7.2	20 53.64	58.3	2	3.0715	— 0 8	2443	7.7
384	Lal. 21833-4	7.5	21 14.26	58.3	1[1]	3.0860	+ 3 34	2506	8.2
385	Lal. 21852	6.8	22 14.71	58.3	3	3.0717	— 0 5	2444	7.9
386	e Leonis	4.8	11 23 9.89	58.3	1	3.0636	— 2 14	3360	5.0
387	Lal. 21884	9.3	23 38.41	58.2	1	3.1115	+ 10 36	2295	8.7
388	Lal. 21888	7.8	23 43.26	58.3	2[2]	3.0500	— 5 57	3304	7.6
389	Lal. 21886-7	8.3	23 46.40	58.2	1[1]	3.1106	+ 10 24	2297	8.5
390	Lal. 21904-5	6.8	24 49.42	58.3	1	3.0516	— 5 42	3307	6.5
391	Lal. 21909	7.2	11 24 50.89	58.3	2	3.0684	— 1 1	2447	7.7
392	Lal. 21908	9	24 58.07	58.3	1	3.0622	— 2 45	3364	8.5
393	Lal. 21918	8.2	25 16.32	58.3	1[3]	3.0548	— 4 51	3087	8.5
394	Lal. 21938	9:	25 58.06	58.3	1[3]	3.0552	— 4 50	3093	8.8
395	Lal. 21950	7.3	26 30.71	58.3	1	3.0523	— 5 46	3312	8.0
396	89 Leonis	6.5	11 27 12.02	58.3	1	3.0848	+ 3 50	2521	6.2
397	Lal. 21968	6.3	27 14.20	58.3	4	3.0561	— 4 45	3096	7.0
398	Lal. 21974	8.7	27 32.64	58.3	1	3.0561	— 4 49	3098	8.0
399	Lal. 21976	8	27 38.52	58.3	1	3.0663	— 1 43	2540	7.8
400	Lal. 21981	5.8	27 50.83	58.3	1	3.0603	— 3 35	3144	6.5
401	Lal. 22039	7.5	11 30 25.17	58.3	1	3.0607	— 3 44	3152	8.0
402	Lal. 22082	8.5	31 59.82	58.2	1	3.0668	— 1 49	2549	8.5
403	Lal. 22097	8.8	32 31.54	58.3	2	3.0602	— 4 12	3113	8.5
404	Lal. 22103	8.6	32 47.73	58.3	3	3.0604	— 4 10	3114	8.5
405	Lal. 22120	8.5	33 43.14	58.3	2	3.0601	— 4 25	3120	8.0

[1] 3 Fäd. [2] Eine Beob. an 3 Fäd. (Gew. ³/₄) [3] 2 Fäd.

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° ′		
406	Lal. 22140	9.5	11 34 35.67	58.2	1	3.0553	— 6 27	3432	8.2
407	Lal. 22145	8.8	34 44.47	58.3	1	3.0561	— 6 10	3434	8.5
408	Lal. 22163-4	8.9	35 39.99	58.3	3	3.0580	— 5 33	3318	8.5
409	Lal. 22165	8.3	35 41.51	58.3	3	3.0651	— 2 46	3399	7.2
410	Lal. 22190-1	6.1	36 46.05	58.3	2[1]	3.0580	— 5 54	3340	6.5
411	Mü. 7148	9.2	11 37 13.63	58.3	1	3.0585	— 5 47	3342	9.0
412	Lal. 22204	8.5	37 26.09	58.2	1	3.0706	— 0 36	2479	7.5
413	W. 12h 661	8.8	38 8.86	58.3	3	3.0592	— 5 44	3346	8.2
414	W. 11h 673	8.5	38 59.61	58.3	1	3.0594	— 5 52	3349	8.3
415	Lal. 22255	8.8	39 12.78	58.3	2	3.0623	— 4 34	3137	8.0
416	Lal. 22259	8.2[2]	11 39 30.90	58.3	1	3.0658	— 2 58	3411	7.2
417[3]	Lal. 22282	8.5	40 22.53	58.3	3	3.0630	— 4 29	3145	8.0
418	Lal. 22323	9.3	41 57.60	58.3	2	3.0627	— 5 0	*3148*	8.5
419	Lal. 22332	8	42 43.16	58.3	1	3.0648	— 4 4	3149	8.0
420	Lal. 22361	6.0	43 52.90	58.5	5	3.0645	— 4 33	3152	6.0
421	Lal. 22380	9	11 44 54.47	58.3	1	3.0626	— 6 6	3467	8.9
422	Lal. 22410	7.8	46 17.83	58.3	3	3.0676	— 3 6	3197	8.2
423	Lal. 22423	7.3	46 42.61	58.3	5	3.0679	— 3 0	*3433*	7.0
424	Lal. 22426	8.5	46 52.24	58.3	1	3.0716	— 0 16	2507	8.3
425	Lal. 22433	9.5	47 3.38	58.2	1[4]	3.0672	— 3 35	3200	8.6
426	Lal. 22454	9	11 48 6.37	58.3	1	3.0687	— 2 40	3488	8.3
427	Lal. 22460	7.2	48 16.85	58.3	2	3.0668	— 4 21	3162	7.0
428	Lal. 22468-9	6.9	48 45.69	59.3	2	3.1198	+ 36 7	2228	6.5
429	Lal. 22477	8.9	48 51.10	58.3	1	3.0712	— 0 40	2512	8.5
430	Lal. 22485-6	7.1	49 3.69	59.3	3[5]	3.1187	+ 36 14[6]	2225	6.6
431	Lal. 22495	8.9	11 49 28.33	58.3	2	3.0678	— 3 50	3207	8.7
432	Lal. 22506	7.3	49 51.87	58.3	1	3.0678	— 4 0	*3210*	6.8
433	Lal. 22522	9.0	50 34.72	59.3	2	3.0788	+ 7 5	2498	8.9
434	Lal. 22536	6.3	50 58.22	58.3	4	3.0687	— 3 36	3213	6.7
435	Lal. 22538	7.5	51 2.83	58.2	1	3.0735	+ 1 39	2688	7.3
436	Lal. 22554	8.3[7]	11 51 51.23	58.3	1	3.0671	— 5 52	3396	7.8
437	Lal. 22557	8	52 4.65	58.3	1	3.0699	— 2 32	3446	7.3
438	Lal. 22562	8	52 24.33	58.3	1	3.0711	— 1 8	2600	7.7
439	Lal. 22594	6.1	53 51.79	58.3	5	3.0713	— 0 59	2520	6.8
440	Lal. 22612-3	6.3	54 29.00	59.3	3	3.0960	+ 36 49[8]	2230	5.5
441	Lal. 22651	7.6	11 56 3.55	58.3	3	3.0709	— 2 37	3453	7.7
442	Lal. 22652	8.5	56 5.38	58.3	1	3.0716	— 0 51	2526	8.5
443	Lal. 22656	7.2	56 25.81	58.3	3	3.0702	— 4 42	3192	7.2
444	Lal. 22671	9.0	56 58.96	59.3	1	3.0737	+ 5 46	2579	9.0
445	Lal. 22678	7.2	57 8.45	58.7	2	3.0736	+ 5 43	2580	7.7
446	Lal. 22682-3	7.8	11 57 30.89	59.3	4	3.0826	+ 36 21[9]	2235	7.3
447	Lal. 22688	—	57 35.10	58.4	1	3.0707	— 5 0	*3199*	8.7
448	Lal. 22701	8.5	58 7.10	58.3	1	3.0718	— 0 44	2532	8.4
449	Lal. 22708	6.7	58 24.79	58.3	2	3.0711	— 5 4	3416	6.7
450	Lal. 22710	7.8	58 38.65	58.3	2	3.0713	— 5 5	3419	8.0

[1] Bei einer Beob. 1 Fad. (Gew. 1/2)   [2] Nebelstern?   [3] 8-9^m 22^s v. 6′ S. (−4° 3140)
[4] 3 Fäd.   [5] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 3/4)   [6] Kl. 1859.3 + 36° 13′ 38″.8 (1)
[7] Schwacher Begl. 12^s etw. nördl. folg.?   [8] Kl. 1859.3 + 36° 49′ 28″.5 (1)
[9] Kl. 1859.3 + 36° 20′ 48″.1 (1)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B.D. Nr.	B.D. Gr.
			h m s			s	° ′		
451	Lal. 22711	7.5	11 58 40.85	59.8	1	3.0728	+ 6 8	2548	8.0
452	Lal. 22712	9	58 40.96	58.8	1	3.0712	— 5 46	3420	8.8
453	Lal. 22715	6.5	58 49.72	58.3	1	3.0717	— 2 21	3460	6.5
454	W. 11h 1169	9.2	59 28.88	59.3	4[1]	3.0742	+ 36 7[2]	2237	9.0
455	Lal. 22745	7.0	12 0 4.70	58.3	2[3]	3.0720	— 5 59	3424	7.0
456	Lal. 22766	9	12 0 44.08	58.3	1	3.0723	— 4 12	3211	8.8
457	Lal. 22767	6.6	1 1.90	58.3	1	3.0723	— 3 30	3239	7.2
458	Lal. 22774	9	1 9 01	58.3	1	3.0721	— 1 19	2622	8.7
459	Lal. 22781	8.1	1 17.68	58.3	1	3.0724	— 3 33	3240	8.6
460	Lal. 22790	8.9	1 49.09	58.3	2	3.0727	— 4 12	3216	8.5
461	10 Virginis	6	12 2 31.03	58.3	1	3.0713	+ 2 41	2517	6.4
462	Lal. 22811	7.1	2 37.62	58.6	4	3.0732	— 4 27	3219	6.8
463	Lal. 22833	7.5	3 16.31	58.2	1	3.0743	— 7 0	*3518*	6.4
464	Lal. 22853	8.1	3 57.82	58.3	1	3.0743	— 5 46	3442	8.2
465	Lal. 22858	8.4	4 5.78	58.3	2	3.0725	— 1 14	2630	8.5
466	Lal. 22886	8.9	12 5 3.81	58.3	1	3.0752	— 6 13	3524	8.6
467	Lal. 22896	7.2	5 31.81	58.3	2	3.0729	— 1 41	2635	7.0
468	Lal. 22919	9	6 26.53	58.2	1	3.0720	— 0 27	2549	8.0
469	Lal. 22935	6.5	7 5.13	58.3	3	3.0755	— 4 57	3235	6.9
470	Lal. 22945	7.4	7 50.25	58.3	1	3.0724	— 0 33	2554	7.5
471	Lal. 22955	8.6[4]	12 7 57.18	58.3	1	3.0772	— 6 29	} 3532	7.4
472	Lal. 22956	8	7 57.89	58.3	1	3.0772	— 6 29	}	
473	Lal. 22986	9	8 57.07	58.3	1	3.0740	— 2 14	3487	8.6
474	Lal. 22991	7.2	9 5.73	58.3	2	3.0742	— 2 27	3488	7.8
475	Lal. 22999	8.5	9 33.49	58.2	1	3.0739	— 1 58	2639	8.0
476	W. 12h 143	8.8	12 10 14.84	58.3	1	3.0746	— 2 31	3492	8.7
477	13 Virginis	5.9	11 29.68	58.4	9[1]	3.0719	— 0 1	*2920*	6.3
478	W. 12h 177	8.5	12 3.10	58.3	1[5]	3.0718	+ 0 11	2924	9.0
479	Berl. A 4643	8.4	12 16.17	59.3	2	3.0480	+ 18 30	2589	8.0
480	Lal. 23179	8.9	15 49.94	58.3	1	3.0797	— 4 48	3266	9.0
481	Lal. 23181	7.5	12 15 57.60	58.3	2	3.0826	— 6 31	3557	6.8
482	Lal. 23184	6.3	16 3.82	58.3	2	3.0788	— 4 12	3268	6.5
483	Lal. 23188-9	7	16 16.01	58.3	1	3.0808	— 5 21	3487	7.2
484	Lal. 23219	9	17 33.79	58.3	1	3.0807	— 4 52	3273	8.5
485	Lal. 23223	8.2	17 49.02	58.3	2[3]	3.0782	— 3 26	3280	8.0
486	Lal. 23244	8	12 18 31.09	58.2	1	3.0710	+ 0 30	2942	8.2
487	Lal. 23248	8.2	18 38.66	58.3	3	3.0797	— 4 5	3276	8.0
488	Lal. 23254	8	18 56.54	58.3	1[6]	3.0791	— 3 42	3289	8.0
489	Lal. 23300,3	8.2	20 36.19	58.3	1	3.0758	— 1 36	2670	8.0
490	Lal. 23307	6	20 40.71	58.3	1	3.0800	— 3 50	3298	6.5
491	Lal. 23338	8.1	12 21 39.44	58.3	1	3.0847	— 5 45	3506	7.8
492	Lal. 23342-3	7.0	21 58.93	58.3	3[7]	3.0757	— 1 39	2674	7.7
493	Lal. 23351	7.9	22 16.99	59.3	1	3.0295	+ 18 6	2614	7.5
494	Lal. 23352	8	22 21.08	58.2	1	3.0592	+ 5 37	2638	7.5
495	Lal. 23368	7.9[8]	22 50.62	58.3	1	3.0842	— 5 15	3513	7.5

[1] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. ¾)
[2] Kl. 1859.4 +36° 7′ 1″.11 (2)
[3] Bei einer Beob. 2 Fäd. (Gew. ½)
[4] 3″ nördl. vom folg. Hauptstern
[5] 2 Fäd.
[6] 3 Fäd.
[7] Bei einer Beob. 1 Fad. (Gew. ⅓)
[8] Nebelstern?

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	Gr.
			h m s			s	° ′		
496	Lal. 23378	8.9	12 23 8.64	58.3	1	3.0747	— 1 10	2677	8.5
497	Lal. 23398	7.8	24 2.98	59.3	1	3.0281	+ 17 23	2489	7.5
498	W. 12h 504	9.0	24 9.22	59.3	3[1]	2.9747	+ 34 40[2]	2320	9.0
499	Lal. 23416	5.6	24 26.87	58.3	1	3.0826	— 4 17	3296	6.3
500	Lal. 23430	8.9	24 43.99	59.3	4	2.9721	+ 34 41[3]	2322	8.8
501	Lal. 23433	7.2	12 24 54.03	58.3	2	3.0745	— 1 0	2587	7.7
502	Lal. 23440	8.9	25 2.46	58.3	1	3.0806	— 3 23	3310	8.5
503	Lal. 23456-7	9	25 51.73	58.2	1	3.0759	— 1 31	2688	8.6
504	q Virginis	—	26 33.39	58.2	1	3.0956	— 8 41	3372	5.8
505	Lal. 23476	9.1	26 36.64	58.3	1	3.0841	— 4 28	3301	8.5
506	Lal 23496	7.1	12 27 12.85	58.3	2	3.0737	— 0 38	2590	7.2
507	Lal. 23512	8.4	27 41.52	58.3	2	3.0843	— 4 23	3307	8.1
508	Lal. 23532	8.0	28 16.20	58.3	2	3.0799	— 2 46	3540	8.0
509	f Virginis	5.8	29 34.89	58.8	2	3.0872	— 5 4	3535	5.9
510	Lal. 23583-4	6.7	29 54.19	58.3	3	3.0766	— 1 33	2699	7.5
511	Lal. 23625-6	6.9	12 31 46.57	58.3	1	3.0722	— 0 5	2595	8.0
512	χ Virginis	—	32 1.47	58.2	1	3.0956	— 7 18	3452	5.0
513	Lal. 23649	6.4[4]	32 17.38	58.3	2	3.0895	— 5 20	3542	6.5
514	Par. 15560	9.2	34 0.51	58.6	3[5]	3.0743	— 0 41	2599	9.2
515	28 Virginis	6.5	34 43.67	59.4	1	3.0958	— 6 44	3626	7.0
516	Lal. 23732	6	12 36 26.86	58.2	1	3.0749	— 0 48	2603	7.7
517	Lal. 23743	8.9	36 58.01	58.3	1	3.0878	— 4 18	3344	8.6
518	Lal. 23772	8.7	38 12.65	58.3	1	3.0889	— 4 21	3350	8.7
519	Lal. 23812	8.8	39 22.03	58.3	1	3.0722	— 0 3	2608	8.3
520	Lal. 23815	8.6	39 29.88	58.3	1	3.0715	+ 0 6	2981	8.2
521	W. 12h 665	8.9	12 39 34.72	59.3	1	3.0158	+ 13 44	2580	8.4
522	Lal. 23839-40	6.2	40 19.37	58.3	2	3.0946	— 5 32	3569	6.8
523	Lpz. I 4686	8.7	40 58.09	59.3	2	3.0154	+ 18 24	2584	8.5
524	Lpz. I 4688	8.8	41 37.60	59.3	2	3.0142	+ 18 27	2588	8.8
525	30 Comae	—	42 28.10	58.8	1	2.9392	+ 28 19	2153	6.2
526	Lal. 23907	7.8	12 42 28.42	58.3	2	3.0984	— 6 7	3656	7.5
527	Lal. 23941	8.8	43 41.43	58.3	2	3.0954	— 5 18	3582	8.5
528	Lal. 23958	8.4	44 26.29	58.3	1	3.0962	— 5 23	3585	8.4
529	Lal. 23972	8.2	44 58.56	58.3	3	3.0963	— 5 19	3588	8.2
530	Lal. 23975	7.7	45 1.49	58.3	1	3.0727	— 0 10	2622	8.2
531	ψ Virginis	5.3	12 47 4.64	58.3	1	3.1141	— 8 47	3449	5.3
532	Lal. 24057	7.9	48 29.51	58.3	4	3.0849	— 2 48	3597	7.9
533	Lal. 24098	6	49 15.46	58.3	1	3.0729	— 0 11	2632	7.7
534	Mü. 8681	9.1	49 16.60	58.3	1[6]	3.0998	— 5 34	3600	8.5
535	Lal. 24127	9.1	50 25.38	58.3	1	3.1007	— 5 38	3603	8.6
536	Lal. 24131	8.4	12 50 39.97	58.3	1	3.1048	— 6 23	3701	8.0
537	Lal. 24150	8.2	51 17.05	58.3	1	3.0735	— 0 18	2637	8.5
538	Lal. 24151	7.6	51 20.88	58.3	2	3.1042	— 6 11	3705	7.0
539	Lal. 24155	5.5	51 27.70	58.3	1	3.0881	— 2 9	3605	7.2
540	46 Virginis	5.5	53 23.62	58.3	3	3.0861	— 2 37	3609	6.3

[1] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 2/3)

[2] Kl. 1859.3 +34°39′43″.2 (1)

[3] Kl. 1859.4 +34°41′24″.8 (1)

[4] Schw. Begl. 10″ s.v.?

[5] 1 B. an 1 Fad. (G. 1/3), 1 an 3 F. (G. 2/3)

[6] 2 Fäd.

Nr.	Stern		RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	Gr.
			h m s			s	° ′		
541	Lal. 24257	8.9	12 55 32.65	58.3	1	3.1044	− 5 46	3616	8.8
542	W. 12h 949	8	55 38. 2	58.3	1	3.0722	− 0 3	2647	8.5
543	Lal. 24264	8.6	55 47. 1	58.3	1	3.0856	− 2 25	3617	8.5
544	Lal. 24274	8.2	56 7.56	58.3	1	3.1042	− 5 41	3619	8.2
545	Lal. 24293	8.1	56 37.07	58.4	1	3.0971	− 4 24	3408	7.5
546	Lal. 24294	8.2	12 56 40.83	58.3	2	3.0860	− 2 28	3621	7.5
547	Leid. 4824	9.3	57 19.19	59.3	4	2.8714	+ 31 13[1]	2448	9.0
548	Lal. 24306	—	57 27.94	58.3	1	3.0718	+ 0 1	3015	8.0
549	Lal. 24339	8.3	59 0.70	58.3	3	3.0931	− 3 33	3406	8.3
550	Lal. 24344	8.4	59 15.46	58.3	2	3.0934	− 3 35	3407	8.5
551	Lal. 24358	8.5	12 59 42.53	58.3	1	3.0789	− 1 9	2772	8.7
552	Nic. 3531	8.5	59 51.44	58.3	1	3.0835	− 1 55	2773	9.0
553	49 Virginis	—	13 0 33.80	58.3	1	3.1335	− 9 59	3628	5.8
554	Lal. 24401	7	1 17.82	58.3	1	3.0839	− 1 56	2777	8.5
555	Lal. 24410	8.7	1 33.98	58.3	1	3.1050	− 5 15	3640	8.0
556	Lal. 24439	8.4	13 2 30.37	58.3	1	3.0886	− 2 38	3638	8.3
557	W. 13h 31	8	3 45.48	58.3	1	3.0847	− 1 59	2781	8.5
558	Lal. 24492	8.8	4 3.96	58.3	1	3.0924	− 3 10	3421	8.6
559	Lal. 24498	9	4 28.30	58.3	1	3.1130	− 6 18	3760	8.5
560	Lal. 24506	8.4	4 53.81	58.3	1	3.0939	− 3 22	3423	8.7
561	Lal. 24519	7.5	13 5 33.18	58.3	1	3.0820	− 1 31	2784	8.0
562	Lal. 24542	7	6 2.53	58.3	1	3.0840	− 1 48	2786	8.0
563	Lal. 24543	6.8	6 8.07	58.3	1	3.0902	− 2 45	3651	7.5
564	Nic. 3550	8.5	6 46.18	58.3	1[2]	3.0833	− 1 41	2788	9.0
565	Lal. 24565	6.5	6 52.32	58.3	1[3]	3.0858	− 2 4	3653	8.2
566	Lal. 24593	9	13 8 12.28	58.2	1	3.1223	− 7 19	3572	7.8
567	Lal. 24610	8:	8 48.35	58.3	1	3.1060	− 4 56	3452	7.5
568	Lal. 24621	6	9 14.67	58.3	1	3.0765	− 0 39	2674	7.2
569	Lal. 24624	8	9 24.74	58.3	1	3.1056	− 4 50	3453	8.0
570	Lal. 24629	8.5	9 32.87	58.3	1	3.1153	− 6 12	3776	7.4
571	Lal. 24661	—	13 10 24.76	58.3	1	3.1287	− 7 59	3582	6.7
572	W. 13h 174	7.5	11 17.19	58.3	1	3.1114	− 5 30	3669	7.5
573	W. 13h 235	7	14 56.48	58.3	1	3.1015	− 3 56	3458	8.2
574	Lal. 24785-6	6.3	15 14.98	58.3	3	3.1132	− 5 28	3678	7.2
575	65 Virginis	5.8	16 3.81	58.3	1[2]	3.1039	− 4 11	3469	6.0
576	Mü. 9147	—	13 16 52.53	58.3	1[4]	3.1012	− 3 48	3459	8.0
577	W. 13h 294	7	18 54.87	58.3	1	3.0951	− 2 56	3684	8.0
578	Lal. 24915	6.9	21 5.85	58.3	3	3.0727	− 0 5	2691	8.0
579	Lal. 24928	7.2	21 46.46	58.3	1	3.1147	− 5 14	3702	7.0
580	Lal. 24939	6	22 4.08	58.3	1	3.0772	− 0 38	2694	7.0
581	Lal. 24971	7	13 23 2.79	58.3	1	3.0816	− 1 10	2827	7.8
582	72 Virginis	6.5	23 7.83[5]	58.3	2	3.1197	− 5 45	3706	6.6
583	Lal. 24986	8.6	23 14.23	59.3	4[6]	2.8151	+ 28 24	2231	8.5
584	W. 13h 375	8	23 34.69	58.2	1	3.1317	− 7 8	3633	8.1
585	Lal. 24988	6.7	23 38.02	58.3	2	3.0914	− 2 20	3695	7.3

[1] Kl. 1859.8 + 31° 13′ 3″7: (1)

[2] 4 schlecht stimmende Fäden

[3] 2 Fäd.

[4] 3 Fäd.

[5] Einzelne Beob. 8s07 7s60, die erste vielleicht zu berichtigen 7s79 (2 Fäd. — 1s zu corr.)

[6] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 2/3)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° '		
586	W_2. 13h 462	9.0	13 23 50.66	59.3	4	2.8136	+ 28 23	2282	8.6
587	Nic. 3591	8	23 58.06	58.3	1	3.0848	— 1 32	2830	8.7
588	Lal. 25011	7.2	24 34.67	58.3	1	3.1166	— 5 17	3718	8.2
589	Lal. 25012	7	24 35.30	58.3	1	3.0855	— 1 36	2832	7.5
590	l Virginis	5	24 41.41	58.3	1	3.1188	— 5 32	3714	5.5
591	Lal. 25021	8.7	13 24 57.19	58.3	1	3.0921	— 2 23	3701	8.7
592	W. 13h 405	8.5	25 2.38	58.3	1	3.0960	— 2 51	3703	8.5
593	o Virginis	6	27 2.27	58.8	2	3.0340	+ 4 23	2764	5.0
594	Lal. 25173	7	30 32.89	58.3	1	3.0946	— 2 31	3714	6.8
595	W. 13h 528	8.5	31 16.77	58.3	1	3.0984	— 3 0	*3716*	8.5
596	Lal. 25198	7.5	13 31 41.38	58.3	2	3.0885	— 1 49	2847	9.0
597	Lal. 25204	8.6	31 58.38	58.3	2[1]	3.1174	— 4 59	3527	8.4
598	Lal. 25230	7.5	33 8.72	58.8	1	3.1139	— 4 32	3533	8.0
599	Lal. 25283	7.5	35 41.70	58.3	2	3.0886	— 1 46	2851	8.2
600	Lal. 25293	7.2	35 46.39	58.3	1	3.0767	— 0 30	2727	8.2
601	Lal. 25311	9	13 36 24.68	58.2	1	3.0988	— 2 49	3728	8.5
602	Lal. 25314	6.6	36 37.38	58.3	3	3.1178	— 4 48	3540	7.0
603	W. 13h 627	9	36 40.02	58.2	1	2.9932	+ 8 11	2756	8.7
604	83 Virginis	5.8	36 56.85	58.3	1	3.2239	— 15 28	3731	5.6
605	Lal. 25346	6.8	37 39.36	58.3	2	3.1232	— 5 18	3758	7.5
606	Lal. 25396	7	13 39 49.75	58.2	1	3.1614	— 9 0	*3639*	6.3
607	W. 13h 680	7.5	40 5.95	58.8	1	3.0892	— 1 45	2858	7.8
608	Lal. 25403	6.9	40 6.69	58.3	3	3.1314	— 6 0	*3762*	6.8
609	88 Virginis	6.4	40 58.80	58.3	3	3.1333	— 6 8	3887	6.5
610	Lal. 25440	6	41 24.87	58.3	1[2]	3.0934	— 2 8	3737	7.5
611	Lal. 25454	8.5	13 42 5.01	58.3	2[3]	3.0843	— 1 14	2860	8.7
612	. . . .	8.3	43 17.04	58.3	1	3.1380	— 6 28	3893	8.0
613	Lal. 25491	8.4	43 51.97	58.3	2	3.0935	— 2 6	3747	8.4
614	Lal. 25504	7.6	44 24.16	58.3	1	3.1388	— 6 29	3897	7.7
615	Lal. 25537	7.3	45 56.98	58.3	3	3.1016	— 2 51	3752	7.3
616	Lal. 25545-6	7.5	13 46 18.63	58.3	2	3.1295	— 5 30	3775	7.5
617	Lal. 25564	—	46 55.58	58.3	1	3.0853	— 1 16	2874	8.5
618	Lal. 25569	8.4	47 6.74	58.4	1	3.0962	— 2 18	3758	8.5
619	Lal. 25581	7.5	47 26.17	58.3	1	3.1117	— 3 46	3547	7.8
620	p Virginis	5.5	47 30.93	58.3	1	3.0805	— 0 49	2758	6.2
621	Lal. 25589	—	13 47 38.44	58.3	1[2]	3.1269	— 5 11	3777	8.0
622	Lal. 25613	8.3	48 16.20	58.3	1	3.0800	— 0 46	2764	9.0
623	Lal. 25620	8.3	48 49.57	58.3	3[4]	3.1140	— 3 56	3552	7.5
624	Lal. 25641	7	49 35.50	58.2	1[5]	3.0325	+ 3 40	2834	7.2
625	Lal. 25650	7.9	50 21.37	58.3	5	3.1239	— 4 48	3594	8.0
626	Lal. 25693	7.3	13 52 8.90	58.3	3	3.1240	— 4 44	3597	6.8
627	Lal. 25721	—	53 6.13	58.2	1	3.0123	+ 5 23	2829	8.7
628	Lal. 25771	—	55 8.58	58.3	1	3.0458	+ 2 22	2765	8.7
629	Lal. 25791	8.0	55 25.59	59.3	4	2.8082	+ 22 14	2654	7.5
630	Lal. 25863	9	58 4.60	58.2	1	3.0747	— 0 15	2780	8.6

[1] Bei einer Beob. 1 Fad. (Gew. 1/3)

[2] 3 Fäd.

[3] Bei einer Beob. 2 Fäd. (Gew. 1/3)

[4] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 2/3)

[5] 1 Fad.

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° ′		
631	94 Virginis	6.3	13 58 53.28	58.3	1	3.1677	— 8 13	3696	6.8
632	Lal. 25885	8.3	59 26.23	56.3	3	3.1283	— 4 51	3616	7.8
633	Lal. 25891	8.0	59 33.58	58.3	2[1]	3.1222	— 4 19	3618	8.0
634	Lal. 25911-3	7	14 0 40.38	58.2	1	3.0648	+ 0 37	3135	7.0
635	Lal. 25957-8	7	2 43.20	58.3	1	3.0718	+ 0 1	3142	7.5
636	Lal. 25969	8.0	14 3 7.65	58.3	1	3.1426	— 5 54	3823	7.3
637	Lal. 25987-8	7.0	3 37.49	58.3	1	3.1358	— 5 19	3824	6.8
638	Lal. 26009-10	7.2	4 22.42	58.3	2	3.1348	— 5 12	3825	7.2
639	Lal. 26020	9	4 30.78	58.2	1	3.0987	— 2 13	3801	9.0
640	Lal. 26021,3	8.5	4 41.93	58.3	1[2]	3.1351	— 5 13	3827	8.7
641	Lal. 26033	7.5	14 5 16.67	58.2	1	3.1000	— 2 19	3802	8.0
642	Lal. 26072-3	5.9	7 4.02	58.3	6[1]	3.1372	— 5 18	3837	7.0
643	Lal. 26096	8	7 58.26	58.2	1	3.0292	+ 3 27	2873	8.1
644	Lal. 26149	7.5	10 36.73	58.3	1	3.1392	— 5 19	3852	7.7
645	Lal. 26152-3	8.5	10 40.83	58.2	1	3.0166	+ 4 23	2844	8.2
646	Lal. 26173-4	7	14 11 26.76	58.2	1	3.0171	+ 4 20	2847	7.5
647	λ Virginis	—	11 32.39	58.3	1	3.2359	— 12 44	4018	4.8
648	Lal. 26196	7.5	12 21.77	58.3	1	3.1294	— 4 30	3665	7.6
649	W. 14h 229	—	13 31.40	58.3	1	3.0847	— 0 59	2813	8.6
650	Lal. 26232	9	14 0.24	58.3	1	3.1309	— 4 34	3670	8.0
651	2 Librae	—	14 15 53.68	58.3	1	3.2182	— 11 4	3729	6.3
652	Lal. 26289	6.5	16 5.87	58.2	1	3.0471	+ 1 54	2920	6.5
653	Lal. 26317	—	17 21.97	58.3	1	3.0944	— 1 42	2951	7.5
654	Lal. 26382	8	19 53.13	58.2	1	3.0482	+ 1 47	2933	8.2
655	Lal. 26400	8.1	20 6.69	59.4	3	2.8366	+ 17 3[3]	2737	7.8
656	Lal. 26414	7.4	14 21 3.31	59.3	1	3.1994	— 9 22	3945	6.5
657	Lal. 26435	7.9	21 36.64	59.4	2	2.8387	+ 16 45	2652	7.7
658	Lal. 26464	6.5	22 42.40	58.2	1	3.0522	+ 1 27	2941	6.1
659	. . . .	10	25 26.46	59.3	1	3.0743	— 0 10	2837	9.5
660	W. 14h 455	9.6	25 32.06	59.3	1	3.0737	— 0 8	2838	9.2
661	Lal. 26611	8	14 28 53.40	58.3	1	3.1167	— 3 10	3645	8.5
662	Lal. 26639	6.5	29 50.48	58.3	1	3.1185	— 3 17	3649	6.8
663	Lal. 26659	8	30 32.76	58.3	1	3.1425	— 4 56	3725	7.4
664	Lal. 26683	7.4	31 28.96	59.3	2	3.2159	— 9 57	3975	7.0
665	Lal. 26689	8	31 38.43	58.3	.1	3.1464	— 5 11	3916	7.8
666	Lal. 26732	9	14 33 47.58[4]	58.3	1	3.0983	— 1 49	2972	8.0
667	Lal. 26738,40	6.3	34 0.93	59.3	2	2.8623	+ 14 8	2769	6.5
668	Lal. 26741-2	8.2	34 16.64	59.4	1	3.0929	— 1 26	2973	7.7
669	W. 14h 626	8.2	34 23.32	59.4	1	3.0834	— 0 47	2855	7.8
670	Lal. 26833	9	37 3.57	58.3	1	3.1455	— 4 58	3744	8.6
671	5 Librae	—	14 38 14.89	58.3	1	3.2980	— 14 52	4023	6.2
672	ε Bootis[5]	—	38 52.38	59.1	5[1]	2.6240	+ 27 40	2417	2.3
673	W. 14h 735	8.5	40 7.45	58.3	1	3.2514	— 11 47	3805	8.5
674	W. 14h 775	9.2	41 55.71	59.3	1	3.0886	— 1 6	2988	8.6
675	Lal. 27066	9.1	44 40.73	59.4	3	2.9074	+ 10 35	2753	8.6

[1] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. ²/₃)
[2] 2 Fäd.
[3] Kl. 1859.3 + 17° 2′ 47.″2 : (1)
[4] Antritte stimmen schlecht
[5] Hauptstern (der folgende)

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr. Gr.
			h m s			s	° ′	
676	Kl.-Sch. 3652	7.5	14 45 16.16	58.3	2	3.2188	— 11 47	3821 7.3
677	Sj. 5295	9	48 3.69	58.3	1	3.2634	— 12 4	4164 8.9
678	15 Librae	—	49 10.58	58.3	2	3.2442	— 10 51	3989 5.5
679	Lal. 27235	9	50 34.24	58.3	1	3.2442	— 10 46	3992 9.0
680	Lal. 27468	8.4	58 18.40	59.3	2	2.9592	+ 6 51	2987 8.7
681	Lal. 28558	8.0	15 33 3.44	59.5	1	3.2349	— 8 39	4046 7.8
682	Lal. 28638	8.3	36 10.34	59.5	1	3.2408	— 8 52	4060 7.5
683	W. 15h 746	9.5	39 20.22	59.5	1	3.2450	— 9 0	4075 9.0
684	Lal. 28746	7.5	40 3.18	59.5	1	3.2463	— 9 3	4233 7.0
685	Lal. 28870	9.0	44 31.44	59.5	1	3.3002	— 11 37	4020 8.9
686	Lal. 29490	8.4	16 4 30.66	59.4	2	3.3503	— 13 22[1]	4370 8.6
687	. . . .	9.1	5 22.06	59.3	1	3.3369	— 12 44	4450 9.4
688	W. 16h 83	8.2	5 49.38	59.4	2	3.3361	— 12 40	4454 7.7
689[2]	χ Scorpii	—	6 6.54	59.3	1	3.3106	— 11 29	4096 5.8
690	Lal. 29779	7.1	14 51.91	59.4	5	3.4318	— 16 41[3]	4280 6.8
691	Lal. 31034-5	7.2	16 57 22.42	59.5	4[4]	3.5683	— 21 5	4508 7.2
692	AOe. 16317-20	8.6	57 53.97	59.5	3	3.5683	— 21 4	4513 8.5
693	AOe. 17125	8.5	17 35 23.21	59.5	3	3.6278	— 22 42	4399 8.7
694	AOe. 17155-6	8.5	36 35.94	59.5	3	3.6314	— 22 49	4407 8.8
695	AOe. 17817-8	8.5	18 4 18.25	59.5	3	3.5855	— 21 1	4900 8.7
696	Yarn. 7840	9.7	18 5 21.02	59.5	2[5]	3.5872	— 21 5	4907 9.5
697	Yarn. 7843	9.2	5 26.80	59.5	3[6]	3.5877	— 21 6	4909 9.0
698	24 Ursae min.	—	22 34.26	58.2	16	-22.1419	+ 86 59	272 6.0
699	W. 18h 793	8.7	32 41.45	59.5	4	3.2878	— 9 16	4790 8.3
700	2 Aquilae	5.5	34 36.59	59.5	4	3.2857	— 9 11	4796 5.0
701	Mü. 17203	8.3	18 36 11.43	59.5	1	3.2825	— 9 4	4811 8.3
702[7]	Lal. 34728	8.5	36 42.77	58.6	1	3.0803	— 0 22	3540 8.0
703	W. 18h 947	8.8	38 4.98	59.5	5	3.2731	— 8 40	4695 8.5
704	W. 18h 966	9.0	38 53.23	59.5	4	3.2707	— 8 35	4699 9.0
705	5 Aquilae[8]	6.5	39 14.88	58.6	1	3.0974	— 1 6	3559 6.1
706	Mü. 17589	8.5	18 42 14.56	59.5	1	3.2649	— 8 21	4721 8.5
707	Lal. 35011	6.5	42 46.73	58.6	1	3.1586	— 3 46	4388 6.8
708	W_2. 18h 1330	7.5	43 39.57	58.6	1	2.2141	+ 33 10	3213 8.2
709	. . . .	9.5	44 25.19	59.5	1	3.2708	— 8 37	4737 9.2
710	Lal. 35129	8	45 45.73	58.6	1	3.1848	— 4 54	4607 7.5
711	W. 18h 1163	9	18 46 11.32	58.6	1[9]	3.1830	— 4 51	4611 8.8
712	64 Serpentis	6	50 14.41	58.6	1	3.0183	+ 2 21	3738 5.8
713	12 Aquilae	4	54 12.07	58.6	1	3.2070	— 5 56	4840 4.7
714	h Aquilae	6[10]	57 34.19	58.6	1	3.1679	— 4 14	4684 5.7
715	Lal. 35791	8.2	19 0 41.75	58.6	1	3.1056	— 1 30	3662 8.2

[1] Kl. 1859.4 — 13°22′22.″5 (1)
[2] 8m f. 13.s5 6′N. (— 11° 4097)
[3] Kl. 1859.4 — 16°41′10.″7 (1)
[4] Bei einer Beob. 3 Fäd. (Gew. 2/3)
[5] Jedesmal 1 Fad.
[6] Jedesmal 1 Fad.
[7] 9m vor. (— 0° 3589)
[8] Com. 7-8m 16″ 135°
[9] 2 Fäd.
[10] Com. 7m 38″ 220°

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	B. D. Gr.
			h m s			s	° ′		
716	Lal. 35963,5	8	19 4 19.29	58.6	1	3.1459	— 3 18	4505	8.0
717	Lal. 36132-4	8	7 44.39	58.6	1	3.1517	— 3 34	4530	8.5
718	G. 26611	—	17 39.44	59.5	1	3.8466	— 31 34	*16695	8.6
719	G. 26644	—	19 30.18	59.5	1	3.8475	— 31 40	16725	7.8
720	51 Sagittarii	—	27 31.59	59.5	1	3.6511	— 25 1	15448	6.0
721	G. 26840	9.0	19 28 4.98	59.5	2	3.6462	— 24 51	15450	8.0
722	. . . .	—	29 57.07	59.5	1[1]	3.8214	— 31 14	16912	9.1
723	AOe. 19804-5	—	30 3.96	59.5	1	3.6328	— 24 25	15484	8.8
724	G. 26895	9	30 47.27	59.5	2[2]	3.6339	— 24 29	15490	8.6
725	G. 26911	9	31 9.00	59.5	1[1]	3.6326	— 24 27	15499	8.9
726	Leipz. I 7430	8	19 36 57.70	58.8	1	2.8518	+ 10 14	4029	8.7
727	Lal. 37548	—	38 18.14	59.6	1	2.8478	+ 10 27	4036	8.0
728	Lal. 37529	8.6	38 42.50	59.5	3	3.6147	— 24 4	15587	8.3
729	. . . .	8.7	43 49.31	59.5	4[3]	2.8916	+ 8 32	4232	9.4[4]
730	Lal. 38051	8.5	50 37.32	58.8	1	2.8675	+ 9 48	4340	8.0
731	Lal. 38074-5	7.5	19 51 18.28	58.8	1	2.8414	+ 11 2	4065	7.5
732	Lal. 38326	7.5	57 7.74	58.8	1	2.8645	+ 10 5	4162	8.0
733	Lal. 38342-4	—	57 43.70	58.8	1	3.1678	— 4 42	5010	7.3
734	Leipz. I 7705	7.5	59 54.87	58.8	1	2.8508	+ 10 49	4174	8.3
735	64 Aquilae	6.5	20 0 48.17	58.8	1	3.0937	— 1 5	3899	7.0
736	AOe. 20294-5	9.2	20 3 14.48	59.6	3	3.4502	— 18 14	5615	8.8
737	66 Aquilae	6.5	6 0.15	58.8	1	3.1003	— 1 26	3920	6.7
738	AOe. 20367	6.5	9 32.09	58.8	1	3.4009	— 16 15	5550	7.0
739	Lal. 39024	—	12 54.33	59.6	1	3.3768	— 15 13	5626	7.0
740	Lal. 39208	8	16 7.25	58.8	1	3.0893	— 0 54	3991	7.3
741	AOe. 20475	8.6	20 16 33.87	59.6	3	3.4200	— 17 28	5967	8.5
742	Lal. 39229-30	7	17 34.46	58.8	1	3.0542	+ 0 55	4496	6.9
743	Lal. 39271	8.5	18 40.87	58.8	1	3.1550	— 4 19	5124	7.7
744	π Capricorni	—	19 18.31	59.6	3[5]	3.4428	— 18 40	5685	5.4
745	ο Capricorni	—	21 52.16	59.6	1	3.4478	— 19 3	5831	7.1
746	Lal. 39427	8.0	20 22 43.75	59.6	1	3.4043	— 17 1	6003	7.8
747	AOe. 20562	7	22 52.60	59.6	1	3.3881	— 16 14	5617	7.0
748	W. 20h 581	8.8	23 33.35	58.8	1	3.0354	+ 1 56	4305	8.5
749	Lal. 39484	9.5	23 49.76	58.8	1	3.1298	— 3 3	4928	8.5
750	AOe. 20589	8.9	24 21.53	59.6	6	3.3940	— 16 36	5628	8.6
751	Lal. 39575	8	20 25 52.19	58.8	1	3.0352	+ 1 58	4314	8.0
752	Lal. 39628-30	8	27 11.02	58.8	1	3.0898	— 0 57	4043	8.0
753	Lal. 39702	7.5	28 41.66	58.8	1	3.0194	+ 2 50	4203	8.0
754	13 Capricorni	—	29 29.96	59.6	3	3.3692	— 15 38	5732	6.8
755	Lal. 39836	7	31 56.26	58.8	1	3.1254	— 2 54	5328	6.9
756	Lal. 40119-20	7[6]	20 39 42.04	58.8	1	2.7896	+ 15 24	4251	7.3
757	Lal. 40114	8.5	39 49.18	58.8	1	3.1114	— 2 12	5366	8.2
758	AOe. 20859	8.2	40 20.00	59.6	3	3.3896	— 17 15	6088	8.0
759	Lal. 40213	7	42 34.17	58.8	1	2.7854	+ 15 46	4266	8.2
760	AOe. 20903	8.4	43 13.90	59.6	3	3.3801	— 16 56	5711	8.2

[1] 3 Fäd. [2] 1 B. an 2 Fäd. (1/2) [3] Nur je 1 Fad. [4] BD-Größe unterschätzt
[5] 1 B. an 3 F. (2/3) [6] Com. 8^m 7′ 0″

* Die in Petit gedruckten Angaben in dieser Columne beziehen sich auf die Cordoba-Durchmusterung.

Nr.	Stern	Gr.	RA. 1860	Ep.	B.	Praec.	Decl.	B. D. Nr.	Gr.
			h m s			s	° ′		
761	Lal. 40329	8	20 45 26.73	58.8	1	2.7866	+ 15 52	4277	8.7
762	Lal. 40354,6	8	46 42.66	58.8	1	3.1606	— 5 4	5410	6.7
763	19 Capricorni	—	46 52.99	59.6	1	3.4049	— 18 27	5805	6.3
764	W. 20h 1268	7.5	49 50.46	59.6	2	2.8209	+ 14 17	4478	7.0
765	Lal. 40502	7.8	49 55.56	59.6	1	2.8234	+ 14 9	4479	7.2
766	W. 20h 1297	8.8	20 50 40.93	59.6	3	2.8213	+ 14 18	4484	8.8
767	Lal. 40587	7.5[1]	52 1.12	58.8	1	2.7935	+ 15 54	4300	7.2
768	Lal. 40709	7.5	54 43.40	58.8	1	2.8129	+ 15 0	*4512*	8.4
769	2 Equulei	7.0[2]	55 18.42	58.8	1	2.9598	+ 6 38	4731	6.7
770	Lal. 40772	8.1	56 27.41	59.6	3	2.8110	+ 15 13	4320	7.8
771	W. 20h 1456	8	20 57 3.85	58.8	1	2.8160	+ 14 58	4522	9.1
772	ϑ Capricorni	—	58 4.38	59.6	1	3.3778	— 17 47	6174	4.0
773	4 Equulei	6.3	58 30.49	58.8	1	2.9819	+ 5 24	4697	6.2
774	Neb. IV. 74	. . .[3]	59 51.25	58.2	1	0.7754	+ 67 37	1283	6.8
775	Lal. 41042	7	21 3 19.58	58.8	1	2.8119	+ 15 36	4355	8.5
776	Lal. 41151	—	21 6 6.07	59.6	1[4]	3.1766	— 6 29	5712	7.5
777	W. 21h 99	7.5	6 11.89	59.6	1	3.1855	— 7 2	5518	7.8
778	W. 21h 114	6.5	6 44.43	58.8	1	2.8030	+ 16 21	4475	7.8
779	Lal. 41338	7	10 14.76	58.8	1	2.8575	+ 13 22	4658	7.5
780[5]	Alb. 7489	9.2	15 53.57	58.9	3	3.0450	+ 1 46[6]	4468	9.0
781	Leipz. I 8503	7.7[7]	21 19 59.11	58.8	1	2.8722	+ 13 5	4708	7.0
782	Alb. 7529	9.0	24 36.11	58.9	3	3.0204	+ 8 31[8]	4570	8.5
783	Lal. 42483	8.8	40 35.55	58.9	1	2.9357	+ 10 7	4627	8.5
784	W. 21h 1013	9.2	42 51.12	58.9	1	2.9383	+ 10 4[9]	4637	9.0
785	Lal. 42565-6	8.2	43 13.28	58.9	2	2.9373	+ 10 9[10]	4638	8.1
786	Lal. 43188	8.8	22 2 13.88	59.6	1	3.2580	— 15 48	6152	8.7
787	Lal. 43215	8.7	2 27.91	58.9	5	2.8927	+ 15 17[11]	4578	8.7
788	Lal. 43204	—	2 38.19	59.9	1	3.2559	— 15 41	6156	9.0
789	. . . .	9.8	3 39.88	59.6	1	3.2524	— 15 31	6158	9.1
790	Lal. 44347	8.8	33 31.97	58.9	3	2.8561	+ 23 40[12]	4588	8.2
791	Cambr. 13787	9.3	22 49 45.13	58.9	3	2.8715	+ 26 25[13]	4534	9.0
792	λ Piscium	—	23 34 54.20	59.0	1	3.0693	+ 1 1	*5037*	4.6

[1] Dupl. seq., Com. $8\text{-}9^m$ 15″

[2] Dupl. 2″5 seq., Com. 7^m3 225° ±

[3] Wie * 7^m

[4] 3 Fäd.

[5] 9^m2 f. 33^s6 0′4 N.

[6] Kl. 1858.9 + 1° 45′ 34″0 (2)

[7] Dupl. seq., Com. 9^m 4″ 225°

[8] Kl. 1858.9 + 3° 31′ 7″9 (2)

[9] Kl. 1858.9 + 10° 3′ 42″9 (1)

[10] Kl. 1858.9 + 10° 9′ 19″1 (1)

[11] Kl. 1858.9 + 15° 16′ 38″0 (2)

[12] Kl. 1858.9 + 23° 39′ 41″1 (2)

[13] Kl. 1858.9 + 26° 25′ 45″7 (1), + 24″2 von Cambr. abweichend, vermuthlich Mikroskopablesung 1^B (nahe = 24″0) zu corrigiren.

Ueber die Bildung von Calciumcarbid.

Von

V. Rothmund.

[Aus dem Institut für physikalische Chemie an der Universität Göttingen.]

Vorgelegt durch Herrn W. Nernst in der Sitzung am 21. December 1901.

Die Untersuchungen von Moissan über die Entstehung der Carbide im elektrischen Ofen und deren Eigenschaften haben uns mit einer großen Anzahl von ungemein interessanten Substanzen bekannt gemacht und unsere Anschauungen über die Fähigkeit des Kohlenstoffs Verbindungen einzugehen, in ungeahnter Weise erweitert. So oft aber auch die Darstellung des Calciumcarbids aus Kalk und Kohle im elektrischen Ofen wiederholt wurde und so eingehend auch die Carbide in ihrem chemischen Verhalten studiert wurden, so ist doch über die Bildungsbedingungen dieser Substanzen fast nichts bekannt. Man weiß über die Bildung des Calciumcarbids — wenn man von der Wöhler'schen Synthese aus den Elementen absieht — nur, daß dazu eine sehr hohe Temperatur erforderlich ist, so daß die Darstellung bis jetzt nur im elektrischen Ofen möglich war. Ob aber die Temperatur wirklich etwa 3000° erreichen muß und warum eine so hohe Temperatur notwendig ist, darüber kann man aus den bisherigen Versuchen keinen Aufschluß erhalten.

Eine Erhöhung der Temperatur hat auf einen chemischen Vorgang bekanntlich zwei Wirkungen, die nicht scharf genug auseinander gehalten werden können. Es kann sein, daß die Wirkung der erhöhten Temperatur nur darauf beruht, daß sie die Geschwindigkeit der Reaktion erhöht; es wird also dann ein Vorgang, der bei tieferen Temperaturen in dem gleichen Sinne, aber außerordentlich langsam und daher unmerklich vor sich geht, beschleunigt. Es kann aber auch sein, daß durch die höhere Tempe-

ratur die Affinität geändert wird oder wie wir uns präciser ausdrücken können, die mit der Reaktion verbundene Abnahme der freien Energie, bezw. des thermodynamischen Potentials; dann wird das Gleichgewicht verschoben und folglich unter Umständen auch die Richtung, in der die Reaktion überhaupt vor sich gehen kann, umgedreht.

Im Verhalten der Kohle, die ja bei Zimmertemperatur chemisch vollkommen indifferent ist, haben wir Beispiele für beide Fälle. So müßte die Verbrennung der Kohle auch bei tiefen Temperaturen freiwillig vor sich gehen und thut es wohl auch, aber mit unmeßbar kleiner Geschwindigkeit; die Affinität ist sogar, wie sich thermodynamisch leicht zeigen läßt, bei tieferen Temperaturen größer als bei höheren. Hier liegt also der erste der beiden betrachteten Fälle vor. Daß man sich mit der Annahme eines so enorm großen Temperatureinflusses auf die Geschwindigkeit nicht auf dem Boden unbewiesener Vermutungen bewegt, zeigt eine einfache Ueberschlagsrechnung. Die Reaktionsgeschwindigkeit nimmt bekanntlich nach einer Exponentialfunktion der Temperatur zu und zwar steigt sie bei den verschiedensten Reaktionen um ungefähr den gleichen Betrag, nämlich bei einer Temperatursteigerung um 10° auf das 2- bis 3-fache [1]). Nehmen wir im Mittel 2,5 an, so ergibt sich, daß bei einer Temperaturerhöhung um 500° die Geschwindigkeit ungefähr auf das $2{,}5^{50}$-fache steigt; eine Reaktion, die bei 500° in einer Secunde vor sich geht, braucht also bei 0° einige Billionen Jahre.

Den entgegengesetzten Fall finden wir im Verhalten der Oxyde verschiedener Metalle, z. B. der Alkalimetalle der Kohle gegenüber. Die Reduktion tritt auch nur bei sehr hoher Temperatur ein. Aber bei tieferen Temperaturen findet die umgekehrte Reaktion statt. Es wird nämlich bei Rotglut Kohlenoxyd von Natrium oder Kalium zersetzt, wie Gay-Lussac und Thénard [2]) fanden. Aehnliches gilt nach Stammer [3]) für Eisen.

Zur Entscheidung, welcher von den beiden Fällen vorliegt, kann zunächst das Zeichen der Wärmetönung der Reaktion herangezogen werden. Wenn die Reaktion unter Wärmeentwicklung erfolgt, so wird bekanntlich durch Erhöhung der Temperatur das Gleichgewicht in dem Sinne verschoben, daß die Menge des unter Wärmeaufnahme entstehenden Produktes zunimmt, es wird also z. B.

---

1) Van't Hoff, Vorlesungen I, S. 225, Braunschweig 1898.
2) Gmelin-Kraut I, 73.
3) Pogg. Ann. 82, 135.

bei einer Verbrennung die Dissociation um so weiter fortschreiten oder die Verbrennung um so unvollständiger werden, je höher die Temperatur steigt. Wenn hier die Temperaturerhöhung die Reaktion begünstigt, so kann dies also nur in einer Wirkung auf die Geschwindigkeit begründet sein.

Bei endothermen Reaktionen dagegen läßt sich von vornherein nichts Bestimmtes sagen. Es kann die Wirkung der erhöhten Temperatur auf einer Verschiebung des Gleichgewichts oder auch auf einer Erhöhung der Geschwindigkeit beruhen. Eine Entscheidung ist möglich, wenn es gelingt die Umkehrung der Reaktion von einem bestimmten Punkt ab nachzuweisen, wie es bei dem erwähnten Beispiel, der Reduktion der Oxyde der Alkalimetalle durch Kohle der Fall ist.

Warum zur Darstellung des Calciumcarbids aus Kalk und Kohle eine so hohe Temperatur erforderlich ist, läßt sich von vornherein nicht angeben; denn die Reaktion ist endotherm, wie aus einer Messung von de Forcrand[1]) hervorgeht:

$$CaO + 3C = CaC_2 + CO - 105\,350 \text{ cal.}$$

Die Versuche, die ich zur Feststellung der hier vorliegenden Verhältnisse ausführte wurden nicht in einer der gewöhnlichen Typen des elektrischen Ofens ausgeführt; denn bei diesen hat man eine ganz ungleichmäßig verteilte und kaum regulierbare Temperatur. Ich benutzte vielmehr als Ofen ein vom Strom durchflossenes Kohlerohr. Einen ähnlichen Ofen hat sich bereits einmal Deville gebaut; die technische Ausführung des von mir benutzten Ofens gründet sich auf eine Construction von Herrn Professor Nernst, dem ich auch sonst für wertvolle Ratschläge bei der Arbeit sehr zu Dank verpflichtet bin.

Das Rohr des Ofens läßt sich leicht durch Ausbohren einer großen Lampenkohle herstellen. Ich verwendete bei den ersten Versuchen mit Gleichstrom Kohlerohre von ca. 18 cm Länge, ca. 3 mm Wandstärke und 1,8 cm Dicke, bei den spätern in größerem Maaßstabe mit Wechselstrom ausgeführten Versuchen solche von ca. 25 cm Länge, ca. 3—4 mm Wandstärke und 2—3 cm Dicke. Das Rohr ist umgeben von einem Gemisch aus Magnesia und Kohle und der ganze Ofen mit Asbest bedeckt. Auf guten Kontakt der Stromzuführung mit dem Kohlerohr, der sich am besten durch Ringe aus einem weiteren Kohlerohr erzielen läßt, ist zu achten.

1) Compt. rend. **120**, 628 (1895).

Bei den Vorversuchen mit dem kleineren Modell des Ofens benutzte ich den der großen Accumulatorenbatterie des Instituts entnommenen Gleichstrom von 12 oder 24 Volt und 60 bis 100 Ampère. Durch einen Vorschaltwiderstand wurde reguliert. Die mit einem Präcisionsvoltmeter gemessene Spannung an den Enden des Rohres betrug 9 bis 14 Volt, so daß also der Ofen ca. 500 bis 1500 Watt aufnahm. — Zu den Versuchen in größerem Maaßstabe benutzte ich den von der Maschine des Instituts gelieferten Wechselstrom von 70—80 Volt. Derselbe wurde auf etwa den 7ten Teil der Spannung transformiert. Die Stromstärke im secundären Kreis betrug 150—200 Ampère. Im primären Stromkreis befand sich ein Flüssigkeitswiderstand, der aber nur zum langsamen Anheizen des Ofens verwendet und nachher ganz ausgeschaltet wurde. Die Regulierung geschah dann ausschließlich durch Veränderung des Widerstands im Erregungsstrom des Ankers der Maschine. —

Das Reaktionsgemisch stand nicht in direkter Berührung mit der Ofenwand, sondern wurde in kleine Kohleröhrchen eingeführt, die sich in den Ofen einschieben lassen. Sie waren 6—8 cm lang und ebenfalls durch Ausbohren von Bogenlampen-Kohlen erhalten. Diese bestehen, wie ich auch durch eine Analyse fand, aus sehr reiner Kohle.

Für die Messung der Temperatur sind hier natürlich die gewöhnlich verwendeten Methoden unbrauchbar. Es bleibt nur die Untersuchung der ausgesandten Strahlung verwendbar. Diese Methode ist ja in neuerer Zeit von verschiedenen Seiten ausgebildet und namentlich zur Bestimmung der Temperatur von verschiedenen Lichtquellen benutzt worden. Zur Messung der Temperaturen bei denen eine chemische Reaktion stattfindet, hat diese Methode meines Wissens bisher noch keine Anwendung gefunden.

Wenn wir aus der engen Oeffnung eines Hohlraumes Strahlung austreten lassen, so hat dieselbe bekanntlich die Eigenschaft der schwarzen Strahlung; ihre Gesamtintensität ist also proportional der 4ten Potenz der absoluten Temperatur. Sehr viel bequemer als die Messung der Gesamtstrahlung ist aber die der optisch sichtbaren Strahlung, die natürlich ebenfalls eine bloße Temperaturfunction ist. Es ist klar, daß dieselbe noch viel schneller mit der Temperatur wachsen wird als die Gesamtstrahlung, da ja das Maximum der Strahlungsintensität mit steigender Temperatur immer mehr in das Gebiet der sichtbaren Wellenlängen rückt. — Diese Methode zur Temperaturmessung ist zuerst von Ed. Becquerel (1864) vorgeschlagen worden. Doch war es erst in der allerjüngsten Zeit möglich, sie auf eine sichere Grund-

lage zu stellen, seit die Gesetze der Strahlung eines schwarzen Körpers genauer bekannt sind. Die Ausbildung dieser Methode zur Temperaturmessung verdanken wir den Arbeiten von Wanner[1]), von Lummer und Pringsheim[2]) und von Le Chatelier[3]). Lassen wir durch eine Oeffnung von bekannter Größe die Strahlung aus dem Inneren des Hohlraumes austreten und messen die photometrische Helligkeit derselben, so ist diese durch die Temperatur vollständig bestimmt, aber es fehlt der Anschluß an die gewöhnliche Temperaturscala. Wollen wir nun unsere in Kerzen pro qmm ausgedrückte Temperatur in Celsiusgraden angeben, so sind wir auf die Extrapolation aus einem Gebiet von auf einem anderen Wege meßbaren Temperaturen oder auf den Vergleich etwa mit dem Fortschreiten der Gesamtstrahlung mit der Temperatur, deren Gesetz ja bekannt ist, angewiesen. Genaue Bestimmungen hierüber fehlen zur Zeit. Auf meine Bitte hatten die Herren Lummer und Pringsheim in Charlottenburg die große Freundlichkeit, für mich einige Messungen auszuführen, welche einen Anschluß an die Celsiusskala möglich machen, wofür ich ihnen zu großem Dank verpflichtet bin. Sie teilten mir darüber folgende Resultate mit, die keinen Anspruch auf große Genauigkeit machen, aber für unseren Zweck vollkommen ausreichend sind:

1 qmm schwarzer Strahlung sendet aus

bei 1176° Celsius	0,0042 HK (Hefnerkerzen)
„ 1324° „	0,022 HK
„ 1434° „	0,064 HK.

Aus diesen Zahlen ergibt sich, daß die Helligkeit etwa mit der 16 ten Potenz der absoluten Temperatur fortschreitet. Nach Analogie mit dem Platin müßte man schließen, daß bei höheren Temperaturen die Potenz kleiner wird; außerdem muß sie stets unter der für Platin erhaltenen Potenz bleiben. Wir können etwa die 15 te Potenz als wahrscheinlich annehmen.

Mit Hilfe dieser Angaben lassen sich also die von mir in Kerzen pro qmm angegebenen Temperaturen auf Celsiusgrade umrechnen. Es geschieht dies mit Hilfe der folgenden Tabelle, welche aus den angeführten Messungen extrapolirt worden ist und deshalb natürlich nur eine ungefähre Orientierung geben kann.

---

1) Drudes Ann. der Phys. 2, 141 (1900).

2) Verh. der deutschen phys. Ges. 1901, S. 36. — Vergl. auch Lummer und Kurlbaum, ebenda 1900, S. 89. —

3) Le Chatelier et Boudoart, Mésure des températures élevées, Pais 1900, S. 154—179.

HK pro qmm	Temperatur
0,0640	1434°
0,10	1480°
0,20	1570°
0,30	1620°
0,40	1660°
0.50	1690°,

Zur Messung der Helligkeit wurde der Ofen an dem einen Ende mit einem durchbohrten Kohlepropfen von ca. 8 cm Länge verschlossen. Das äußere Ende desselben trug eine Metallplatte, in welcher sich ein kreisförmiges Loch von 2,43 qmm Oeffnung befand, Die aus derselben austretende sichtbare Strahlung wurde mittelst eines gewöhnlichen Photometers mit einer geaichten Glühlampe gemessen. Auf große Genauigkeit kommt es hierbei wegen des außerordentlich raschen Ansteigens der Helligkeit mit der Temperatur nicht an. Somit ist auch die Unsicherheit, welche beim Photometrieren von Licht von verschiedener Farbe immer vorhanden ist, ohne Belang.

Bei den ersten mehr orientierenden Versuchen mit dem kleineren Ofen führte ich keine photometrischen Messungen aus, sondern begnügte mich mit der Messung der Stromstärke und des Spannungsabfalls im Ofen. Das Gemisch aus Kohle und Kalk im Verhältnis 12:7 (ein Ueberschuß von Kalk schadet nichts, da das Material des Rohrs auch mit reagieren kann) wurde in einem engeren Kohlerohr in den heißen Ofen gebracht, erhitzt und weißglühend herausgenommen. Nach dem Erkalten wurde der Inhalt auf Carbid geprüft durch Behandeln mit Wasser. Stürmische Entwicklung von Acetylen, das außer durch seinen Geruch auch durch seine Brennbarkeit mit stark russender Flamme nachgewiesen wurde, zeigte die Entstehung von Carbid an. Auch aus dem Aussehen der erhitzten Masse ließ sich in der Regel schon erkennen, ob Carbid entstanden war; wenn dies der Fall ist, erhält man eine harte geschmolzene oder wenigstens gesinterte Masse, im anderen Fall ein lockeres Pulver. —

Ich gebe als Beispiel das Protokoll eines Versuches, bei dem Carbid entstand. Der Ofen muß natürlich langsam angeheizt werden, sonst kann das Rohr leicht springen. Die Zeit ist gerechnet von dem Punkt ab, in dem ungefähr die gewünschte Temperatur erreicht war.

Zeit	Volt	Ampère	Watt
0 min	8,0	98	784
5 „	7,6	106	742
10 „	7,8	125	973
15 „	7,7	126	970
20 „	7,5	127	951
25 „	7,4	127	940.

Ich gehe auf diese Versuche nicht weiter ein, da sie doch nicht zum Ziele führten. Es zeigte sich zwar das bemerkenswerte Resultat, daß nur bei mehr als 700 Watt Carbid entstand, aber es gelang nicht diesen Punkt genau festzulegen. Denn bei der Wiederholung der Versuche zeigte sich, daß wenn die Anzahl der Watt die gleiche war, einmal Carbid entstand, ein anderes mal nicht. Der Grund hievon ist leicht einzusehen. Bei gleicher Energie braucht die Temperatur des Ofens nicht gleich hoch zu sein, da der Uebergangswiderstand sehr variabel ist. Die Versuche schienen aber doch mit einiger Sicherheit darauf hinzuweisen, daß es eine bestimmte nicht allzuhohe Temperatur gibt, von der an die Bildung des Calciumcarbids aus Kalk und Kohle möglich ist.

Um entscheidende Versuche auszuführen mußte also eine direkte Temperaturmessung auf photometrischen Wege ausgeführt werden. Gleichzeitig ging ich zu einem größeren Modell des Ofens und zur Heizung desselben mit Wechselströmen über. Das Nähere über die Versuchsanordnung ist oben bereits angeführt.

Bei den Versuchen die Temperatur im Inneren des Ofens photometrisch zu messen trat mir eine Schwierigkeit entgegen, deren Beseitigung mir erst nach einiger Zeit gelang. In dem Kohlerohr bildeten sich bei den höheren Temperaturen dicke Rauchwolken, die das Photometrieren unmöglich machten. Aus denselben setzte sich an den kälteren Teilen des Rohres ein fast rein weißer leichter Niederschlag ab. Wie eine Analyse ergab, bestand derselbe zum großen Teil aus Magnesia und aus etwas Eisenoxyd. Diese Zusammensetzung wie auch der bekanntlich sehr geringe Aschengehalt der Bogenlampenkohlen wies darauf hin, daß der Rauch verursacht war durch Eindringen der das Rohr außen umgebenden, großen Teils aus Magnesia bestehenden Masse. Damit war denn auch ein einfacher Weg zur Abhilfe gegeben. Es gelang in der That die Erscheinung vollständig zum Verschwinden zu bringen und genaue photometrische Messungen auszuführen, wenn das Rohr außen zunächst mit reinem Kohlepulver umgeben wurde.

In den folgenden Tabellen gebe ich die Resultate der Versuche. Die Zeit ist von dem Punkt an gerechnet, in dem der Ofen die gewünschte Temperatur hatte und das Reaktionsgemisch hineingebracht wurde. Die Temperatur gebe ich in Hefnerkerzen (H K) pro qmm an. Die Umrechnung auf Celsiusgrade ist mit Hilfe der obigen Tabelle leicht möglich. Da sie doch nicht genau ist, führe ich sie nicht bei jeder Zahl aus

Dauer des Versuchs	Ampère (Mittel)	HK pro qmm (Mittel)	Resultat
15 min	143	0,61	Carbid
15 min	130	0,16	kein Carbid
15 min	135	0,35	Carbid
40 min	118	0,24	kein Carbid.

Die Helligkeiten schwankten während der beiden letzten Versuche, die als entscheidend angesehen werden können, höchstens um 20%; es entspricht das ungefähr 20°. — Der letzte Versuch wurde sehr lang fortgesetzt um zu zeigen, daß nicht etwa bloß die Verminderung der Geschwindigkeit bei den tieferen Temperaturen die Ursache des Ausbleibens der Carbidbildung war.

Die Versuche zeigen aufs deutlichste, daß es eine bestimmte Temperatur gibt, oberhalb welcher Carbidbildung eintritt, während sie unterhalb ausbleibt. Sie liegt, wenn wir als wahrscheinlichsten Wert das Mittel aus den beiden letzten Versuchen nehmen, bei etwa 0,3 HK pro qmm. Rechnen wir dies auf Celsiusgrade um, so erhalten wir etwa 1620°. Die Zahl erscheint auffallend niedrig.

Daß es bei dieser Reaktion einen bestimmten Umwandlungspunkt gibt, wird sofort verständlich, wenn man sie als eine Dissociationserscheinung auffaßt. Kohle ist hier immer im Ueberschuß vorhanden, da ja die Wand des Behälters des Reaktionsgemisches aus Kohle besteht. Es kann sich also kein Calciummetall, sondern nur Carbid bilden und die Reaktion wird immer nach dem Schema

$$CaO + 3\,C = CaC_2 + CO$$

verlaufen. Da wir somit 3 Bestandteile und 4 Phasen haben, muß zu jeder Temperatur ein bestimmter Dissociationsdruck gehören ganz ebenso wie in dem einfacheren Fall der Dissociation des Calciumcarbonats. Die Umwandlungstemperatur ist dann diejenige Temperatur, bei welcher der Dissociationsdruck so groß ist wie der Partialdruck des Kohlenoxyds, wenn dasselbe mit Luft und

Kohle im Gleichgewicht steht. Dieser Druck ist, da eine merkliche Dissociation des Kohlenoxyds auch bei den hohen Temperaturen nicht anzunehmen ist, etwa $\frac{1}{4}$ Atmosphäre.

Die Bildung des Calciumcarbids ist demnach eine umkehrbare Erscheinung. Es muß also unterhalb des Umwandlungspunktes die Zersetzung des Carbids durch Kohlenoxyd in Kalk und Kohle stattfinden. Ich konnte das durch den Versuch nachweisen. Zuerst erhitzte ich größere Stücke technischen Carbids im Ofen auf eine Temperatur nahe dem Umwandlungspunkt. Sie wurden dadurch an der Oberfläche vollkommen verändert und mit Kohlepulver bedeckt. Mit Wasser gaben sie langsame Acetylenentwicklung, aber man konnte deutlich erkennen, daß die Gasententwicklung vom Innern, nicht von der Oberfläche ausging. Um den Angriff durch das Kohlenoxyd zu erleichtern, schien es also zweckmäßig das Carbid fein zu pulvern. Ich erhielt damit folgende Resultate:

Dauer des Versuchs	Ampère (Mittel)	HK pro qmm (Mittel)	Resultat
25	175	0,34	Carbid
15	135	0,19	kein Carbid, lockere aufgeblähte Masse aus Kalk und Kohle bestehend.

Im zweiten Versuch war die Temperatur unterhalb der Umwandlungtemperatur geblieben und daher das Carbid durch das Kohlenoxyd vollkommen zersetzt. Durch die Temperaturerhöhung war die Geschwindigkeit der Reaktion so weit gesteigert worden, daß sie schon nach 15 Minuten vollständig war. Bei dem ersten Versuch dagegen war der Umwandlungspunkt überschritten und also das Carbid entweder zurückgebildet worden oder unverändert geblieben.

Die Auffassung der Entstehung des Calciumcarbids als eines Dissociationsvorganges führt weiterhin zu dem Schluß, daß es möglich sein muß, durch Hindurchleiten eines indifferenten Gases den Partialdruck des Kohlenoxyds so weit herunterzusetzen, daß schon bei wesentlich tieferen Temperaturen eine Bildung des Carbids eintritt. Um dies zu prüfen, habe ich noch einige Versuche angestellt, bei denen ein lebhafter Wasserstoffstrom durch das Rohr geleitet wurde.

Dauer des Versuchs	Ampère (Mittel)	HK pro qmm (Mittel)	Resultat
25 min	236	0,27	Carbid
30 min	242	0,21	Carbid
35 min	268	0,12	kein Carbid.

Bei dem ersten Versuch fand sich sehr viel Carbid; hier liegt aber die Temperatur um 0,03 HK über derjenigen, welche früher als untere Grenze für die Entstehung des Carbids gefunden worden war. Beweisend ist nur der zweite Versuch, bei welchem in der That unter dem Einfluß des Wasserstoffstroms eine deutliche, wenn auch nicht große Erniedrigung der Umwandlungstemperatur eingetreten ist. Beim dritten Versuch war offenbar die Temperatur so tief und der Druck des Kohlenoxyds so gering, daß auch Durchleiten von Wasserstoff keine Carbidbildung mehr bewirken konnte. Wahrscheinlich ist eben die Durchlässigkeit der Kohle für Gase bei den hohen Temperaturen so groß, daß man die Verminderung des Partialdrucks des Kohlenoxyds nicht unter eine gewisse Grenze treiben kann.

Nachrichten

von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

zu Göttingen.

Geschäftliche Mitteilungen

aus dem Jahre 1901.

Göttingen,
Commissionsverlag der Dieterich'schen Universitätsbuchhandlung
Lüder Horstmann.
1902.

Inhalt.

Bericht des abtretenden Sekretärs der Gesellschaft über das Geschäftsjahr 1900/1901.

Die K. Gesellschaft der Wissenschaften hat in dem abgelaufenen Geschäftsjahre 15 ordentliche, 2 öffentliche und eine außerordentliche Sitzung abgehalten. Die besonderen Aufgaben und Angelegenheiten sind in 16 Commissionssitzungen vorberathen worden.

Von den Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften sind die der mathematisch-physikalischen Klasse mit 4, die der philologisch-historischen Klasse mit 3 Heften erschienen; ferner ein Beiheft zu den Nachrichten der philologisch-historischen Klasse, enthaltend den zweiten Reisebericht des Herrn Dr. Borchling: „Mittelniederdeutsche Handschriften in Skandinavien, Schleswig-Holstein, Mecklenburg und Vorpommern".

Von den Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Klasse Bd. I ist erschienen:

Nr. 4. W. Schur, Vermessung der beiden Sternhaufen λ und χ Persei mit dem sechszölligen Heliometer der Sternwarte in Göttingen, verbunden mit einer Uebersicht aller bis zum Jahre 1900 ausgeführten Instrumental-Untersuchungen. Mit 1 Sternkarte.

Von den Abhandlungen der philologisch-historischen Klasse Bd. IV ist erschienen:

Nr. 1. O. Tüselmann, Die Paraphrase des Euteknios zu Oppians Kynegetika.

Nr. 2. A. Schulten, Die Mosaikkarte von Madaba und ihr Verhältniß zu den ältesten Karten und Beschreibungen des heiligen Landes. Mit 3 Kartenbildern und 1 Figurentafel.

Nr. 3. U. v. Wilamowitz-Möllendorff, Die Textgeschichte der griechischen Lyriker.

Die Göttingischen Gelehrten Anzeigen haben den gewohnten Fortgang genommen.

Ueber den Schriftenaustausch, der auch in diesem Jahre beträchtlich erweitert worden ist, sowie über die auf anderen Wegen der K. Gesellschaft zugegangenen und der K. Universitäts-Bibliothek überwiesenen Druckschriften gibt die weiterhin abgedruckte Zusammenstellung Auskunft. Diese dient zugleich als Empfangsbestätigung, soweit eine solche nicht auf besonderen Wunsch unmittelbar nach der Zusendung erfolgt ist.

In der öffentlichen Sitzung vom 5. Mai 1900 redete Herr O. Wallach zum Gedächtniß der verstorbenen Mitglieder der Gesellschaft R. Bunsen, E. Frankland und C. F. Rammelsberg; in der vom 10. November hielt Herr G. Cohn die in den Geschäftlichen Mittheilungen 1900 S. 78 abgedruckte Rede über „die Cameralwissenschaft in zwei Jahrhunderten“.

Zum Zwecke wissenschaftlicher Unternehmungen hat die K. Gesellschaft folgende Bewilligungen aus den ihr zur Verfügung stehenden Mitteln gemacht:

Herrn G. Roethe zur Fortsetzung der Inventarisirung und Untersuchung mittelniederdeutscher Handschriften	1000 Mk.
Der Commission für Geophysik zur Errichtung seismometrischer temporärer Stationen	1000 „
Herrn Dr. S. Kuckuck zur Ausführung einer wissenschaftlichen Reise nach Tanger	1200 „
Herrn F. Klein für die mathematische Encyklopädie als sechste und letzte Rate	800 „
Herrn E. Riecke und W. Voigt zu Untersuchungen über Radiumstrahlen	700 „
Herrn W. Voigt zu Untersuchungen aus dem Gebiete der Krystallphysik	600 „
Der Commission für Geophysik zur Anstellung luftelektrischer Messungen	500 „
Derselben für eine Reise zu seismometrischen Zwecken	400 „

Die Kosten der weiteren Vorarbeiten für die Herausgabe der älteren Papsturkunden wurde aus der Schenkung bestritten, über die in den Geschäftlichen Mittheilungen 1900 S. 2 berichtet ist.

Ueber den Fortgang dieses Unternehmens sowie der Herausgabe der Gaußschen Werke, der Mathematischen Encyklopädie

und des Thesaurus linguae latinae werden unten besondere Berichte erstattet werden.

Die in das Gebiet der Pendelmessungen, der astronomischen Ortsbestimmungen, der magnetischen Beobachtungen und der Höhenmessungen fallenden Ergebnisse der durch die Gesellschaft in den Jahren 1898/1900 ausgeführten ostafrikanischen Pendelexpedition hat Herr Dr. Kohlschütter in Berlin im Auftrage der Gesellschaft zu bearbeiten übernommen.

Die Inventarisirung der niederdeutschen Handschriften ist weitergeführt worden, namentlich hat Herr Dr. Borchling die gewaltigen Schätze der Wolfenbütteler Bibliothek durchgearbeitet. Es wird ein dritter Bericht vorbereitet, in dem sich die Intensität des religiösen Lebens Niederdeutschlands im ausgehenden Mittelalter besonders deutlich spiegeln wird.

Die Vorarbeiten für die Herausgabe der Lukianscholien haben Jahre lang ruhen müssen, da der mit der Arbeit betraute Dr. H. Graeven durch anderweitige Aufgaben völlig in Anspruch genommen war. Nunmehr hat sich Herr Dr. H. Rabe zur Mitarbeit entschlossen und die Nachvergleichung der maßgebenden Handschriften am Vindob. 123 begonnen, den die Verwaltung der Kaiserlichen Hof-Bibliothek nach Hannover zu senden die Güte hatte.

In der Versammlung des Cartells, die in der Pfingstwoche in Wien stattfand, war die Gesellschaft durch die Herren H. Wagner und F. Klein vertreten, denen sich Herr E. Wiechert als Sachverständiger für die von der Gesellschaft eingeleitete Verhandlung über seismische Forschungen anschloß.

Am 31. Juli und 1. August fand in Paris die erste Conferenz des Ausschusses der Internationalen Association der Akademien statt, welche sich mit organisatorischen Fragen und den Vorbereitungen für die erste Generalversammlung der Association zu beschäftigen hatte. Die Gesellschaft war, da ihre Sekretäre an der Reise verhindert waren, durch Herrn E. Riecke bei der Conferenz vertreten.

Zu dem Anfangs August gleichfalls in Paris stattfindenden Internationalen Congreß für Physik entsandte die Gesellschaft die Herren E. Riecke, W. Voigt und W. Nernst.

Der geologischen Reichsanstalt in Wien und dem sächsischen Alterthumsverein in Dresden wurden zu ihren Gedenktagen die Glückwünsche der Gesellschaft ausgesprochen. Ihrem auswärtigen Mitgliede Herrn Th. v. Sickel in Rom sandte die Gesellschaft

zu seinem am 16. August begangenen Doctorjubiläum die in den Geschäftlichen Mittheilungen 1900 S. 93 abgedruckte Adresse.

An der Statue Wöhlers wurde am 31. Juli zur Säcularfeier seiner Geburt ein Kranz niedergelegt.

Der Stiftung der Freunde Paul de Lagardes wurde durch Herrn Professor G. Hoffmann in Kiel ein Betrag von 534 Mark zugewiesen.

Durch den Tod verlor die Gesellschaft ihre auswärtigen Mitglieder

in der philologisch-historischen Klasse:

Herrn Max Müller zu Oxford, am 28. October 1900, Correspondent seit 1861, auswärtiges Mitglied seit 1881;

in der mathematisch-physikalischen Klasse:

Herrn Charles Hermite zu Paris, am 14. Januar 1901, Correspondent seit 1861, auswärtiges Mitglied seit 1874;

Herrn Max von Pettenkofer zu München, am 10. Februar 1901, auswärtiges Mitglied seit 1874.

Bericht
über die Preisbewerbung für das Jahr 1901.

Die K. Gesellschaft hatte für das Jahr 1901 folgende Preisaufgabe gestellt:

Es soll für einen beliebigen Zahlkörper das Reciprocitätsgesetz der l^{ten} Potenzreste entwickelt werden, wenn l eine ungerade Primzahl bedeutet.

Eine Bewerbungsschrift mit dem Motto *Numerus integer* ist rechtzeitig eingegangen.

Der Verfasser dieser Schrift legt seinen Untersuchungen einen algebraischen Zahlkörper k zu Grunde, der den Körper der l^{ten} Einheitswurzeln (unter l eine ungerade Primzahl verstanden) als Unterkörper enthält. Er entwickelt dann im Abschnitt I die allgemeinen vorbereitenden Sätze bis zur Definition des Symbols $\left(\frac{\nu,\,\mu}{\mathfrak{p}}\right)$. Das Hauptresultat dieses Abschnittes liegt in dem Satze, daß dieses Symbol dann und nur dann den Wert 1 hat, wenn ν Normenrest des Körpers $(K\sqrt[l]{\mu}, k)$ nach $\mathfrak{p}$ ist. In Abschnitt II führt der Verfasser die Voraussetzung ein, daß die Klassenanzahl des Körpers k nicht durch l teilbar ist und entwickelt dann die Theorie der ambigen Complexe und der Geschlechter dieses Körpers K. Das Hauptresultat ist, daß die Anzahl der verschiedenen Geschlechter in K stets kleiner oder höchstens gleich der Anzahl der ambigen Complexe ist. In Abschnitt III gelingt es dem Verfasser mit Hülfe des Begriffes der primären Ideale ohne einschränkende Annahmen noch für den Zahlkörper k zwei spezielle Fälle des Reciprocitätsgesetzes zu beweisen. Dann aber macht der Verfasser die vereinfachenden Annahmen, daß k in Bezug auf den Körper der l^{ten} Einheitswurzeln ein relativ-Galoisscher sei, daß sein Relativgrad zu l prim sei und daß die Klassenanzahl von k ebenso wie die des Körpers der l^{ten} Einheitswurzeln sich nicht durch l teilen lasse. Unter diesen Annahmen beweist der Verfasser zunächst das Reci-

procitätsgesetz zwischen einem primären und einem beliebigen Primideal in k. Von Interesse ist auch die Behandlung des durch die vorigen Annahmen ausgeschlossenen Falles, daß der Relativgrad des Körpers k gerade gleich l ausfällt. In den nun folgenden Entwickelungen werden keine engeren Annahmen über den Körper k vorausgesetzt als in Abschnitt II; dafür aber nimmt der Verfasser an, daß das Reciprocitätsgesetz für den Körper k zwischen einem beliebigen und einem primären Primideal bewiesen sei. Unter diesen Annahmen wird nun in den Abschnitten IV—VI die Theorie des Reciprocitätsgesetzes im Körper k ausführlich entwickelt: die Untersuchung schließt mit dem Beweise der allgemeinen Produktformel

$$\prod_{(\mathfrak{w})}\left(\frac{\nu,\mu}{\mathfrak{w}}\right) = 1$$

wo ν, μ irgend zwei ganze Zahlen des Körpers k bedeuten und $\mathfrak{w}$ alle Primideale dieses Körpers durchläuft.

Somit ist es dem Verfasser in der That gelungen, die in dem Preisausschreiben vermuthungsweise allgemein ausgesprochene Reciprocitätsformel unter recht allgemeinen Voraussetzungen wirklich zu beweisen. Erwägt man, welche Schwierigkeiten schon allein das gründliche und bis zur vollen Herrschaft über den Gegenstand vordringende Studium der einschlägigen zahlentheoretischen Litteratur bietet und wie mühevoll auf diesem so abstrakten Gebiete selbst geringe Fortschritte erkämpft werden müssen, so erscheint die eingereichte Arbeit als eine in hohem Maaße anzuerkennende Leistung ihres Verfassers und zeugt von einem schönen zahlentheoretischen Talent.

Die Gesellschaft hat beschlossen, dem Verfasser den vollen Preis zuzuerkennen.

Die Eröffnung des Couverts ergab als Verfasser: Dr. Philipp Furtwängler in Potsdam.

Die Preisaufgabe für das Jahr 1903 lautet:

Durch die Arbeiten des letzten Jahrzehntes, neuerdings vornehmlich aus Anlaß der neugefundenen Papyrustexte poetischen und theoretischen Inhaltes, ist die metrische Forschung in eine neue Bewegung geraten. Es scheint an der Zeit, die Grundlage der lyrischen Metrik einer durchgehenden Prüfung zu unterziehen. Die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften wünscht eine auf Beobachtung der überlieferten Texte gegründete, auf die Erkenntnis des historischen Zusammenhanges gerichtete Untersuchung der wichtigsten im les-

bischen und jonischen Liede, der chorischen Lyrik, den lyrischen Theilen des Dramas angewendeten metrischen Formen unter Berücksichtigung der hellenistischen und der älteren römischen Poesie.

Die zur Bewerbung um den Preis bestimmten Arbeiten müssen vor dem 1. Februar 1903 an die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften eingeliefert werden, mit einem Spruch versehen und von einem versiegelten Zettel begleitet sein, der außen den Spruch trägt, der die Arbeit kennzeichnet, und innen den Namen und Wohnort des Verfassers. Der Preis beträgt 1000 Mark.

Bericht über die Arbeiten für die Ausgabe der älteren Papsturkunden.

Die Gesellschaft kann auch dieses Mal mit dem geziemenden Danke für die Unterstützung, welche ihr vorzüglich von dem vorgesetzten Ministerium zu Teil geworden ist, ihren vierten Bericht über den Fortgang ihrer Arbeiten für die Ausgabe der älteren Papsturkunden einleiten. Auch für das verflossene Geschäftsjahr bewilligte der Herr Minister unserm ordentlichen Mitarbeiter ein Stipendium von 1200 Mark und für die Forschungen selbst einen außerordentlichen Zuschuß von 2000 Mark.

Dank der reichlicheren Mittel, welche so der Kommission zur Verfügung standen, haben die Arbeiten energisch fortgeführt werden können. Professor Kehr, dem der Herr Minister einen Urlaub für die Monate Oktober, November und Dezember gewährte, hat während dieser Zeit und dann wieder in diesem Frühjahr sich ganz den Forschungen in Rom gewidmet. Unterdessen hat unser ordentlicher Mitarbeiter Dr. Wiederhold die bibliographischen Arbeiten nach Kräften gefördert und auch schon die französische und spanische Litteratur zu bearbeiten begonnen. In Italien selbst gingen die Forschungen das ganze Jahr hindurch fast ohne Unterbrechung fort. Dr. Schiaparelli, dessen Name nun schon seit Jahren mit unserm Unternehmen auf das Engste verknüpft ist, hat systematisch die Archive von Turin, Piemont und Ligurien ausgebeutet. Dr. Fedele hat hauptsächlich für Rom und für das alte Patrimonium uns seine Kraft geliehen. Einige kleinere Archive erledigte Herr F. Tonetti.

So sind unsre Forschungen in Italien fast ganz zum Abschluß gebracht worden. Hie und da wird noch eine Revision des Materials von Nöten sein. Davon abgesehen harrt unsrer nur in Rom noch eine größere Aufgabe. Hier sind die Materialien doch umfassender und die Arbeiten selbst schwieriger als zunächst vorauszusehen war. Die Gründe davon, welche notwendig zu einer Kritik der

unzulänglichen gelehrten Einrichtungen, welche zur Zeit in Rom bestehen, führen mußten, können hier nicht näher dargelegt werden. Es genügt zu bemerken, daß wir nach Bewältigung der Urkundenfonds und der zahlreichen Manuskriptenserien des Vaticanischen Archivs vorzüglich noch die päpstlichen Register auszubeuten haben. Auch die eine und andere römische Bibliothek wird uns noch beschäftigen. Dagegen sind die Forschungen in der Vaticanischen Bibliothek und in den zahlreichen geistlichen und fürstlichen Archiven der ewigen Stadt zum Abschluß gebracht worden. Freilich auch sie nur Dank der besonderen Unterstützung, welche wir bei den wohlwollenden Gönnern unseres Unternehmens fanden, unter denen wir mit besonderem Danke den Präfecten der Vaticanischen Bibliothek, P. Fr. Ehrle, nennen.

Zugleich haben wir auch die Ausdehnung unsrer Arbeiten über Italien hinaus ins Auge gefaßt.

Es war eine glückliche Fügung, daß wir uns seit dem August vorigen Jahres der Mitarbeit des Herrn Dr. A. Brackmann zu erfreuen hatten. Er übernahm die Vorarbeiten für Deutschland und begann zunächst mit der Durchsicht der weitschichtigen Litteratur. So vorbereitet konnte er bereits auch an die eigentliche archivalische Arbeit gehen. Es sind so die Staatsarchive in Hannover und Münster ausgebeutet worden, deren Vorständen, den Herren Dr. Doebner und Prof. Dr. Philippi, wir für die Förderung, welche sie unsern Bemühungen liehen, zu besonderem Danke verpflichtet sind.

Daneben sind auch die Vorarbeiten für Frankreich in umfassender Weise in Angriff genommen worden. Sie übernahm neben Herrn Dr. Wiederhold Herr Dr. A. Hessel, der schon zuvor uns durch seine Mitarbeit in Rom nützlich gewesen war. An archivalische Arbeiten in Frankreich selbst haben wir freilich zur Zeit noch nicht denken können.

Daß der glückliche Fortgang einer so großen Unternehmung nicht allein von reichlicheren Mitteln und von der Energie des Leiters der Arbeiten abhängig ist, sondern besonders auch von der gleichmäßigen Hingabe unserer Mitarbeiter, das empfinden wir schmerzlich gerade in diesem Moment. Herr Dr. Wiederhold, seit fast drei Jahren unser ständiger Hilfsarbeiter, hat am 1. April d. J. eine Stellung am Johanneum in Hamburg angenommen. Wir werden noch oft seine außerordentliche bibliographische Gelehrsamkeit vermissen. Mit unserm Danke für seine uns geleisteten Dienste begleiten ihn unsere besten Wünsche in seinen neuen Beruf. An seine Stelle wird Herr Dr. W. Wendland treten.

Auch Herr Dr. Brackmann hat uns am 15. April d. J. verlassen, um eine Stellung als Lehrer in Berlin anzutreten. Doch hofft er seine Vorarbeiten für die Germania pontificia dort fortsetzen zu können und auch in seinem neuen Amt die Muße zu finden sowohl für die erforderlichen litterarischen Vorarbeiten wie für die archivalischen Forschungen in den Sammlungen Deutschlands.

Indem wir, nun fast an das glückliche Ende unserer Arbeiten in Italien gelangt, unsern deutschen wie unsern italienischen Mitarbeitern für ihre Hingabe danken, verbinden wir damit den Dank an die wohlwollenden Gönner und Förderer unseres Unternehmens im In- und Ausland. Es hat uns auch in diesem Jahre an Rath und Hilfe von allen Seiten, besonders aber von den Gelehrten Italiens, nicht gefehlt. Vorzüglich haben wir zu danken dem Herrn Baron A. Manno und dem Staatsarchivar Cav. d'Agliano in Turin, den Herren P. Ehrle, P. Denifle und G. Tomassetti in Rom, endlich in Deutschland dem Herrn Konsistorialrath Monsignore Dr. P. M. Baumgarten in München, der seine reichen Abschriften, Auszüge und Aufzeichnungen aus den Römischen Archiven, besonders dem Vaticanischen, uns zur Verfügung stellte.

Die Kommission
für die Herausgabe der älteren Papsturkunden.

Bericht über den Thesaurus linguae latinae.

Die diesjährige Conferenz der akademischen Commission für den Thesaurus linguae latinae hat am 12. und 13. October 1900 in München stattgefunden. Die Sitzungen waren zumeist der Besprechung der beiden im Drucke beendigten Lieferungen I 1 und II 1 des Thesaurus gewidmet; sowohl der Generalredactor als die Directoren legten der Commission ihre bei der Herstellung des Manuscripts und Correctur der Bogen gemachten Beobachtungen und Erfahrungen vor. Für die Ergänzung der Excerption und die weitere Sammlung des Eigennamenmaterials wurden besondere Credite bewilligt.

Inzwischen ist die 1. Lieferung des 1. Bandes noch im October, die des 2. Bandes im Januar ausgegeben worden. Von Mitte October an ruhte der Druck während einiger Monate und wurde zu Anfang dieses Jahres wieder aufgenommen. Die beiden folgenden Lieferungen des 1. und 2. Bandes werden in Kurzem erscheinen können.

Die für die Ausarbeitungsperiode getroffene Organisation hat sich während dieses Jahres wohl bewährt. Die Arbeitslast des Generalredactors ist sehr groß und an die Kräfte seiner Mitarbeiter werden starke Anforderungen gestellt. Aber das Entgegenkommen der Unterrichtsverwaltungen, das die Commission mit besonderem Danke anerkennt, hat schon eine Vergrößerung des Personals möglich gemacht; es arbeiten gegenwärtig unter dem Generalredactor 13 Beamte des Bureaus (Secretäre und Assistenten). Der vorhandenen Einrichtung würden sich auch weitere Ergänzungen, wenn solche zur Sicherung der fortschreitenden Arbeit oder zur Entlastung des Generalredactors nothwendig werden sollten, mit Erfolg einfügen lassen.

Bericht über den Stand der Herausgabe von Gauß' Werken.

Vierter Bericht.

Von

F. Klein.

Im vergangenen Jahre gelangten wir durch Ankauf in den Besitz von drei Originalbriefen von Gauß, nämlich

1) ein Brief von Gauß an Möbius (17. Oktober 1843), wonach sich also die im vorjährigen Berichte (Seite 8) ausgesprochene Befürchtung, daß die beiden von Gauß an Möbius gerichteten Briefe verloren seien, erfreulicherweise nicht bestätigt.

2) ein Brief von Gauß an von Kobell-München (18. Mai 1842).

3) ein Brief von Gauß an ? (7. Juli 1847).

Ueber den Fortgang des eigentlichen Unternehmens ist vor allem die erfreuliche Thatsache zu verzeichnen, daß Band VIII im Oktober vorigen Jahres in derselben Weise und in demselben Umfange erschienen ist, wie im vorigen Jahresberichte in Aussicht gestellt war.

Ferner hat der Druck von Band VII begonnen werden können, wenn auch das Manuskript für den ganzen Band noch nicht fertiggestellt ist; dieser Band wird selbstverständlich zunächst den endgiltigen Abdruck der Theoria motus bringen, auf welchen eine besondere Sorgfalt verwandt wird, da es sich herausgestellt hat, daß die von Gauß gegebenen numerischen Beispiele noch eine größere Anzahl von Fehlern enthalten, und es doch als sehr wünschenswert erscheint, diesen Abdruck in mustergiltiger Form zu geben. Auch haben sich im Nachlaß noch einige nicht unwichtige Ergänzungen zur Theoria motus vorgefunden, welche in dem Bande Aufnahme finden werden.

Den interessantesten Teil des Bandes VII werden die störungstheoretischen Untersuchungen von Gauß bilden, die sich in ihren numerischen Anwendungen auf die Planeten Ceres und Pallas beziehen, und hier können wir die genugthuende Mitteilung machen, daß wir in der Lage sein werden, ein vollständiges Bild dieser Arbeiten zu geben, da sich die Schwierigkeiten, die sich anfangs der Entzifferung der langen numerischen Rechnungen entgegenstellten, haben überwinden lassen. Band VII wird also eine vollständige und zusammenhängende Darstellung von Gauß' Arbeiten über die kleinen Planeten enthalten. Ueber die dabei in Betracht kommenden Einzelheiten berichtet Herr Brendel folgendes:

Gauß' erste Störungsrechnungen sind die Berechnungen der Störungen der Ceres, welche in das Jahr 1802 fallen und die Form von Koordinatenstörungen haben. Gauß schließt sich zunächst an Laplace an, verwendet aber eine neue Methode zur Entwicklung der Störungsfunktion, wobei er bereits aus den Resultaten seiner Untersuchungen über die elliptischen Integrale und das arithmetisch-geometrische Mittel Nutzen zieht; leider sind die von Gauß selbst damals publicirten Resultate dieser Rechnungen durch einen Rechenfehler entstellt, den er selbst anscheinend erst viel später nach langem Suchen gefunden hat, und zweifellos erklärt sich hieraus, daß er sich in seinen Briefen an Olbers mehrmals über die schlechte Uebereinstimmung dieser Resultate mit den Beobachtungen beklagt.

Nachdem er dann noch einige weitere nicht vollendete Rechnungen über Ceres nach immer mehr verbesserten Methoden unternommen hat, macht er seine ersten Vorbereitungen zur Berechnung der Pallasstörungen im Juni 1804, ohne allerdings zunächst mit besonderm Eifer daran zu gehen. Das Jahr 1805 ist hauptsächlich den Methoden zur Entwicklung der Störungsfunktion gewidmet, die nun in enge Beziehung treten zu den Untersuchungen über die hypergeometrische Reihe; im Herbst 1805 rechnet er mit Bessels Unterstützung eine Hilfstafel zur Entwicklung von $(a^2+a'^2-2aa'\cos\varphi)^{-\frac{1}{2}}$, welche so eingerichtet ist, daß sie auf alle drei bis dahin entdeckten kleinen Planeten Anwendung finden kann.

Da die nächste Zeit ihn mit der Herausgabe der Theoria motus sehr in Anspruch nimmt, so ziehen sich Gauß' Berechnungen der speciellen Störungen der Pallas, die er zunächst als Vorbereitung zur Berechnung der allgemeinen Störungen unternimmt, bis zum Jahre 1810 hin; sie werden im December 1810 vollendet und umfassen die Bewegung der Pallas von 1803 bis 1811. Die

Berechnung der allgemeinen Störungen nimmt Gauß dann im Februar 1811 ernstlich in Angriff.

Diese allgemeinen Pallasstörungen hat Gauß in Form von Elementenstörungen gerechnet, und zwar hat er sich die Formeln für die Variationen der Elemente nach einer eigenartigen, noch heute das lebhafteste Interesse bietenden Methode abgeleitet; diese Ableitung hat er in einem im Nachlaß befindlichen Manuskript, welches den Titel „Exposition d'une nouvelle méthode de calculer les perturbations planétaires avec l'application au calcul numérique des perturbations du mouvement de Pallas" trägt, niedergelegt; dasselbe ist leider unvollendet geblieben und sollte die Einleitung zu einer vollständigen Theorie der Pallasstörungen werden. Da dies Manuskript in französischer Sprache geschrieben ist, so liegt die Vermutung nahe, daß Gauß wirklich mit dem Gedanken umging, sich um den von der Pariser Akademie für die Berechnung der Pallasstörungen ausgesetzten Preis zu bewerben [1]). Noch mag bemerkt werden, daß die grundlegenden Lagrangeschen Untersuchungen über die Methode der Variation der Konstanten damals noch nicht publicirt, also Gauß auch noch nicht bekannt waren.

Wie bereits aus dem Briefwechsel zwischen Gauß und Hansen (Gauß an Hansen, 11. März 1843) bekannt geworden ist, hat Gauß bei der Berechnung der Pallasstörungen eine der von Hansen 30 Jahre später angewandten ähnliche Methode zur Entwicklung der Störungsfunktion benutzt; er entwickelt die Störungsfunktion nach den beiden mittleren Anomalien und berechnet die Koefficienten beider Entwicklungen numerisch; die betreffenden Rechnungen sind so gut wie vollständig erhalten, allerdings nur die Zahlen auf einzelnen Blättern ohne jede Erklärung ihrer Bedeutung, weshalb ihre Entzifferung gewisse Schwierigkeiten bot. Es scheint als ob Gauß diese Untersuchungen nicht ganz soweit abgeschlossen habe, wie er beabsichtigte, wenn er auch im März 1818 an Olbers schreibt, daß seine Rechnungen über Pallas fertig seien. Der Gedanke, seine Resultate zu publiciren, wird nun aber durch andere ebenfalls sehr wichtige Arbeiten (zunächst geodätische und dann auch magnetische) mehr und mehr in den Hintergrund gedrängt, so daß uns schließlich Gauß von dieser schönen Arbeit nichts hinterlassen hat als eine sehr große Anzahl meist ganz ungeordneter Papiere.

---

1) Der Preis wurde zuerst im Jahre 1804 ausgesetzt, schließlich aber bis 1. Oktober 1816 verlängert.

Ueber die wichtige Entdeckung von Gauß, daß die mittleren Bewegungen von Jupiter und Pallas im rationalen Verhältniss $\frac{7}{18}$ zu einander stehen, über welche, namentlich aus dem Briefwechsel mit Bessel (Gauß an Bessel, 5. Mai 1812), bisher nur einige kurze Andeutungen bekannt geworden sind, und auf deren Klarlegung man in astronomischen Kreisen sehr gespannt war, hoffen wir auch alles wünschenswerte mitteilen zu können. Es haben sich nämlich im Nachlaß zwei kleine Zettel vorgefunden, auf denen verstreut einige ganz kurze Notizen über diese Frage stehen; aus diesen geht mit großer Wahrscheinlichkeit hervor, daß Gauß versucht hat, das entsprechende Librationsglied zu bestimmen und unter anderm seine Periode zu 399,07 Jupitersumläufen oder ungefähr 4734 Jahren gefunden hat.

Endlich werden im VII. Bande u. a. noch einige Untersuchungen aus dem Nachlasse Platz finden, die sich auf die Theorie des Mondes, auf die Berechnung des Osterfests und auf die Bewegung der Sonne im Raum beziehen. —

Bericht über die Mathematische Encyclopädie.

Neu erschienen sind seit dem vorjährigen Bericht das fünfte Heft des ersten und das vierte Heft des zweiten Bandes, ferner ein Probeartikel zu Bd. IV (Mechanik), nämlich IV, 14: Abraham, die geometrischen Grundbegriffe der Mechanik deformierbarer Körper. Daneben sind die Vorarbeiten an sämmtlichen Bänden eifrig gefördert worden; insbesondere ist die Angelegenheit des astronomischen Teils, die im Vorjahre noch unerledigt geblieben war, dahin geordnet worden, daß Herr Professor Lehmann-Filhés (Berlin) die Redaction übernahm, während gleichzeitig Prof. Seeliger (München) mit in die akademische Commission eintrat.

Verzeichnis der im Jahre 1900/1901 abgehaltenen Sitzungen und der darin gemachten wissenschaftlichen Mittheilungen.

Sitzung vom 19. Mai 1900.

P. Kehr, Diplomatische Miszellen. (Nachr. phil.-hist. Kl. 1900 H. 1).

Derselbe, Papsturkunden in Rom. (Nachr. phil.-hist. Kl. 1900 H. 2).

F. Klein legt vor: Mittag-Leffler, Ueber eine Verallgemeinerung der Taylorschen Reihe. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 2).

Derselbe legt das Doppelheft 2/3 von Band II der Mathematischen Encyklopädie vor.

A. v. Koenen legt die neuen geologischen Karten (Blatt Freden, Einbeck, Dransfeld, Jühnde) vor.

E. Ehlers legt vor: H. Winkler, Ueber die Furchung unbefruchteter Eier unter der Einwirkung von Extractivstoffen aus dem Sperma. (Nachr. math.-phys- Kl. 1900 H. 2).

J. Orth überreicht die 6. Auflage seiner pathologisch-anatomischen Diagnostik.

Sitzung vom 16. Juni 1900.

O. Wallach, Mittheilungen aus dem Universitäts-Laboratorium. (Nachr. math.phys. Kl. 1900 H. 3).

Sitzung vom 30. Juni 1900.

P. Kehr, Papsturkunden in Salerno, la Cava und Neapel. (Nachr. phil.-hist. Kl. 1900 H. 2).

Derselbe, Papsturkunden in Campanien. (Nachr. philol.-hist. Kl. 1900 H. 3).

D. Hilbert legt vor: Loewy, Transformation einer Hermiteschen Form von nicht verschwindender Determinante in sich. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

Derselbe, Mathematische Probleme für die Zukunft. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

J. Orth, Arbeiten aus dem pathologischen Institut. 7. Bericht. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 2).

W. Nernst legt die 3. Auflage seiner Theoretischen Chemie vor.

E. Ehlers, Magellanische Anneliden. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 2).

Sitzung vom 14. Juli 1900.

F. Klein legt vor: R. Fricke, Die automorphen Elementarformen vom Geschlechte null. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

E. Riecke, Ueber das Verhältnis der Leitfähigkeiten der Metalle für Wärme und für Electricität. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

Sitzung vom 28. Juli 1900.

W. Schulze legt vor: A. Rahlfs, Die berliner Handschrift der sahidischen Psalmenübersetzung. (Erscheint in den Abh. phil.-hist. Kl.).

F. Klein legt vor: R. Fricke, Die Rittersche Primform auf einer beliebigen Riemannschen Fläche. (Nachr. math.-phys. Kl. H. 3).

A. Voss, Ueber die Principe von Hamilton und Maupertuis. (Nachr. math.-phys. Kl. H. 3).

O. Wallach legt die ersten Bogen des Berzelius-Wöhlerschen Briefwechsels vor.

W. Nernst überreicht den von Prof. Kahlbaum in Basel herausgegebenen, der K. Gesellschaft der Wissenschaften gewidmeten Briefwechsel Wöhler-Meyer.

Derselbe legt vor: Nernst und Reynolds, Untersuchungen über die Leitfähigkeit fester Gemische bei hohen Temperaturen. Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

Sitzung vom 27. October 1900.

F. Klein legt Band VIII der Gauß'schen Werke vor.

D. Hilbert legt vor: Dehn, Ueber raumgleiche Polyeder. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

W. Voigt, Ueber die Influenz ferromagnetischer Krystalle, insbesondere über die P. Weiß'schen Beobachtungen am Magnetit. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 3).

W. Schur legt den Jahresbericht der Sternwarte vor.

E. Riecke, Ueber charakteristische Curven bei Gasentladungen.

H. Wagner berichtet über einen Besuch bei Herrn Henry Harrisse in Paris.

Oeffentliche Sitzung am 10. November 1900.

G. Cohn, Die Cameralwissenschaft in zwei Jahrhunderten. (Nachr. 1900, Gesch. Mitth. 2).

Sitzung vom 24. November 1900.

F. Leo legt die erste Lieferung des Thesaurus linguae latinae vor.

W. Voigt legt die 2. Auflage seiner Mechanik vor.

Sitzung vom 8. Dezember 1900.

A. Peter legt seine Demonstrationstafeln für botanische Systematik und Biologie vor.

Sitzung vom 22. Dezember 1900.

F. Kielhorn, Epigraphic Notes. (Nachr. phil.-hist. Kl. 1900 H. 3).

P. Kehr, Papsturkunden in Rom, II. Bericht. (Nachr. phil.-hist. Kl. 1900 H. 3).

W. Voigt, Ueber die Parameter der Krystallphysik und über gerichtete Größen höherer Ordnung. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 4).

F. Klein legt vor: J. Wellstein, Ueber Primformeln auf Riemannschen Flächen. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 4).

F. Klein legt das 4. Heft des 2. Bandes der Mathematischen Encyklopädie vor.

Sitzung vom 12. Januar 1901.

W. Voigt, Ueber Pyro- und Piezomagnetismus. (Ersch. in den Nachrichten math.-phys. Kl. 1901).

Derselbe übergibt im Namen der Commission für den Congreß ein Exemplar der Rapports présentés au Congrès international de physique réuni à Paris en 1900.

W. Meyer, Ueber den Gelegenheitsdichter Venantius Fortunatus. (Ersch. in den Abh. phil.-hist. Kl.).

P. Kehr, Diplomatische Miszellen IV. (Ersch. in den Nachr. phil.-hist. Kl. 1901).

Sitzung vom 26. Januar 1901.

F. Kielhorn legt vor: H. Lüders, Ueber die Ṛiṣyaśṛṅga-Sage. (Ersch. in den Nachr. der phil.-hist. Kl.).

P. Kehr, Papsturkunden in Turin. (Ersch. in den Nachr. der phil.-hist. Kl. 1901).

P. Kehr, Papsturkunden in Piemont. (Ersch. in den Nachr. der phil.-hist. Kl. 1901).

F. Klein gibt im Auftrage der Pariser Académie des Sciences Nachricht vom Tode des ausw. Mitgliedes der Gesellschaft Charles Hermite.

H. Wagner berichtet über das Ergebnis einer Conferenz zur Förderung seismographischer Forschung in Berlin am 7. d. Ms. und über die ihr voraufgegangenen Vorgänge.

Sitzung vom 9. Februar 1901.

E. Ehlers, Ueber atlantischen Palolo. (Nachr. math.-phys. Kl. 1900 H. 4).

F. Leo legt im Auftrage des ausw. Mitgliedes Herrn Pietschmann die Berichte des Herrn Dr. Borchardt vom 15. März und 15. Mai 1900 über die deutschen Ausgrabungen in Aegypten vor.

G. Roethe legt den ersten Halbband der von Herrn Scherer veranstalteten Ausgabe der Kästnerschen Werke im Drucke vor.

Sitzung vom 23. Februar 1901.

W. Voigt legt vor: E. Wiechert, Theorie der automatischen Seismographen. (Ersch. in den Abh. math.-phys. Kl.).

W. Schur legt vor: J. Kramer, Theorie der kleinen Planeten; die Planeten vom Hecuba-Typus. (Ersch. in den Abh. math.-phys. Kl.).

D. Hilbert legt vor: W. Boy, Abbildung der projectiven Ebene auf eine singularitätenfreie Fläche im Raume. (Ersch. in den Nachr. math.-phys. Kl. 1901).

Sitzung vom 9. März 1901.

D. Hilbert legt vor: E. Zermelo, Ueber die Addition transfiniter Cardinalzahlen. (Ersch. in den Nachr. math.-phys. Kl.).

Derselbe legt vor: H. Liebmann, Ueber die Verbiegung der geschlossenen Ringfläche. (Ersch. in den Nachr. math.-phys. Kl.).

W. Nernst und E. Riesenfeld: Ueber elektrolytische Erscheinungen an der Grenzfläche zweier Lösungsmittel. (Ersch. in den Nachr. math.-phys. Kl.).

W. Voigt legt vor: W. Kaufmann, Ueber eine Analogie zwischen dem elektrischen Verhalten Nernstscher Glühkörper und demjenigen leitender Gase. (Ersch. in den Nachr. math.-phys. Kl.).

H. Wagner, Peter Apians Bestimmung der magnetischen Mißweisung. (Ersch. in den Nachr. phil.-hist. Kl. 1901).

F. Kielhorn legt vor: H. Lüders, Ueber die Grantharecension des Mahābhārata. (Ersch. in den Abh. phil.-hist. Kl.).

Sitzung vom 23. März 1901.

F. Leo legt vor: J. Geffcken, Römische Kaiser im Volksmunde der Provinz. (Ersch. in den Nachr. phil.-hist. Kl. 1901).

Verzeichnis der Mitglieder der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Ende März 1900.

Sekretäre.

Friedrich Leo, Dr. phil., Professor.

Ernst Ehlers, Dr. med. und Dr. phil., Professor, Geheimer Regierungs-Rath.

Ordentliche Mitglieder.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Georg Meissner, Dr. med., Professor, Geh. Medicinalrath, seit 1861.

Ernst Ehlers, Dr. med. und Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1874. D. z. Sekretär.

Eduard Riecke, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1879. (Zuvor Assessor seit 1872).

Adolf von Koenen, Dr. ph., Professor, Geh. Bergrath, seit 1881.

Woldemar Voigt, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1883.

Friedrich Merkel, Dr. med., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1885.

Theodor Liebisch, Dr. ph., Professor, seit 1887.

Felix Klein, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1887. (Zuvor Assessor, seit 1871, Correspondent seit 1872).

Gottfried Berthold, Dr. ph., Professor, seit 1887.

Albert Peter, Dr. ph., Professor, seit 1889.

Otto Wallach, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1890.

Johannes Orth, Dr. med., Professor, Geh. Medicinalrath, seit 1893.

Wilhelm Schur, Dr. ph., Professor, seit 1893.

David Hilbert, Dr. ph., Professor, seit 1895.

Walther Nernst, Dr. ph., Professor, seit 1898.

Assessor.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Bernhard Tollens, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1884.

Ehren-Mitglied.

Adolf Frhr. von Nordenskiöld, zu Stockholm, seit 1879. (Zuvor Correspondent, seit 1871).

Philologisch-historische Klasse.

Hermann Wagner, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1880.

Ferdinand Frensdorff, Dr. jur. und Dr. ph., Professor, Geh. Justizrath, seit 1881.

Franz Kielhorn, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1882.

Karl Dilthey, Dr. ph., Professor, seit 1892.

Wilhelm Meyer, Dr. ph., Professor, seit 1892.

Julius Wellhausen, Dr. th. und Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1892.

Max Lehmann, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1893.

Gustav Cohn, Dr. ph., Professor, Geh. Regierungsrath, seit 1893.

Nathanael Bonwetsch, Dr. th., Professor, seit 1893.

Friedrich Leo, Dr. ph., Professor, seit 1893. D. Z. Sekretär.

Gustav Roethe, Dr. ph., Professor, seit 1893.

Paul Kehr, Dr. ph., Professor, seit 1895.

Georg Kaibel, Dr. ph., Professor, seit 1897.

Wilhelm Schulze, Dr. ph., Professor, seit 1898.

Auswärtige Mitglieder.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Richard Dedekind, Dr., Professor, Geh. Hofrath, zu Braunschweig, seit 1862. (Zuvor Correspondent, seit 1859).

William Thomson Lord Kelvin, Professor, zu Glasgow, seit 1864. (Zuvor Correspondent, seit 1859).

Joseph Dalton Hooker, Direktor der Königlichen Gärten, zu Sunnigdale, seit 1865.

Carl Neumann, Dr., Professor, Geh. Hofrath, zu Leipzig, seit 1868. (Zuvor Correspondent, seit 1864).

Alex Williamson, zu London, seit 1874.

Lazarus Fuchs, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1875. (Zuvor ordentl. Mitglied, seit 1874).

Friedrich Kohlrausch, Dr., Geh. Regierungsrath, Präsident der phys.-techn. Reichsanstalt, Charlottenburg, seit 1879. (Zuvor Assessor, seit 1867).

Luigi Cremona, Professor, Senator und Direktor der Ingenieur-Schule des Königreichs Italien zu Rom, seit 1880. (Zuvor Correspondent, seit 1869).

Albert von Kölliker, Dr. ph. und Dr. med., Geheimer Rath, Excellenz, Professor zu Würzburg, seit 1882. (Zuvor Correspondent, seit 1862).

Sir Gabriel Stokes, Professor, zu Cambridge, seit 1882. (Zuvor Correspondent, seit 1864).

Arthur Auwers, Dr., Professor, Geheimer Ober-Regierungsrath, Beständiger Sekretär der Akademie der Wissenschaften, zu Berlin, seit 1882. (Zuvor Correspondent, seit 1871).

Johannes Reinke, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Kiel, seit 1885. (Zuvor ordentl. Mitglied, seit 1882).

Wilhelm Foerster, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1886. (Zuvor Correspondent, seit 1875).

Ludwig Boltzmann, Dr., Professor, K. K. Hofrath, zu Leipzig, seit 1887. (Zuvor Correspondent, seit 1882).

Carl Klein, Dr., Professor, Geh. Bergrath, zu Berlin, seit 1888. (Zuvor ordentl. Mitglied, seit 1887).

H. Graf zu Solms-Laubach, Dr., Professor, zu Straßburg, seit 1888. (Zuvor ordentl. Mitglied, seit 1879).

Karl Gegenbaur, Dr., Professor, Geh. Rath, zu Heidelberg, seit 1891.

Adolf von Bayer, Dr., Professor, Geh. Rath, zu München, seit 1892. (Zuvor Correspondent, seit 1879).

Eduard Suess, Dr., Professor, Präsident der k. Akademie der Wissenschaften, zu Wien, seit 1892. (Zuvor Correspondent, seit 1884).

Herm. Amandus Schwarz, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1892. (Zuvor ordentliches Mitglied, seit 1875, Correspondent seit 1869).

Henri Poincaré, Professor, zu Paris, seit 1892. (Zuvor Correspondent, seit 1884).

Heinrich Weber, Dr., Professor, zu Straßburg, seit 1895. (Zuvor ordentl. Mitglied, seit 1892, Correspondent seit 1875).

Alexander Agassiz, Professor, zu Cambridge, U. St. A., seit 1898. (Zuvor Correspondent, seit 1879).

Robert Helmert, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Potsdam, seit 1898. (Zuvor Correspondent, seit 1896).

Philologisch-historische Klasse.

Theodor Mommsen, Dr., Professor, zu Charlottenburg, seit 1867. (Zuvor Correspondent, seit 1857).

Carl Hegel, Dr. ph. et jur., Professor, Geh. Rath, zu Erlangen, seit 1871. (Zuvor Correspondent, seit 1857).

Adolf Kirchhoff, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1881. (Zuvor Correspondent, seit 1865).

Theodor Nöldecke, Dr., Professor, zu Straßburg, seit 1883. (Zuvor Correspondent, seit 1864).

Leopold Delisle, Administrateur général de la bibl. nationale, zu Paris, seit 1886. (Zuvor Correspondent, seit 1866).

Theodor von Sickel, Dr., Professor, Hofrath, zu Rom, seit 1886. (Zuvor Correspondent, seit 1868).

Julius Oppert, Professor, zu Paris, seit 1887. (Zuvor Correspondent, seit 1876).

M. J. de Goeje, Professor, zu Leiden, seit 1888. (Zuvor Correspondent, seit 1872).

Gaston Paris, Membre de l'Institut, zu Paris, seit 1889.

Julius Ficker von Feldhaus, Dr., Professor, Hofrath, zu Innsbruck, seit 1889. (Zuvor Correspondent, seit 1866).

Alexander Conze, Dr., Generalsekretär des archäol. Instituts, zu Charlottenburg, seit 1890. (Zuvor Correspondent, seit 1875).

L. Duchesne, Abbé, zu Paris, seit 1891.

Friedrich Bechtel, Dr., Professor, zu Halle, seit 1895. (Zuvor Assessor, seit 1882),

Pasquale Villari, Senatore del Regno d'Italia, zu Florenz, seit 1896.

P. Heinrich Denifle, Sotto-archivista della S. Sede, zu Rom, seit 1896.

Ulrich von Wilamowitz-Moellendorff, Dr. ph., Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1897. (Vorher seit 1892 ordentliches Mitglied).

Franz Bücheler, Dr. ph., Professor, Geheimer Regierungsrath, zu Bonn, seit 1899. (Vorher Correspondent, seit 1881).

Hermann Usener, Dr. phil., Professor, Geheimer Regierungsrath, zu Bonn, seit 1899. (Vorher Correspondent, seit 1887).

Hermann Diels, Dr. phil., Professor, Geheimer Regierungsrath, Beständiger Sekretär der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, seit 1899.

Richard Pietschmann, Dr. phil., Professor, seit 1899. (Vorher seit 1897 ordentliches Mitglied).

Correspondenten.

Mathematisch-physikalische Klasse.

Heinrich Limpricht, Dr. med. et ph., Professor, Geheimer Regierungsrath, zu Greifswald, seit 1860. (Zuvor Assessor, seit 1857).

Georg Quincke, Dr., Professor, Geh. Rath, zu Heidelberg, seit 1866.

Rudolf Lipschitz, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Bonn, seit 1867.

Wilh. Theod. Bernhard Holtz, Dr., Professor, zu Greifswald, seit 1869.

Georg Salmon, Professor, Provost des Trinity College zu Dublin, seit 1869.

Paul Gordan, Dr., Professor zu Erlangen, seit 1870.

Eduard Pflüger, Dr., Professor, Geh. Medicinalrath, zu Bonn, seit 1872.

Adolf Mayer, Dr., Professor, zu Leipzig, seit 1872.

Karl Anton Bjerknes, Dr., Professor, zu Christiania, seit 1873.

Johannes Thomae, Dr., Professor, zu Jena, seit 1873.

Henry Enfield Roscoe, Professor, zu London, seit 1874.

Johann Strüver, Dr., Professor, zu Rom, seit 1874.

Leo Königsberger, Dr., Professor, Geh. Rath, zu Heidelberg, seit 1874.

Ferdinand Frhr. von Richthofen, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1875.

William Huggins, Professor, zu London, seit 1876.

Joseph Norman Lockyer, Professor, zu London, seit 1876.

Wilhelm Waldeyer, Dr., Professor, Geh. Medicinalrath, Beständiger Sekretär der Akademie der Wissenschaften zu Berlin, seit 1877.

Theodor Reye, Dr., Professor, zu Straßburg, seit 1877.

Franz Carl Joseph Mertens, Dr., Professor, zu Wien, seit 1877.

Gösta Mittag-Leffler, Dr., Professor, zu Stockholm, seit 1878.

Georg Cantor, Dr., Professor, zu Halle, seit 1878.

Karl von Voit, Dr., Professor, Geheimer Rath und Obermedicinalrath, zu München, seit 1879.

Wilhelm Hittorf, Dr., Professor, Geheimer Regierungsrath, zu Münster, seit 1879.

Friedrich Beilstein, Dr., Geh. Rath, Excellenz, zu St. Petersburg, seit 1880.

Wilhelm His, Dr., Professor, Geheimer Medicinalrath, zu Leipzig, seit 1880.

Ulisse Dini, Professor, zu Pisa, seit 1880.

H. Rosenbusch, Dr., Professor, Geh. Bergrath, zu Heidelberg, seit 1882.

R. Fittig, Dr., Professor, zu Straßburg i. E., seit 1882.

Ferdinand Lindemann, Dr., Professor, zu München, seit 1882.

Ludwig Kiepert, Dr., Professor, Geh. Reg.-Rath, zu Hannover, seit 1882.

Franz Eilhardt Schulze, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1883.

Gaston Darboux, Dr., Professor, zu Paris, seit 1883.

Wilhelm Conrad von Röntgen, Dr., Professor, Geh. Rath, zu München, seit 1883.

Ludwig Sylow, Dr., zu Fredeickshall, seit 1883.

Gustav Tschermak, Dr., Professor, Hofrath, zu Wien, seit 1884.

Theodor Wilh. Engelmann, Dr., Professor, Geh. Medicinalrath, zu Berlin, seit 1884.

Emile Picard, Professor, zu Paris, seit 1884.

Edouard Bornet, Professor, zu Paris, seit 1885.

Wilhelm Pfeffer, Dr., Professor, Geh. Hofrath, zu Leipzig, seit 1885.

James Hall, Professor, zu Albany (New-York), seit 1885.

Ludimar Hermann, Dr., Professor, Geh. Medicinalrath, zu Königsberg, seit 1886.

Gustav Retzius, Dr., Professor, zu Stockholm, seit 1886.

Ferdinand Zirkel, Dr., Professor, Geh. Bergrath, zu Leipzig, seit 1886.

J. Boussinesq, Membre de l'Institut, zu Paris, seit 1886.

Georg Frobenius, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1886.

William Lord Rayleigh, zu Witham (Essex), seit 1886.

Julius Weingarten, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1886.

Walter Flemming, Dr., Professor, zu Kiel, seit 1887.

Hermann Vogel, Dr., Professor, Geh. Ober-Regierungsrath, zu Potsdam, seit 1887.

Emil Warburg, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1887.

Ernst Mach, Dr., Professor, Regierungsrath, zu Wien, seit 1887.

Hermann Vöchting, Dr., Professor, zu Tübingen, seit 1888.

Eugen Warming, Dr., Professor, zu Kopenhagen, seit 1888.
Simon Newcomb, Professor, Superintendent of the American Nautical Almanac, zu Washington, seit 1888.
Alexander Brill, Dr., Professor, zu Tübingen, seit 1888.
Karl von Kupffer, Dr., Professor, Geh. Rath, zu München, seit 1889.
Sir Archibald Geikie, Director-General of the Geological Survey of the United Kingdom, zu London, seit 1889.
Otto Bütschli, Dr., Professor, Hofrath, zu Heidelberg, seit 1889.
E. W. Beneke, Dr., Professor, zu Straßburg i. E., seit 1889.
J. Willard Gibbs, Professor, zu Newhaven, seit 1889.
F. Fouqué, Membre de l'Institut, zu Paris, seit 1891.
Friedrich Prym, Dr., Professor, zu Würzburg, seit 1891.
Max Bauer, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Marburg, seit 1892.
Camillo Golgi, Professor, zu Pavia, seit 1892.
Friedrich Leopold Goltz, Dr., Professor, zu Straßburg i. E., seit 1892.
Victor Hensen, Dr., Professor, Geh. Medicinalrath, zu Kiel, seit 1892.
Alexander von Karpinsky, Excellenz, Präsident des Comité géologique, zu St. Petersburg, seit 1892.
Dmitri Mendelejeff, Dr., Professor, zu St. Petersburg, seit 1892.
Simon Schwendener, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1892.
Karl von Zittel, Dr., Professor, Geh. Rath, Präsident der K. bayr. Akademie der Wissenschaften, zu München, seit 1892.
Heinrich Bruns, Dr., Professor, Geh. Rath, zu Leipzig, seit 1892.
J. H. van't Hoff, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1892.
Henry A. Rowland, Professor, zu Baltimore, seit 1892.
Max Nöther, Dr., Professor, zu Erlangen, seit 1892.
Adolf Hurwitz, Dr., Professor, zu Zürich, seit 1892.
Wilhelm von Bezold, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Berlin, seit 1897.

Philologisch-historische Klasse.

Leo Meyer, Dr., Professor, Wirkl. Staatsrath, Excellenz, zu Göttingen, seit 1865. (Zuvor Assessor, seit 1861).
Theodor Aufrecht, Dr., Professor, zu Bonn, seit 1871.
Ulrich Köhler, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1871.
William Stubbs, D. D. Rt. Rev. Bishop of Oxford, Cuddesdon Palace near Oxford, seit 1872.

Ferdinand Justi, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Marburg, seit 1875.

Ludwig Hänselmann, Dr., Professor, Stadtarchivar, zu Braunschweig, seit 1878.

Adolf Michaelis, Dr., Professor, zu Straßburg, seit 1879.

Georg Hoffmann, Dr., Professor, zu Kiel, seit 1881.

Wolfgang Helbig, Dr., Professor, zu Rom, seit 1882.

Otto Benndorf, Dr., Hofrath, Director des K. österreichischen archäologischen Instituts, zu Wien, seit 1883.

Curt Wachsmuth, Dr., Professor, Geh. Hofrath, zu Leipzig, seit 1884.

Heinrich Nissen, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Bonn, seit 1884.

Adalbert Bezzenberger, Dr., Professor, zu Königsberg, seit 1884.

J. F. Fleet, Dr., zu London, seit 1885.

Friedrich Hultsch, Dr., Ober-Schulrath, zu Dresden, seit 1885.

Johannes Vahlen, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, Beständiger Sekretär der Akademie der Wissenschaften, zu Berlin, seit 1885.

Percy Gardner, Professor, zu Oxford, seit 1886.

Friedrich Imhoof-Blumer, Dr., zu Winterthur, seit 1886.

Adolf Köcher, Dr., Professor, zu Hannover, seit 1886.

Joh. Gottfried Wetzstein, Dr., Konsul a. D., zu Berlin, seit 1886.

Eugen Petersen, Dr., Professor, Sekretär des archäologischen Instituts, zu Rom, seit 1887.

Sophus Bugge, Dr., Professor, zu Christiania, seit 1887.

Ignazio Guidi, Professor, zu Rom, seit 1887.

Adolf Erman, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1888.

Constantin Höhlbaum, Dr., Professor, zu Gießen, seit 1889.

Karl Koppmann, Dr., Stadtarchivar, zu Rostock, seit 1889.

Richard Pischel, Dr., Professor, zu Halle, seit 1889.

Sir Clemens Robert Markham, zu London, seit 1890.

Hermann Oldenberg, Dr., Professor, zu Kiel, seit 1890.

Wilhelm Fröhner, Dr., zu Paris, seit 1891.

Charles Gross, Professor, zu Cambridge, Mass., U. St. A., seit 1891.

Konstantinos Kontos, Professor, zu Athen, seit 1892.

Moritz Ritter, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Bonn, seit 1892.

Goswin Freiherr von der Ropp, Dr., Professor, zu Marburg, seit 1892.

Henry Harrisse, zu Paris, seit 1892.

Ludwig Traube, Dr., Privatdocent an der Universität München, seit 1894.

Wilhelm von Bippen, Dr., Staatsarchiv und Senatssekretär, zu Bremen, seit 1894.

Dietrich Schaefer, Dr., Professor, zu Heidelberg, seit 1894.

Edward Schröder, Dr., Professor, zu Marburg, seit 1894.

Albert Hauck, Dr., Professor, zu Leipzig, seit 1894.

Adolf Jülicher, Dr., Professor, zu Marburg i. H., seit 1894.

Wilhelm Wilmanns, Dr., Professor, Geh. Regierungsrath, zu Bonn, seit 1894.

Hermann Möller, Dr., Professor, zu Kopenhagen, seit 1894.

Hermann Jacobi, Dr., Professor, zu Bonn, seit 1894.

Heinrich Zimmer, Dr., Professor, Geheimer Regierungsrath, zu Greifswald, seit 1894.

August Mau, Dr., Professor und Bibliothekar des Kgl. archäologischen Instituts, zu Rom, seit 1894.

Maxime Collignon, Dr., Professor an der faculté des lettres, zu Paris, seit 1894.

F. Hultzsch, Dr., Government Epigraphist, (Madras), d. Z. in Dresden, seit 1895.

Elias Steinmeyer, Dr., Professor, zu Erlangen, seit 1895.

Eduard Meyer, Dr., Professor, zu Halle, seit 1895.

Otto Seek, Dr., Professor, zu Greifswald, seit 1895.

Oswald Holder-Egger, Dr., Professor, zu Berlin, seit 1896.

Max Rieger, Dr., zu Darmstadt, seit 1897.

Graf Carlo Cipolla, zu Turin, seit 1898.

Johann Ludwig Heiberg, Dr., Professor, zu Kopenhagen, seit 1899.

Karl Müller, Dr., Professor, zu Breslau, seit 1899.

Preisaufgabe der Wedekindschen Preisstiftung für Deutsche Geschichte.

I. Die von dem Verwaltungsrathe der Wedekindstiftung unterm 14. März 1896 für den Zeitraum 1896—1901 gestellte Aufgabe einer archivalisch begründeten Geschichte der innern Verwaltung des Kurfürstenthums Mainz unter seinen letzten Erzbischöfen (1763—1802) ist ohne Bewerbung geblieben. Für den Zeitraum 1901—1906 stellt der Verwaltungsrath als Aufgabe:

eine kritische Geschichte der sächsischen Bisthumsgründungen in der Karolingischen Zeit.

1. **Form und Einsendung der Bewerbungsschriften.** Bewerbungsschriften müssen vor dem 1. August 1905 an den Direktor des Verwaltungsraths der Stiftung eingesandt werden und aller äußern Zeichen entbehren, an welchen die Verfasser erkannt werden können. Jede Schrift ist mit einem Sinnspruche zu versehen, und es ist ihr ein versiegelter Zettel beizulegen, auf dessen Außenseite derselbe Sinnspruch sich befindet, während inwendig Name, Stand und Wohnort des Verfassers angegeben sind.

2. **Preis.** Der Preis beträgt 3300 Mark und muß ganz oder kann gar nicht zuerkannt werden.

3. **Druck der Preisschrift.** Die gekrönte Schrift geht in das Eigenthum der Stiftung für diejenige Zeit über, in welcher dasselbe den Verfassern und deren Erben gesetzlich zustehen würde. Der Verwaltungsrath wird dieselbe einer Buchhandlung in Verlag geben oder auf Kosten der Stiftung drucken lassen.

Der Ertrag der ersten Auflage, welche ausschließlich der Freiexemplare höchstens 1000 Exemplare stark sein darf, fällt dem verfügbaren Kapitale der Stiftung zu, da der Verfasser den erhaltenen Preis als sein Honorar zu betrachten hat. Wenn indessen jener Ertrag ungewöhnlich groß ist, d. h. wenn derselbe die Druck-

kosten um das Doppelte übersteigt, so wird die Königliche Gesellschaft auf den Vortrag des Verwaltungsrathes erwägen, ob dem Verfasser nicht eine außerordentliche Vergeltung zuzubilligen sei.

Findet die Königliche Gesellschaft fernere Auflagen erforderlich, so wird sie den Verfasser, oder, falls er nicht mehr leben sollte, einen andern dazu geeigneten Gelehrten zur Bearbeitung derselben veranlassen. Der reine Ertrag der neuen Auflagen soll sodann zu außerordertlichen Bewilligungen für den Verfasser, oder falls er verstorben ist, für dessen Erben und den neuen Bearbeiter nach einem von der Königlichen Gesellschaft festzustellenden Verhältnisse bestimmt werden.

Jede von der Stiftung gekrönte und herausgegebene Schrift wird auf dem Titel die Bemerkung haben:

> von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen mit einem Wedekind'schen Preise gekrönt und herausgegeben.

4. **Freiexemplare.** Von den Preisschriften, die die Stiftung herausgiebt, erhält der Verfasser zehn Freiexemplare, der Verwaltungsrath ebenfalls zehn zu freier Verfügung.

II. Am Schlusse des oben bezeichneten Verwaltungszeitraumes wird der Verwaltungsrath auch den sogenannten dritten Preis der Stiftung zu ertheilen berechtigt.

Für den dritten Preis wird keine bestimmte Aufgabe ausgeschrieben, sondern die Wahl des Stoffes bleibt den Bewerbern nach Maßgabe der folgenden Bestimmungen überlassen:

Vorzugsweise verlangt der Stifter für denselben ein deutsch geschriebenes Geschichtsbuch, für welches sorgfältige und geprüfte Zusammenstellung der Thatsachen zur ersten, und Kunst der Darstellung zur zweiten Hauptbedingung gemacht wird. Es ist aber damit nicht bloß eine gut geschriebene historische Abhandlung, sondern ein umfassendes historisches Werk gemeint. Speciallandesgeschichten sind nicht ausgeschlossen, doch werden vorzugsweise nur diejenigen der größern deutschen Staaten berücksichtigt.

Zur Erlangung des Preises sind die zu diesem Zweck handschriftlich bis zum 1. August 1905 eingeschickten Arbeiten und die während des Verwaltungszeitraumes von Beginn des Jahres 1896 ab bis zum 1. August 1905 gedruckt erschienenen Werke dieser Art gleichmäßig berechtigt. Dabei findet indessen der Unterschied statt, daß die handschriftlichen, sofern sie in das Eigenthum der Stiftung übergehen, den vollen Preis von 3300 Mark, die bereits gedruckten aber, welche Eigenthum des Ver-

fassers bleiben, oder über welche als sein Eigenthum er bereits verfügt hat, die Hälfte des Preises mit 1650 Mark empfangen.

Wenn keine preiswürdigen Schriften der bezeichneten Art vorhanden sind, so darf der dritte Preis angewendet werden, um die Verfasser solcher Schriften zu belohnen, welche durch Entdeckung und zweckmäßige Bearbeitung unbekannter oder unbenutzter historischer Quellen, Denkmäler und Urkundensammlungen sich um die deutsche Geschichte verdient gemacht haben. Solchen Schriften darf aber nur die Hälfte des Preises zuerkannt werden.

Es steht Jedem frei, für diesen zweiten Fall Werke der bezeichneten Art auch handschriftlich einzusenden. Mit denselben sind aber ebenfalls alle gleichartigen Werke, welche vor dem Einsendungstage des laufenden Zeitraums gedruckt erschienen sind, für diesen Preis gleich berechtigt. Wird ein handschriftliches Werk gekrönt, so erhält dasselbe einen Preis von 1650 Mark; gedruckt erschienenen Schriften können nach dem Grade ihrer Bedeutung Preise von 825 bezw. 1650 Mark zuerkannt werden.

Die handschriftlichen Werke, welche sich um den dritten Preis bewerben, können mit dem Namen des Verfassers versehen oder ohne denselben eingesandt werden.

III. Für beide Preise gilt:

Das Preisgericht besteht aus dem Verwaltungsrathe der Stiftung und sovielen von ihm aus den übrigen Angehörigen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, den ordentlichen, den auswärtigen Mitgliedern und den Correspondenten, hinzu erwählten anerkannt sachkundigen und unparteilichen Männern, daß die Gesammtzahl sieben ist. Die Mitglieder des Preisgerichts können nicht an der Bewerbung Theil nehmen. Die übrigen Mitglieder der Königlichen Gesellschaft dürfen sich wie jeder andere um den Preis bewerben.

Das Urtheil des Preisgerichts wird am 14. März 1906 in einer Sitzung der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften bekannt gemacht und in deren „Nachrichten“ in der Abtheilung: Geschäftliche Mittheilungen veröffentlicht.

Die Verfasser der gekrönten Schriften oder deren Erben werden noch besonders durch den Direktor von dem ihnen zugefallenen Preise benachrichtigt und können diesen bei der Königlichen Universitätscasse zu Göttingen auf Anweisung des Direktors gegen Quittung erheben.

Sämmtliche Preise fallen, wenn die Verfasser der Preisschriften bereits gestorben sein sollten, deren Erben zu. Der dritte Preis kann auch gedruckten Schriften zuerkannt werden,

deren Verfasser schon gestorben sind, und fällt alsdann den Erben derselben zu.

Die Verfasser der nicht gekrönten Schriften können dieselben unter Angabe ihres Sinnspruchs und Einsendung des etwa erhaltenen Empfangsscheines innerhalb eines halben Jahres zurückfordern oder zurückfordern lassen. Sofern sich innerhalb dieses halben Jahres kein Anstand ergiebt, werden dieselben am 14. October von dem Director den zur Empfangnahme bezeichneten Personen portofrei zugesendet. Nach Ablauf dieser Frist ist das Recht zur Zurückforderung erloschen.

Göttingen, den 14. März 1901.

Der Verwaltungsrath
der Wedekindschen Preisstiftung
für Deutsche Geschichte.

Max Müller.

Von

F. Kielhorn.

Am 28. Oktober vergangenen Jahres hat die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften ihr auswärtiges Mitglied F. Max Müller durch den Tod verloren. Die wissenschaftliche Thätigkeit dieses hochbegabten und vielseitigen Gelehrten in jeder Richtung zu schildern und richtig zu beurtheilen, würde eine schwere Aufgabe sein; mir, dem viele seiner Arbeiten fern liegen, wäre es unmöglich. Wenn ich dennoch Ihre Geduld für wenige Worte in Anspruch nehme, so geschieht es, weil ich Ihnen eine Idee von den großen, heute oft weniger beachteten Verdiensten geben möchte, die sich Max Müller auf dem beschränkten Gebiete der indischen Philologie erworben hat.

Die erste zuverlässige Beschreibung der Masse indischer Schriften, die mit dem Namen Veda bezeichnet werden, verdanken wir dem englischen Gelehrten Colebrooke, der uns den Zugang zu den meisten Gebieten namentlich der wissenschaftlichen Literatur Indiens eröffnet hat. Aber die Schlußsätze seiner im Jahre 1805 veröffentlichten Abhandlung über die heiligen Schriften der Inder waren wenig geeignet zu einer eingehenden Beschäftigung mit diesen Schriften aufzumuntern. Die Veden sind zu umfangreich für eine vollständige Uebersetzung, und ihr Inhalt würde kaum die Mühe des Lesers, viel weniger die des Uebersetzers belohnen. Ihre Sprache ist außerordentlich schwierig und dunkel; und wenn auch merkwürdig als die Mutter einer eleganteren und verfeinerten Sprache, des classischen Sanskrit, wird sie lange eine Prüfung der Veden verhindern, die uns in den Stand setzen würde, Alles zu erfahren, was seltsam und wichtig in diesen umfangreichen Werken ist. Aber diese verdienen wohl gelegentlich von Orientalisten eingesehen zu werden.

Wenn die vedischen Schriften heute als die Grundlage betrachtet werden, auf der unsre Kenntniß der Sprachen, Religionen und Wissenschaften Indiens sich aufbauen muß, und wenn die von Colebrooke erwähnten Schwierigkeiten zum großen Theile gehoben sind, so ist dies in nicht geringem Maße das Verdienst der deutschen Wissenschaft. Hier in Göttingen werden wir vor allen des zu früh verstorbenen Friedrich Rosen gedenken, der die wahre Bedeutung der Veden zuerst erkannt hat, und der durch seine 1838 nach seinem Tode veröffentlichte Ausgabe und Uebersetzung des ersten Buches des Rigveda uns gezeigt hat, wie Großes wir von ihm hätten erwarten dürfen, wenn ihm ein längeres Leben beschieden gewesen wäre.

Nach Rosens Tode war sein Freund, der französische Gelehrte Eugène Burnouf, zunächst der einzige, der die Tradition der vedischen Studien wach erhielt. In seinen Vorlesungen, die auch von Deutschen wie Goldstücker und Roth besucht wurden, betonte er auf's schärfste den Werth des Veda für die Geschichte der Sprachen und Religionen; und er ist es, ohne dessen Rath und Beistand Max Müller, wie dieser dankbar anerkennt, nicht im Stande gewesen sein würde, das zu unternehmen, was er selbst oft als das Hauptwerk seines Lebens bezeichnet hat.

Es war im Jahre 1845, während er die Vorlesungen Burnoufs besuchte, als Max Müllers Gedanken sich zum ersten Male auf eine Ausgabe des Rigveda mit dem indischen Commentare richteten. Vorher hatte er das classische Sanskrit bei Hermann Brockhaus in Leipzig gelernt, auch die erste deutsche Uebersetzung des Hitopadeśa, einer Sammlung von Fabeln, veröffentlicht. Aber seine Ideen von Sanskrit Literatur waren kaum hinausgegangen über Kâlidâsas Dichtungen, die epischen Gedichte, die indischen Systeme der Philosophie und die Upanishads. Von diesen hatte er einige für Schelling übersetzt und Commentare dazu abgeschrieben, und er dachte daran, sich ganz diesem Zweige der Literatur zu widmen. Wohl erinnere ich mich, so schreibt er, meines Erstaunens, als Burnouf von diesen Upanishads als Werken sehr geringer Bedeutung sprach, verglichen mit den älteren Theilen des Veda, den Mantras und den Brâhmaṇas. Burnouf las über das von Rosen bearbeitete erste Buch des Rigveda. Er gab Auszüge aus Sâyaṇas Commentar, von dem er ein vollständiges Exemplar besaß, mit Stellen aus dem Nirukta und den Erklärungen desselben, Werken, die damals kaum in Europa bekannt waren. Nach einiger Zeit lieh er Max Müller einige seiner Handschriften, und ermuthigte ihn Stellen daraus abzuschreiben. Es war eine schwere Arbeit;

oft verzweifelte der junge Gelehrte; und ohne Burnoufs Aufmunterung und sein Geständniß, daß auch er nicht Alles in Sâyaṇas Commentare verstehe, würde er nie den Muth gehabt haben, auszuharren. Der Muth hat Max Müller nicht verlassen, und in langen Jahren angestrengter Arbeit hat er, bei den späteren Bänden von anderen Gelehrten unterstützt, sein großes Werk vollendet. Müssen wir ihm dafür stets dankbar sein, so gebührt unser Dank nicht weniger der Gesellschaft englischer Kaufleute, die dem 24jährigen Ausländer im Jahre 1847 die Mittel für die Ausführung seiner Pläne gewährte. Der erste dicke Quartband von Max Müllers Rigveda ist im Jahre 1849, der sechste und letzte 1874 erschienen.

Heute, nach mehr als 50 Jahren, machen wir uns nur mit Mühe eine Vorstellung von den großen Schwierigkeiten, die Max Müller zu überwinden hatte, ehe er den ersten, ausschließlich von ihm selbst bearbeiteten Band seines Werkes veröffentlichen konnte. Eine Ausgabe bloß des Textes der vedischen Hymnen wäre verdienstlich und verhältnißmäßig leicht gewesen, denn dieser Text ist uns seit mehr als zwei Jahrtausenden auf das sorgfältigste und unverändert überliefert, so daß kein Herausgeber es wagen würde, an dem auch ihm heiligen Texte nur einen Buchstaben zu ändern. Max Müller erstrebte von Anfang an — und dies wird ihm stets zu hohem Ruhme gereichen — die kritische Herausgabe auch des indischen Commentars, nicht in nach Gutdünken gemachten Auszügen, sondern in seinem ganzen vollen Umfange. Ueber den Werth der einheimischen Exegese ist heftig gestritten worden. Auf jeden Fall mußten wir diese sogenannte traditionelle Erklärung der vedischen Texte kennen lernen, die trotz ihrer Mängel allen europäischen Erklärern des Veda grosse Dienste geleistet hat. Als Max Müller an sie herantrat, gab es kein auch nur einigermaßen vollständiges Lexicon, viel weniger Ausgaben der zahlreichen Texte, die der Commentator beständig citirt und ohne deren Kenntniß seine Erklärungen unverständlich oder nicht zu controlliren sind. Heute besitzen wir, außer dem grossen Petersburger Wörterbuch, Ausgaben mit Erklärungen oder Uebersetzungen von Yâskas Nirukta, von den Śrauta- und Gṛihya-sûtras und den Brâhmaṇas, und vollständige Texte der umfangreichen grammatischen Literatur, und doch wird Jeder bekennen, daß Sâyaṇas Commentar in allen seinen Theilen zu verstehen keineswegs leicht ist. Max Müller hatte die meisten dieser Werke nur in mehr oder weniger correcten Handschriften, er mußte ihre Texte sich selbst constituiren und wenigstens die

wichtigsten davon mit Indices versehen, ehe er seine eigentliche Aufgabe in Angriff nehmen konnte. Daß er diese glänzend gelöst hat, wird allgemein anerkannt. Wer wie ich ihn drei Jahre lang beim Rigveda thätig gesehen hat, weiß, wie gewissenhaft er arbeitete, und daß er nicht der Mann war auch nur eine Zeile des Commentars zu drucken, deren Sinn er nicht wohl erwogen gehabt hätte. Besäßen wir auch nur den ersten Band seines Rigveda, wir würden Max Müller zweifellos unter die ersten Sanskritisten des vergangenen Jahrhunderts rechnen müssen.

Von den Werken, die Max Müller noch während der Publication des Rigveda veröffentlicht hat, muß ich wenigstens zwei bahnbrechende Arbeiten nennen — seine sorgfältige Ausgabe des Rigveda-Prâtiśâkhya, eines Lehrbuchs der Phonetik, das für den Text des Rigveda und unsere Kenntniß des Vedastudiums überhaupt von Wichtigkeit ist, und besonders seine 1859 erschienene Geschichte der vedischen Literatur, die eine Fülle der Belehrungen bot und noch heute nicht übertroffen ist. Der unermeßliche Umfang dieser Literatur, die Unzugänglichkeit ihrer Monumente und der Umstand, daß diese so schwer zu verstehen sind, erheischten ein lange fortgesetztes und unermüdliches Studium, vereint mit ungewöhnlichem Scharfsinn. Es giebt kaum einen anderen unter den Lebenden, der so tief in diesen Schacht hinabgestiegen wäre wie Max Müller, und wir alle schulden ihm Dank nicht nur für das, was er selbst ans Tageslicht gefördert hat, sondern auch für die Wege, die er eröffnet und gebahnt hat für künftige Arbeiten. So urtheilte über die Literaturgeschichte Whitney, dem es sonst an Schärfe des Urtheils Max Müller gegenüber nicht gefehlt hat.

Schon vor der Beendigung des Rigveda hatte sich Max Müller, zum Theil veranlaßt durch seine Stellung in Oxford — er war zuerst Professor der modernen Europäischen Sprachen und seit 1868 Professor der Vergleichenden Sprachforschung — wesentlich anderen Studien zugewendet; und später ist seine große Arbeitskraft nicht wenig in Anspruch genommen durch die Herausgabe der von ihm im Jahre 1876 begründeten, jetzt 50 Bände zählenden Serie von Uebersetzungen der Heiligen Bücher des Ostens. Aber wir verdanken ihm auch in dieser späteren Zeit, wenn vielleicht weniger bleibende Resultate seiner eigenen Arbeit, so doch die mannigfachsten Anregungen auf fast allen Gebieten unsrer speciellen Studien. Wie er vom Veda ausgegangen war, so ist der Veda fortgesetzt das Lieblingsstudium seines Lebens geblieben, und wir bedauern darum, daß andere Arbeiten ihn verhindert haben,

seine Kenntniß desselben durch Erklärung und Uebersetzung in ausgedehnterem Maße auch für uns nutzbar zu machen.

Unübertroffen steht Max Müller da durch die Art und Weise, wie er durch seine Essays und in öffentlichen Vorlesungen das Interesse für das alte Indien namentlich in England und bei den Indern selbst zu erwecken und zu fesseln verstanden hat. Er hat sich immer bemüht in dem, womit er sich beschäftigte, die Punkte allgemeineren Interesses herauszufinden; und fast möchte man sagen, daß ihm das Wissen seinen rechten Werth erst dann hatte, wenn er es zum Gemeingut der Gebildeten machen konnte.

Wir Sanskritisten schulden Max Müller noch besonderen Dank, nicht nur dafür, daß er dem Einzelnen stets mit Rath und That zu helfen bereit gewesen ist, sondern auch dafür, daß er seinen großen Einfluß zum Nutzen unsrer Wissenschaft auszuüben sich bemüht hat. In seinem bezaubernd liebenswürdigen Wesen Jedem zugänglich, hat er Viele zu Arbeiten angeregt, Manchem den Weg nach Indien eröffnet; und wenn die Jüngeren unter uns die ihnen von den indischen Regierungen nach Deutschland geschickten Handschriften jetzt leichter und bequemer benutzen als die unsrer eigenen deutschen Bibliotheken, so mögen auch sie dankbar des Mannes gedenken, auf dessen Anregung die Erforschung der Bibliotheken Indiens und die Sicherstellung ihrer Schätze zurückzuführen sind.

Von der philosophischen Facultät der Georg-Augusts Universität zu Göttingen wird zur Veröffentlichung folgendes mitgetheilt:

Beneke Preisstiftung.

Am 11. März 1901, dem Geburtstage des Begründers der Preisstiftung, des Consistorialrathes Carl Gustav Beneke wurde in öffentlicher Facultätssitzung das Resultat der Preisbewerbung für das Jahr 1901 verkündet.

Die philosophische Facultät hatte im März 1898 folgende Aufgabe gestellt:

„Als allgemein geltende Grundlage für die mathematische Behandlung der Naturerscheinungen ist lange Zeit hindurch das Princip der Stetigkeit oder noch specieller die Darstellung durch unbeschränkt differentiierbare Functionen angesehen worden. Diese Grundlage wurde von den Erfindern der Differential- und Integralrechnung als etwas Selbstverständliches eingeführt; die Fortschritte der mathematischen Forschung haben aber je länger je mehr gezeigt, daß dabei eine sehr große Zahl stillschweigender Voraussetzungen zu Grunde lag, zu denen man bei der immer vorhandenen Ungenauigkeit unserer sinnlichen Wahrnehmungen keineswegs gezwungen ist. Auch tritt mit dem genannten Ansatze die Annahme der molecularen Constitution der Materie von vorneherein in Widerspruch. Die Facultät wünscht eine von actuellem wissenschaftlichen Interesse getragene Schrift, welche die hier in Betracht kommenden Fragen in allgemein verständlicher Weise darlegt und die Zulässigkeit, bez. Zweckmäßigkeit der üblichen Darstellung einer eingehenden Prüfung unterwirft. Die Schrift kann mehr nach mathematischer oder philosophischer und psychologischer Seite ausholen; historische Studien sind erwünscht, werden aber nicht verlangt“.

Auf diese Aufgabe hin sind bei dem Dekan der Facultät drei

Arbeiten rechtzeitig eingelaufen, welche weiter unten noch näher charakterisiert werden sollen. Vorab möge hier eine ausführlichere Erläuterung der Preisfrage gegeben werden, einmal, weil die ursprüngliche Formulierung in ihrer Kürze verschiedentlich nicht richtig aufgefaßt worden ist, dann aber auch um einen Maaßstab für die Beurteilung der eingelaufenen Arbeiten zu haben.

Die Fragestellung ist vielfach dahin gedeutet worden, oder es ist doch als ihr Kern angesehen worden: man solle entscheiden, ob man die Materie besser als molecular aufgebaut oder als continuierlich zu denken habe, ob insbesondere die modernen Fortschritte der Naturwissenschaft mehr in der Richtung der einen oder der anderen Auffassungsweise liegen.

Eine derartige Erörterung, von einem unabhängigen Standpunkte aus und mit wirklichem Ueberblick über die neuesten Fortschritte der in Betracht kommenden naturwissenschaftlichen Gebiete unternommen, wäre nicht ohne Verdienst. Dies jedenfalls sollte dabei hervorgekehrt werden, daß sich die zweierlei Auffassungsweisen gerade auch in der neuesten Zeit alternierend immer wieder ablösen. Nachdem Maxwell in der Electricitätslehre die Theorie des Continuums zu Ehren gebracht hat, steuern wir bei derselben jetzt in Folge des Studiums der Kathodenstrahlen und der electrodynamischen Lichttheorie wieder auf atomistische Vorstellungsweisen hin. Die physikalische Chemie, welche in der Phasenlehre von Gibbs die Zustände der Materie durch eine endliche Zahl von Parametern charakterisiert, also Continuitätsvorstellungen zu Grunde zu legen scheint, entwickelt nach anderer Seite die wesentlich atomistische Jonentheorie. Zu derselben Zeit, wo man in der Physik versucht, durch eine bloß „phänomenologische“ Schilderung der Erscheinungen das Beste zu leisten, wird in der Chemie die Lehre von der Lagerung der Atome im Raume ausgebaut, etc. etc. — Andererseits wäre hervorzuheben, daß die atomistische Vorstellungsweise nicht nothwendig zur Idee von Fernkräften führt; man kann sie mit der Idee einer im Raume continuierlichen Krafttransmission verbinden, indem man die electrischen oder materiellen Atome (wie immer man sich dieselben denken mag) als singuläre Stellen in einem den Raum continuierlich erfüllenden Medium einführt.

Die so umschriebene Erörterung, so interessant sie sein könnte, träfe aber doch nicht das eigentliche von der Facultät vorgeschlagene Thema; sondern gäbe für dasselbe nur beiläufiges Material. Man wird dem Thema wesentlich näher kommen, wenn man fragt: in wie weit sind bei den genannten Beispielen die beiden Vor-

stellungsweisen (der Continuumstheorie und der Moleculartheorie) für die Erklärung oder, besser gesagt, die Darstellung der beobachteten Thatsachen mathematisch gleichwertig? Man wird den Sinn des Themas vollständig haben, wenn man zunächst alles Hypothetische oder Speculative, auf das intime Wesen der Materie Bezügliche, abstreift und ganz allgemein Folgendes beachtet: Jedermann führt, sobald er die Gesammtwirkung ausgedehnter Gebilde beurteilen will, die in kleinen Dimensionen inhomogen sind, homogene Mittelwerthe ein; für diese statuiert er Abhängigkeiten, die er durch möglichst einfach gewählte Functionen ausdrückt. So ersetzt der numerische Rechner in zahlreichen Fällen Summationen durch Integrationen etc. Der ursprüngliche Anlaß zu dem solcherweise bezeichneten Ansatze liegt vermuthlich in der Natur unserer sinnlichen Wahrnehmungen. Man denke z. B. daran, daß ein Schneehaufen, aus einiger Entfernung betrachtet, oder ein Wald, der den Horizont abschließt, eine continuierliche Contour zu besitzen scheinen. Hiermit verbindet sich des weiteren das Streben nach möglichst einfacher Darstellung. Wie weit ist der in Rede stehende Ansatz mathematisch berechtigt? Insbesondere, welchen Sinn hat es, auf die Abhängigkeiten, die wir zwischen den homogenen Mittelwerthen aufstellen, die Grundsätze der Differentialrechnung und der Reihenlehre anzuwenden? Und wenn wir durch eine solche Anwendung richtige Resultate finden, können wir dann auf die Homogeneïtät oder Nicht-Homogeneïtät des Substrats einen Rückschluß machen? — Erst wenn der Complex der solcherweise bezeichneten Fragen erledigt oder doch verstanden ist, möge man zum Problem der Naturerklärung zurückgehen. Man wird sich dann fragen, welche innere Bedeutung den Stetigkeitsvoraussetzungen, die man hierauf bezüglich von altersher zu machen pflegt, beigelegt werden muß, ob dieselben mehr sind als ein bloßes Hülfsmittel zur leichteren Durchführung der mathematischen Betrachtung, und in welchem Sinne die Resultate, welche man von den genannten Voraussetzungen aus ableitet, auf objective Gültigkeit Anspruch machen. —

Es ist unmöglich, das Gesagte hier noch eingehender zu erläutern. Nur auf ein besonders einfaches Beispiel (welches Boussinesq gelegentlich behandelt) mag noch hingewiesen werden. Jedermann lernt, daß das Potential der Schwere im Inneren eines Körpers der Differentialgleichung $\Delta V = -4\pi\rho$ genügt. Welche Bedeutung hat diese Differentialgleichung, oder auch: welche Bedeutung will man den Größen V und ρ, die in der Differentialgleichung vorkommen, für einen Körper beilegen, der in kleinen

Dimensionen inhomogen ist (wie der soeben genannte Schneehaufen)? Und wie stellen sich diese Fragen, wenn man einen Aufbau des Körpers aus streng punctförmigen Atomen voraussetzen will? Man wird in dem einen oder andern Falle V und ϱ selbstverständlich als Mittelwerthe einführen wollen; wie sind diese Mittelwerthe zu berechnen?

Ueber Fragen und Schwierigkeiten der hiermit bezeichneten Art sind die hervorragendsten Theoretiker früherer Jahrzehnte unbedenklich hinweggegangen. Man lese nach, wie Cauchy oder Poisson von Molecularvorstellungen aus zu den Differentialgleichungen der mathematischen Physik kommen. Und das hiermit gegebene Beispiel findet von seiten der Mehrzahl der heutigen Physiker ebenso unbedenkliche Nachfolge. Offenbar spielen dabei in die Ueberlegungen eine Menge empirischer Elemente hinein. Die Erfahrung gibt uns die Gewißheit, daß im allgemeinen kleine Abänderung der Prämissen die Resultate nur wenig abändert. Freilich trifft dies nicht immer zu (wenn „Instabilität" vorliegt, bei Explosionen etc.); die Naturforscher verlassen sich aber bezüglich der Frage, ob gegebenenfalls ein solcher Ausnahmefall vorliegt, oder nicht, auf ihr Gefühl oder auf die experimentelle Controle; wie der Erfolg zeigt, mit Recht.

Der heutige Mathematiker aber, der über die Principien seiner Wissenschaft nachdenkt, kann unmöglich die gleiche Selbstbeschränkung üben. Er wird nicht die Zweckmäßigkeit des geschilderten Verfahrens bestreiten, — sogar von da aus mit Vorliebe Anregung entnehmen —, darüber hinaus aber eine genaue mathematische Begründung und Umgränzung des Verfahrens verlangen. Für seinen Erkenntnißtrieb maaßgebend ist die moderne Entwickelung der Mathematik nach der kritischen Seite hin. Diese Entwickelung ist bisher in allgemeineren Kreisen, sowohl von physikalischer als auch von philosophischer Seite, gern als etwas Beiläufiges angesehen worden, was für die Zwecke der Naturerklärung nicht eigentlich in Betracht kommt. Die Aufgabe sollte aber doch nie sein, eine unbequeme Kritik zurückzuschieben, sondern immer nur, sie innerlich zu überwinden. Andererseits haben sich die Mathematiker in ihrer Mehrzahl damit begnügt, die neuen Principien im Bereich ihrer Specialwissenschaft zur Geltung zu bringen; sie haben nur erst selten Gelegenheit gehabt oder gesucht, die Beziehungen zu den Nachbargebieten dementsprechend auszugestalten. Deßhalb mögen einige Erläuterungen zur Sachlage hier am Platze sein.

1) Es handelt sich um diejenige Entwickelung der Mathema-

tik, welche als Arithmetisierung derselben bezeichnet wird. Als einzige Grundlage derselben gilt die Evidenz des Zahlbildes, bez. der Gesetze, nach denen man mit Zahlen operiert; auf diese Grundlage sind alle anderen Beziehungen zurückzuführen. Die Idee der continuierlichen Veränderlichen wird durch die allgemeineren Formulierungen der Mengenlehre ersetzt; die Idee der Function erfährt eine entsprechende Durchbildung. Differential- und Integral-Rechnung werden ausschließlich auf den strengen Gränzbegriff basiert; es erscheint als Regel, nicht als Ausnahme, daß eine stetige Function nicht differentiierbar ist. etc. etc.

2) Das Wesentliche ist nun, daß an der solcherweise arithmetisierten Mathematik gemessen alle sinnliche Auffassung als etwas Ungenaues, nur auf eine Anzahl Decimalen Bestimmtes erscheint. Trotzdem wird man die arithmetisierte Mathematik als Ausgangspunkt für die quantitative Beherrschung der Außenwelt festhalten wollen[1]). In welcher Form hat dies zu geschehen? Und welche Erleichterungen darf man sich gestatten, wenn man von den Resultaten wieder nur eine begränzte Genauigkeit verlangt? Dies ist die centrale Frage, unter welche sich alles früher Gesagte unterbegreift.

3) In dem Gesagten ist bereits enthalten, was zur Lösung der vorliegenden Schwierigkeiten geschehen sollte. Es handelt sich darum, daß sich der Mathematiker und der Empiriker auf einem Zwischengebiete die Hand reichen. Für den Mathematiker erwächst die Aufgabe, auf Grund der arithmetisierten Wissenschaft eine umfassende Lehre von den Näherungsmethoden zu entwickeln, als eine besondere Disciplin dasjenige zu pflegen, was Hr. Heun neuerdings treffend als Approximationsmathematik bezeichnet hat[2]). Für den Empiriker aber wird es sich darum handeln, auf allen Gebieten und jedenfalls sehr viel mehr als bisher, den Genauigkeitsgrad festzulegen, innerhalb dessen die (äußeren oder inneren) Beobachtungen, von denen er ausgeht, richtig sind, oder innerhalb deren er zuverlässige Resultate zu haben wünscht. —

Das hiermit bezeichnete Programm verlangt an sich nichts Neues, nur daß die strenge Durchführung bisher vielfach fehlt.

---

1) Man kommt sonst in neue Schwierigkeiten. Vergl. die Antrittsrede von Prof. Burkhardt: Mathematisches und Naturwissenschaftliches Denken, Zürich 1897.

2) Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung IX, 2 (1900).

Zahlenrechner haben sich von je an dasselbe angeschlossen und in Astronomie und Geodäsie ist dasselbe seit den Arbeiten von Gauss universell recipiert. Von neueren rein mathematischen Arbeiten dürften ganz besonders diejenigen von Tschebyscheff zu nennen sein. Nicht minder wird man hier den Satz von Weierstrass anführen wollen, daß man jede in einem Intervall gegebene stetige Function durch eine rationale Function endlichen Grades mit beliebiger Genauigkeit gleichmäßig approximieren kann. Als neue Forderung tritt nur auf, die bezeichnete Fragestellung als den eigentlichen Mittelpunct aller angewandten Mathematik mehr in den Vordergrund zu rücken, und übrigens einzusehen, daß die approximative Auffassung der Größenbeziehungen sehr viel mehr, als man früher wußte, unser ganzes Denken durchzieht. Unsere Aussagen über die Natur der Dinge aber werden bescheidener werden. Man hat früher oft gesagt, daß andere als analytische Functionen in der Natur nicht vorkommen. Man wird diese Aussage jetzt dahin wenden, daß man vielleicht nur in Folge der Ungenauigkeit unserer Naturauffassung seither mit analytischen Functionen ausgereicht hat und zwar durchweg mit sehr einfachen analytischen Functionen. Man wird darum aber noch nicht zu dem andern Extrem übergehen, welches Boltzmann neuerdings vertritt, wenn er die Hypothese von der Unstetigkeit der Naturerscheinungen sozusagen als eine Denknotwendigkeit hinstellt. —

Die Bedeutung der von der Facultät gestellten Preisfrage dürfte hiermit genügend hervorgekehrt sein. Es galt, den Complex der in Betracht kommenden Fragestellungen und Auffassungen in übersichtlicher Form darzulegen und womöglich kritisch zu sichten. Ein Mathematiker konnte zugleich unternehmen, die Lehre von den Näherungsmethoden auf einem speciellen Gebiete durchzuführen, ein Philosoph oder Psycholog, die Ungenauigkeit unserer sinnlichen Wahrnehmung nach der einen oder anderen Richtung genauer zu studieren; man denke an den von Boltzmann mit Vorliebe herangezogenen Kinematographen. Was an mathematischen Kenntnissen unbedingt verlangt werden mußte, war nur, daß der Autor das Wesen der arithmetisierten Wissenschaft, wie es in den Schriften der heute maaßgebenden Mathematiker zu Tage tritt, in sich aufgenommen hatte. Hierzu genügt nicht, die allgemeinen Auseinandersetzungen hervorragender Autoren gelesen zu haben, welche den Einzelheiten der modernen Präcisionsmathematik niemals näher getreten sind, mag es sich nun um Helm-

holtz oder Kirchhoff, Boltzmann oder Mach handeln. Mathematik läßt sich nur durch concentriertes Studium erlernen; es gibt bei ihr keinen „Königsweg".

Wir wenden uns nunmehr zu einer kurzen Besprechung der drei eingelaufenen Arbeiten. Dieselben tragen beziehungsweise das Motto:

Nr. I. (40 kleine Quartseiten), „Immer strebe zum Ganzen etc.";

Nr. II. (120 Seiten, Halbfolio), „Natura non facit saltus";

Nr. III. (173 Seiten Folio), „Prudens interrogatio dimidium scientiae".

Von diesen Arbeiten kommt Nr. I hier von vornherein in Wegfall, weil es sich darin nur um aphoristische Aeußerungen eines Dilettanten über das mathematische Unendlich handelt.

In Nr. II finden sich zu Anfang manche zutreffende Bemerkungen, aus denen hervorgeht, daß der Verfasser die allgemeinen Prämissen zu einer Bearbeitung der Fragestellung besitzen dürfte. Des weiteren aber beschränkt er sich darauf, einzelne Kapitel der mathematischen Physik nach ihren allgemeinsten Umrissen zu besprechen und dabei seiner Vorliebe für die Continuumstheorie subjectiven Ausdruck zu geben. Auch fehlt es an manchen Stellen an der Kenntniß der neueren Fortschritte. Schließlich stellt der Verfasser eine eigene allgemeine Formulierung der mathematischen Physik auf phänomenologischer Basis in Aussicht, die er Theorie der Intensitäten nennt.

Der Haupttheil von Nr. III wird von den Grundzügen einer allgemeinen Erkenntnißtheorie eingenommen, fällt also aus dem Rahmen unserer Beurtheilung heraus. Erst die letzten 51 Seiten sind den „Hülfsmitteln der Mathematik und ihrer Bedeutung für die Physik" gewidmet, wobei der Verfasser ebenfalls zu Gunsten der Continuumstheorie Stellung nimmt. Dieser Teil der Darlegung ist keineswegs frei von ernsten Mißverständnissen; der Verfasser scheint sich mit Mathematik und Physik nur beiläufig beschäftigt zu haben.

Genaueres über die Ansichten der Facultät werden die Verfasser den voraufgeschickten allgemeinen Bemerkungen entnehmen. Die Facultät sieht sich zu ihrem Bedauern nicht in der Lage, einer der eingereichten Arbeiten einen Preis zuzusprechen.

Für das Jahr 1904 stellt die Facultät folgende Preisaufgabe:

„Die Facultät wünscht eine historische und beschreibende Darstellung der neulateinischen weltlichen Lyrik Deutsch-

lands während des 16. und 17. Jahrhunderts und im Anschluß daran eine Untersuchung des Einflusses, den diese Lyrik auf die in deutscher Sprache verfaßte Dichtung des 17. Jahrhunderts ausgeübt hat. Die außerdeutschen Neulateiner, insbesondere der Niederlande, werden dabei ausgiebig berücksichtigt werden müssen; dagegen liegt die Epigrammendichtung und die rein didaktische Poesie nicht im Rahmen der Aufgabe".

Bewerbungsschriften sind in einer der modernen Sprachen abzufassen und bis zum 31. August 1903, auf dem Titelblatt mit einem Motto versehen, an uns einzusenden, zusammen mit einem versiegelten Briefe, der auf der Außenseite das Motto der Abhandlung, innen Namen, Stand und Wohnort des Verfassers anzeigt. In anderer Weise darf der Name des Verfassers nicht angegeben werden. Auf dem Titelblatte muß ferner die Adresse verzeichnet sein, an welche die Arbeit zurückzusenden ist, falls sie nicht preiswürdig befunden wird. Der erste Preis beträgt 3400 M., der zweite 680 M.

Die Zuerkennung der Preise erfolgt am 11. März 1904 in öffentlicher Sitzung der philosophischen Fakultät zu Göttingen. Die gekrönten Arbeiten bleiben unbeschränktes Eigenthum ihres Verfassers.

Die Preisaufgaben, für welche die Bewerbungsschriften bis zum 31. August 1901 und 31. August 1902 einzusenden sind, finden sich in den Nachrichten der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften, Geschäftliche Mittheilungen von 1899 und 1900.

Göttingen den 4. April 1901.

Die philosophische Facultät.

Der Dekan

G. Berthold.

Verzeichniß

der im Jahre 1900 eingegangenen Druckschriften[1]).

A. Gesellschaftsschriften.

Aachen. Zeitschrift des Aachener Geschichtsvereins. Bd. 21. 1899.

Aarau. Argovia. Jahresschrift der historischen Gesellschaft des Kantons Aargau. Bd. 28. 1900.

Adelaide. Memoirs of the R. society of South Australia. Vol. 1, part 1 (1899) — part 2 (1900).

— Transactions of the R. society of South Australia. Vol. 23. 1898/99 (1899). — Vol. 24. 1900 part 1.

Agram. Ljetopis jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti. Svezak 14. 1900.

Amiens. Bulletins de la société des antiquaires de Picardie. Paris—Amiens. Année 1898. Trim. 1/2. 4. (1898/99). — Année 1899 trim. 1.

— Mémoires de la société des antiquaires de Picardie. Ser. 4, t. 3. 1899.

Amsterdam. Jaarboek van de Koninkl. akademie van wetenschappen voor 1899 (1900).

— Verhandelingen der Koninkl. akademie van wetenschappen. Afd. natuurkunde: Sectie 1, deel 7 no. 1—5. 1899/1900. — Sectie 2, deel 7 no. 1—3. 1899/1900. — Afd. letterkunde: Deel 2. 1900 no. 3 (1899).

— Verslagen van de gewone vergaderingen der wis- en natuurkundige afd. der Koninkl. akad. van wetenschappen. Deel 8. 1899/1900 (1900).

— Verslagen en mededeelingen der K. akademie van wetenschappen. Afd. letterkunde, R. 4 deel 3. 1899.

---

1) Der Verlagsort ist nur dann besonders angegeben, wenn er nicht mit dem Sitz der Gesellschaft zusammenfällt. Das Druckjahr ist, wo es dem Jahrgang einer Zeitschrift nicht entspricht, in Klammern hinzugefügt.

Amsterdam. Tijdschrift van het Koninkl. nederlandsch aardrijkskundig genootschap. Ser. 2, deel 16. 1899 no. 6. — D. 17. 1900 no. 1—6. — Naamlijst der leden op 1. Jun. 1900.

— Revue semestrielle des publications mathématiques rédigée sous les auspices de la société mathématique d'Amsterdam. T. 8. 1899/1900 (1900).

Antwerpen. Bulletin de la société royale de géographie d'Anvers. T. 23 fasc. 3—4. 1899/1900. — T. 24. fasc. 1—3. 1900.

Athen. *Ἀθηνᾶ. Σύγγραμμα περιοδικὸν τῆς ἐν Ἀθήναις ἐπιστημονικῆς ἑταιρίας.* T. 11, *τ.* 4. 1899. — T. 12, *τ.* 1—3. 1900.

— Mitteilungen des Kaiserl. deutschen archaeologischen Instituts. Athenische Abt., Bd. 24. 1899 H. 4. — Bd. 25. 1900 H. 1—3.

Augsburg. Zeitschrift des historischen Vereins für Schwaben und Neuburg. Jg. 26. 1899.

Baltimore. American journal of mathematics. Publ. under the auspices of the Johns Hopkins University. Vol. 21 no. 3. 4. 1899. — V. 22 no. 1/2. 1900.

— Memoirs from the biological laboratory of the Johns Hopkins University. Vol. 4 p. 4. 1900.

— Annual report of the president of the Johns Hopkins University 24. 1899.

— Johns Hopkins University studies. Ser. 17 no. 8—12. 1899. — 18 no. 1/4. 1900.

— Maryland geological survey. Vol. 3. 1899.

— Maryland weather service. Vol. 1. 1899.

Bamberg. Bericht der naturforschenden Gesellschaft. 17. 1897 (Umschl.: 1899) (Vorbericht 1900).

Basel. Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. Bd. 12 Heft 2. 3. 1900 und Anhang zu Bd. 12. 1899.

Batavia. Dagh-register gehouden int casteel Batavia vant passerende daer ter plaetse als over geheel Nederlandts - India. Uitg. door het Bataviaasch genootschap van kunsten en wetenschappen. Anno 1636. 's - Gravenhage 1899. — Anno 1672. 1899.

— Notulen van de algemeene en bestuurs - vergaderingen van het Bataviaasch genootschap van kunsten en wetenschappen. Deel 36 afl. 3. 1898 (2 Expl.). — D. 37 afl. 1. 2. 1899 (2 Expl.). — afl. 3. 4/5. 1900. — D. 38. 1900 afl. 1.

Batavia. Verhandelingen van het Batav. genootsch. van kunsten en wetenschappen. Deel 51 st. 2—4. 1900.

— Observations made at the magnetical and meteorological observatory at Batavia. Vol. 21. 1898 u. Supplement.
— Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië. Jg. 20. 1898 (1899).
— Die Triangulation von Java, ausgef. v. Personal d. geographischen Dienstes in Niederländisch Ost-Indien. Abt. 6. 1900.

— Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië. Uitg. door de Koninkl. natuurkundige vereeniging in Nederlandsch-Indië. Deel 59 (= X, 3) 1900.

Bayreuth. Archiv für Geschichte und Altertumskunde von Oberfranken. Hrsg. v. d. histor. Verein für Oberfranken. Bd. 21 Heft 1. 1899.

Belgrad. Meteorološki Izveštaj astronomske i meteorološke opservatorije. Bulletin météorologique de l'observatoire astronomique et météorologique. 1900 no. 1—9.

Bergen. Bergens museums aarbog for 1899 h. 2 (1900) u. aarsberetning for 1899 (1900). — Aarbog f. 1900 h. 1.
— An account of the Crustacea of Norway with short descriptions and figures of all the species by G. O. Sars. Publ. by the Bergen Museum. Vol. 3. Cumacea, p. 1/2. 1899.—3/4. 7/8. 1900.

Berkeley. University of California Bulletins. New Series, Vol. 1 no. 1—2 (May—Sept.) 1899. — Chronicle. An official record, Vol. 2. 1899. — Civil engineering laboratory. Report of tests of macadam stone from several Californian quarries. — Competition f. the Phoebe Hearst architect. plan (1899). — Library Bulletin 13. Sacramento 1899. — Announcement of commerce. 1898. — Bulletin of the department of geology. V. 2 no. 5. 6. 1899. — Bulletin of the agricultural experiment station of the Univ. of California. No. 122—126. Sacramento 1899. — University of California studies. No. 3/4. 1899.

Berlin. Sitzungsberichte der Königl. preuß. Akademie der Wissenschaften. Jg. 1899 no. 39/40. — Jg. 1900 no. 1/2—38.
— Harnack, Adf.: Geschichte d. Kgl. Pr. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. I, 1. 2. II. III. 1900.
— Die Zweihundertjahrfeier 1900.

Berlin. Centralbureau der internationalen Erdmessung. Neue Folge der Veröffentlichungen. No. 2. 1900. — Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation am Schlusse d. J. 1899 von Th. Albrecht (1900).

— Technische Hochschule: A. Riedler, Rede zur Feier der Jahrhundertwende 9/I. 1900. — A. Riedler, Ueber die geschichtliche u. zukünftige Bedeutung der Technik. Rede 26/I. 1900.

— Korrespondenzblatt des Gesammtvereins der deutschen Geschichts- und Alterthumsvereine. Jg. 1899 Nr. 4. 11/12. — Jg. 1900.

— Mitteilungen der Gesellschaft für deutsche Erziehungs- und Schulgeschichte. Jg. 9 Heft 4. 1899. — Jg. 10. 1900.

— Verhandlungen der Deutschen physikalischen Gesellschaft. Jg. 1 No. 13—15. Leipzig 1899. — Jg. 2. 1900 No. 1—16.

— Veröffentlichung d. K. Preußischen Geodätischen Institutes. N. F., No. 1—3. 1900.

— Mitteilungen des Vereins für die Geschichte Berlins. 1900.
— Schriften des Vereins für die Geschichte Berlins. Heft 37. 1900.

— Zeitschrift des Vereins für Volkskunde. Jg. 9. 1899 H. 4. — Jg. 10. 1900.

Bonn. Jahrbücher des Vereins von Altertumsfreunden im Rheinlande. Heft 105. 1900.

Bordeaux. Annales de la faculté des lettres de Bordeaux: Revue des études anciennes. Année 22 t. 2. Paris 1900. — Revue des lettres françaises et étrangères. Année 22 t. 2. Paris 1900.

— Mémoires de la société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Sér. 5, t. 5 cah. 1. 1899.
— Procès-verbaux des séances de la société des sciences physiques et naturelles. Année 1898/99 (1899).

— Commission météorologique de la Gironde. Observations pluviométriques et thermométriques 1898/99 (1899).

Boston. Proceedings of the American academy of arts and sciences. N. S., vol. 25 no. 5—8. — Vol. 35. 1899/1900. — Vol. 36 no. 1—8. 1900.

— Proceedings of the Boston society of natural history. Vol. 29 no. 1—8.

Braunsberg. Zeitschrift für Geschichte und Altertumskunde Ermlands. Bd. 13 Heft 1 (= H. 40) 1900.

Bremen. Bremisches Jahrbuch. Hrsg. v. d. historischen Gesellschaft des Künstlervereins. Bd. 19. 1900.

— Abhandlungen, hrsg. v. naturwissenschaftlichen Verein. Bd. 16 Heft 3. 1900.

Breslau. Jahresbericht der schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur. 77. 1899 (1900). — Partsch, J., Litteratur d. Landes- u. Volkskunde der Provinz Schlesien. 7. 1900 (= Erg.-Heft z. Jahresbericht 77).

Brisbane. Proceedings of the R. society of Queensland. Tit. to Vol. 11. — Index to Vol. 11—14. — Vol. 15. 1900.

Bromberg. Historische Gesellschaft für den Netzedistrict: Hollweg, Zur Geschichte des Waldes im Netze-District. Bromberg 1900.

Brünn. Bericht der meteorologischen Commission des naturforschenden Vereins über die Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen 17. 1897 (1899).

Brüssel. Annuaire de l'académie royale des sciences, des lettres et des beaux-arts de Belgique. Année 66. 1900.

— Bulletin de l'académie royale des sciences etc. Classe des sciences. 1899 No. 9—12. — 1900 No. 1—11. — Classe des lettres etc. 1899 No. 9—12. — 1900 No. 1—11. — Classe des sciences. Programme du concours pour 1900. — Cl. des lettres. Progr. du concours pour 1901/1903. — Cl. des beaux-arts. Progr. du concours pour 1900/1902.

— Annuaire de l'observatoire royal de Bruxelles par F. Folie. 1898 Année 65 u. Supplément. — 1900 Année 67.

— Procès-verbaux de la société Belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie. Année 1896 t. 10. (1899). — Année 1900 t. 14 (= Sér. 2 t. 4) fasc. 1—3.

— Analecta Bollandiana. T. 18 fasc. 4. 1899. — T. 19 fasc. 1—3. 1900.

Brüssel. Catalogus codicum hagiographicorum Graecorum Bibliothecae Vaticanae edd. Hagiographi Bollandiani et Pius Franchi de Cavalieri. 1899. — Repertorium hymnologicum: Supplementum 22257—24467.

Budapest. Magyar tudományos akadémiai almanach polgári és csillagászati naptárral 1900-re.

— Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn m. Unterstützung d. ungarischen Akademie der Wissenschaften u. d. Kgl. ungar. naturwissenschaftlichen Gesellschaft redig. v. J. Fröhlich. Bd. 15. 1897 (1899). — Bd. 16. 1898 (1899) (2 Expl.).

— Corpus nummorum Hungariae. Magyar egyetemes éremtár. Kötet 1 füzet 1. 1899.

— Értekezések a magyar tudomán. akadém. nyelv.-ésszéptudomanyi osztálya köreböl. Kötet 17 szam 3. 1899. 4. 5. 1900.

— Értekezések a társadalmi tudományok köreböl. Kiadja a magyar tudományos akadémia. Kötet 12 sz. 3. 4. 1899.

— Értekezések a történelmi tudományok köreböl. Kiadja a magyar tudományos akadémia. Kötet 17 sz. 3—10. — Köt. 18 sz. 1—10. 1899/1900.

— Archaiologiai értesitö. A magyar tudom. akad. arch. bizottságanák es, az orsz. régészetti s. emb. társulatnak közlönye, szerkesti Hampel József. Uj folyam kötet 19 sz. 3—5. — 20. 1900 sz. 1. 2.

— Mathematikai és természettudományi értesitö. Kiadja a magyar tudom. akad. Köt. 17. 1899 füz. 3—5. — Köt. 18. 1900 füz. 1. 2.

— Nyelvtudományi közlemények. Kiadja a magyar tudom. akad. Köt. 29 füz. 3. 4. 1899. — Köt. 30. 1900 füz. 1. 2.

— Mathematikai és természettudomanyi közlemények vonatkozólag a hazai viszonyokra. Kiadja a magyar tudom. akad. Köt. 27 sz. 4. 1899.

— Rapport sur les travaux de l'académie hongroise des sciences en 1899 (1900).

— Margalits, Ede, Horvát történelmi repertorium. Köt. 1. 1900.

— Publicationen der Kgl. ungarischen geologischen Anstalt. General-Register der Jahrgänge 1882—1891 des Jahresberichtes d. K. ungar. geolog. Anstalt zusammengest. von M. v. Pálfy. 1899. — Mittheilungen Bd. 12 H. 1. 2. — Bd. 13 H. 1—3.

Budapest. Landwirtschaftliche Statistik der Länder der Ungarischen Krone. Verf. u. hrsg. von d. Kgl. Ungar. statistischen Central-Amt. Bd. 4. 1900.

— Földtani közlöny. Geologische Mitteilungen. Zeitschrift der ungar. geolog. Gesellschaft. Köt. 30. 1900 füz. 1—7.

Buenos Aires. Anales de la sociedad científica Argentina. T. 48 entr. 5. 6. 1899. — T. 49. 1900. — T. 50 entr. 1—4. 1900.

— Primera Reunión del Congreso científico Latino Americano celebrada en Buenos Aires 1898 por iniciativa de la soc. científ. Argentina. 2. 1898. — 3. 1899. — 4. 1898.

— Comunicaciones del museo nacional de Buenos Aires. T. 1 no. 5—7. 1899—1900.

— Anales de la Oficina meteorológica Argentina por su director G. G. Davis. T. 13. 1900.

— Veröffentlichungen d. deutschen akad. Vereinigung. Bd. 1. H. 1—3.

Buffalo. Bulletin of the society of natural sciences. Vol. 6. 1898—99 no. 2/4.

Bukarest. Analele academiei romane. Partea administrativa şi desbaterile. Ser. 2. T. 22. 1899/1900. — Memoriile secţunil istorice. T. 21. 1898/99 (1900). — Indice alfabetico vol. 11—20 (Ser. 2).

— Academia Română. Discursuri de recepţiune. 21. 1900. — 22. 1900.

— Publicatiunile fondului Vasilie Adamachi. No. 5. 1900 u. Tit. zu Tomul 1. 1900.

— Analele institutuli meteorologic al României. T. 14 anul 1898 (1900).

Calcutta. Bibliotheca Indica. A collection of oriental works publ. by the Asiatic society of Bengal. N. S. 931—950 (1899). — 951—955 (1899). — 957 (1899). — 958—963 (1900). — 964—970 (1900).

— Catalogue of printed books and manuscripts in Sanskrit belonging to the oriental library of the Asiatic society of Bengal. Compiled by Paṇḍit Kunja Vihāri Nyāyabhūṣaṇa. Fasc. 1. 1899. — 2. 1900.

Calcutta. Memoirs of the geological survey of India. Vol. 28 part 1. 1898. — Vol. 29. 1899. — V. 30. 1900 p. 1.

— Palaeontologia Indica. Ser. 15. Vol. 1 part 2. 1899. 3. 4. 1897. — Vol. 2 Tit. Cont. and Appendix 1897. — Vol. 3 p. 1. 1899. — New Series, Vol. 1 no. 1. 2. 1899.

— General report on the work carried on by the geological survey of India. 1899/1900 (1900).

Cambridge Brit. Proceedings of the Cambridge philosophical society. Vol. 10 p. 4—6. 1900.

— Transactions of the Cambridge philosophical society. Vol. 19 no. 1.

— Memoirs presented to the Cambridge philosophical society on the occasion of the jubilee of G. G. Stokes. 1900.

Cambridge Mass. Bulletin of the museum of comparative zoology at Harvard college. Tit. zu Vol. 29. 1896. — Vol. 35 no. 3—8. 1899—1900. — Vol. 36 no. 1—4. 1900.

— Memoirs of the museum of comparative zoology at Harvard college. Vol. 24. 1899. Text. Plates.

Cassel. Mitteilungen an die Mitglieder des Vereins für hessische Geschichte und Landeskunde. Jg. 1898 (1900).

— Zeitschrift des Vereins f. hessische Geschichte und Landeskunde. N. F. 24 (= 34) Hälfte 1. 1899.

— Abhandlungen und Berichte des Vereins für Naturkunde. 45. üb. d. Vereinsjahr 1899/1900.

Charkow. Annales de l'université impériale. 1900, 1—4.

Charlottenburg. Die Thätigkeit der physikalisch-technischen Reichsanstalt i. d. Zeit vom 1. Febr. 1899 bis Febr. 1900. Berlin. (= Sonderabdr. aus „Zeitschrift für Instrumentenkunde" 1900 H. 5 u. 6.)

— Wissenschaftliche Abhandlungen der physikalisch-technischen Reichsanstalt. Bd. 3. Berlin 1900.

Chemnitz. Deutsches meteorologisches Jahrbuch. Beobachtungssystem des Kgr. Sachsen. Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen im Kgr. Sachsen. Jahrb. f. 1897 (= Jahrb. d. sächs. meteorolog. Instituts Jg. 15) Abt. 3. 1899.

— Decaden-Monatsberichte (Vorläufige Mittheilung) des Kgl. sächsischen meteorologischen Institutes. 1898 Jg. 1 (1899). — 1899 Jg. 2 (1900).

Chicago. Chicago academy of sciences. Bulletin of the geological and natural history survey. N. 1. 1896. — N. 2. 1897. — N. 3 p. 1. 1898.

— The John Crerar library. Annual report. 5. 1899 (1900).

Chicago. Field Columbian museum. Publication 2. 4–8. 1895. — 9–13. 15. 1896. — 16. 17. 19–22. 1897. — 23. 1898. — 24. 1897. — 25–29. 1898. — 30–41. 1899. — 43. 44. 46–50. 1900.

— The university of Chicago press: Astrophysical journal. Vol. 10 no. 5. 1899. — V. 11. 1900. — V. 12 no. 1–4. 1900. — Sep.-Abdr. aus Vol. 11 no. 5: R. de Köveslighethy, the physical meaning of the starmagnitude. 1900. — Botanical gazette. Vol. 28. 1899 no. 5–6. — V. 29. 30. 1900. — Journal of political economy. Vol. 8. 1899/1900. — American journal of semitic languages and literatures (continuing „Hebraica“). Vol. 16 no. 2–4. 1900. — Vol. 17 no. 1. 1900. — American journal of sociology. Vol. 5 no. 4–6. 1900. — Vol. 6 no. 1–3. 1900. — The monist. A quarterly magazine. Vol. 10 no. 2–4. 1899. — Vol. 11 no. 1.

— The open court. Vol. 13. 1899 no. 12. — V. 14. 1900.

Christiania. Forhandlinger i videnskabs-selskabet. 1899 no. 2–4. — Oversigt over møder 1899 (1900). — Tit. 1899 (1900).

— Skrifter udgivne af videnskabs-selskabet. Math.-naturv. Kl. 1899 no. 1. 5–9. — 1900 no. 1–4. — Histor.-philos. Kl. 1899. — 1900 no. 1–5.

Chur. Jahresbericht der historisch-antiquarischen Gesellschaft von Graubünden. Jg. 29. 1899 (1900).

— Jahresbericht der naturforschenden Gesellschaft Graubündens. N. F. Anhang zu Bd. 42: Ulr. Campelli, Rhaetiae Alpestris topographica descriptio. Appendix 3 u. 4. Pag. 1–80. — Pag. 81–121. — Anmerkungen (30 S.). — Berichtigungen (1 Bl.). — Bd. 43. 1899/1900.

Danzig. Schriften der naturforschenden Gesellschaft. Bd. 10 H. 1. 1899.

Davenport, Jowa. Proceedings of the Davenport academy of natural sciences. Vol. 7. 1897/99 (1900).

Des Moines. Jowa geological survey. Vol. 9. Report 1898 (1899).

Dresden. Neues Archiv für sächsische Geschichte u. Altertumskunde. Bd. 21. 1900 nebst Beiheft.

— Jahresbericht des Kgl. sächsischen Altertums-Vereins üb. d. Vereinsj. 75. 1899/1900.

— Die Sammlung des Kgl. sächs. Altertums-Vereins in ihren Hauptwerken. Liefg. 4. 1900.

Dublin. Proceedings of the R. irish academy. Ser. 3, vol. 5 no. 4. 5. 1900. — V. 6 no. 1. 1900.

Dublin. The economic proceedings of the R. society. Vol. 1 p. 1. 1899.

— The scientific proceedings of the R. society, N. S., vol. 9 p. 1. 1899.

— The scientific transactions of the R. society. Ser. 2, vol. 7 p. 2. 3. 1899. 4—7. 1900. — Index to the scientific proceedings and transactions of the R. soc. from 1877—1898 (1899).

— Astronomical observations and researches made at Dunsink, the observatory of Trinity college. 9. 1900.

Düsseldorf. Beiträge zur Geschichte des Niederrheins. Jahrbuch d. Geschichts-Vereins. Bd. 14. 1900. — Jahresbericht f. 1899—1900.

Edinburgh. Proceedings of the mathematical society. Vol. 18. 1899/1900.

— Proceedings of the R. society. Vol. 22.

— Transactions of the R. society. Vol. 39. 1898 p. 2—4.

— Proceedings of the R. physical society. Vol. 14 p. 2 1898/99 (1900).

Eichstädt. Sammelblatt des historischen Vereins Eichstädt. Jg. 14. 1899 (1900).

Eisenberg. Mittheilungen des geschichts- und alterthumsforschenden Vereins. Heft 15. 1900 u. Inh. zu Heft 11—15.

Erfurt. Jahrbücher der Kgl. Akademie gemeinnütziger Wissenschaften. N. F. Heft 26. 1900.

Erlangen. Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Societät. Heft 31. 1899. München (1900).

Florenz. Biblioteca nazionale centrale di Firenze. Bollettino delle pubblicazione italiane ricev. per diritto di stampa. 1899 Indici, Bogen A—D. F—J. — 1900 num. 337—359.

— Pubblicazioni del R. Istituto di studi superiori pratici e di perfezionamento. Sez. di filosofia e filologia. 27: D. Marzi, riforma del calendario nel quinto concilio lateranense. 1896. — 28: E. Coli, paradiso terrestre Dantesco. 1897. — Sez. di medicina e chirurgia. 15: G. Chiarugi, Contribuz. alla studio dei nervi encefalici no. 4. 1897. — 18: R. Staderini, osservazioni comp. 1896. — 19: A. Trambusti, midollo nella difterite. 1896. — 20: A. Lustig, risultati alla vaccinazione e sieroterapia. 1897. — Sez. di scienze fisiche e natur. 29: F. Bottazzi, cellule

muscolari, p. 1—3. 1897. — 28: Id., sviluppo embrionale della funzione motoria. 1897.

Frankfurt a. M. Mittheilungen über römische Funde in Heddernheim. Hrsg. v. Vereine f. Geschichte u. Alterthumskunde. Heft 3. 1900.

— Jahresbericht des physikalischen Vereins f. 1898/99 (1900).

Genf. Bulletin de la société d'histoire et d'archéologie de Genève. T. 2 livr. 3. 1900.

— Annuaire du conservatoire et du jardin botanique de Genève. Année 4. 1900.

— Mémoires de la société de physique et d'histoire naturelle. T. 33 p. 3. 1900.

Giessen. Mittheilungen des oberhessischen Geschichtsvereins. N. F. Bd. 9. 1900.

Görlitz. Neues Lausitzisches Magazin. Bd. 75 H. 2. 1899 (2 Expl.).

Göteborg. Göteborg högskolas årsskrift. Bd. 5. 1899.

— Kgl. Vetenskaps- och Vitterhets Samhälles Handlingar. Fjärde följden (fr. o. m. år 1898) h. 2 1899 m. Bihang ... År 1898, årg. 16.

's Gravenhage. Bijdragen tot de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië, uitg. door het kongl. instituut voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch-Indië. Volgreeks 6, deel 7. 1900. — Naamlijst der leden op 1. April 1900.

Graz. Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereins für Steiermark. Jg. 36. 1899 (1900).

Greifswald. Pommersche Jahrbücher. Hrsg. v. Rügisch-Pommerschen Geschichtsverein zu Greifswald u. Stralsund. Bd. 1. 1900.

— Mittheilungen aus dem naturwissenschaftlichen Verein für Neu-Vorpommern u. Rügen. Jg. 31. 1899 (1900).

Guben. Niederlausitzer Mittheilungen. Zeitschrift der Niederlausitzer Gesellschaft f. Anthropologie u. Alterthumskunde. Bd. 6 H. 2—5. 1900.

Haarlem. Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles publ. par la société hollandaise des sciences. Sér. 2, T. 3 livr. 2—5. 1899. 1900. — T. 4 livr. 1. 1900.

Haarlem. Archives du musée Teyler. Sér. 2, vol. 6 p. 5. 1900. — Vol. 7 p. 1—2. 1900.

Halifax. Proceedings and transactions of the Nova Scotian institute of natural science. Vol. 10 (= Ser. 2 Vol. 3) p. 1. 1899.

Hall, Schw. Württembergisch Franken. Beilage zu den Württemberg. Vierteljahrsheften f. Landesgesch. v. historischen Verein f. Württemb. Franken. VII. 1900.

Halle. Leopoldina. Amtl. Organ d. Kaiserl. Leopoldino-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher. Heft 36. 1900 No. 1—11.

— Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft. Bd. 53 H. 3. 4. 1899. — Bd. 54 H. 1—3. 1900. — Reg. zu Bd. 41—50. 1899. —

— Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes, hrsg. v. d. deutschen morgenländischen Gesellschaft. Bd. 11 no. 2. 3. 1899.

— Berichte aus dem physiologischon Laboratorium und der Versuchsanstalt des landwirthschaftlichen Instituts der Universität Halle. Hrsg. v. J. Kühn. Heft 14. Dresden 1900.

— Mittheilungen des Vereins für Erdkunde. 1900.

— Correspondenzblatt des naturwissenschaftlichen Vereines für Sachsen u. Thüringen. Jg. 1890 no. 1—8. — Jg. 1891—1893. —

— Zeitschrift für Naturwissenschaften. Im Auftrag des naturw. Vereins f. Sachsen u. Thüringen hrsg. v. O. Lüdecke. Folge 5, Bd. 72 H. 3. 1899. — H. 4—6. 1900. — Bd. 73 H. 1/2. 1900.

— Naturwissenschaftl. Verein f. Sachsen u. Thüringen. Bericht üb. d. J. 1894—1897 (= 47—50) u. üb. 1899 (= 52).

Hamburg. Mittheilungen der Hamburger Sternwarte. No. 6. 1900.

— Mittheilungen des Vereins für Hamburgische Geschichte. Jg. 19. 1898/99 (1900).

— Gesamtregister üb. die Veröffentlichungen d. Vereins f. Hamburgische Geschichte u. d. Museumsvereins (1893—1899), zusammengest. v. G. Kowalewski. 1900.

— Abhandlungen aus dem Gebiete der Naturwissenschaften, hrsg. v. Naturwissenschaftlichen Verein. Bd. 16, Hälfte 1. 1900.

Hamburg. Verhandlungen des naturwissenschaftlichen Vereins. Folge 3, Bd. 7. 1899 (1900).

— Verhandlungen des Vereins für naturwissenschaftliche Unterhaltung. Bd. 10. 1896/98 (1899).

Heidelberg. Neue Heidelberger Jahrbücher. Hrsg. v. historisch-philosophischen Verein. Jg. 9. 1899. — Jg. 10. 1900 H. 1.

— Verhandlungen des naturhistorisch-medizinischen Vereins. Bd. 6 H. 3. 1899.

Helsingfors. Bidrag till kännedom af Finlands natur och folk. Utgifna af Finska vetenskaps-societeten. H. 58—60. 1900.

— Öfversigt af Finska vetenskaps-societetens förhandlingar. 40. 1897/98 (1898). — 41. 1898/99 (1900). — 42. 1899/1900 (1900).

— Acta societatis pro fauna et flora fennica. Vol. 15. 1898—99. — Vol. 17. 1898—99.

— Fennia. Bulletin de la société de géographie de Finlande. No. 14. 1897. — 15. 1899.

Hermannstadt. Archiv des Vereins für siebenbürgische Landeskunde. N. F. Bd. 29 H. 2. 1900. — Müller, Hnr.: Die Repser Burg. 1900.

— Jahresbericht des Vereins für siebenbürgische Landeskunde f. 1898/99 (1900).

— Verhandlungen u. Mittheilungen des siebenbürgischen Vereins für Naturwissenschaften. Bd. 49. Jg. 1899 (1900).

Jassy. Annales scientifiques de l'université. T. 1 fasc. 1—2. 1900.

Innsbruck. Berichte des naturwissenschaftlich-medizinischen Vereins. Jg. 23. 1896—97 (1898). — Jg. 25. 1899/1900 (1900).

Ithaca. Journal of physical chemistry, publ. at Cornell university. Vol. 4. (1900).

Kahla. Mittheilungen des Vereins f. Geschichte und Alterthumskunde zu Kahla u. Roda. Bd. 5 H. 4. 1900.

Karlsruhe. Programm d. technischen Hochschule f. 1900/1901. — 6 kleine Schriften d. technischen Hochschule.

Kasan. Bulletin de la société physico-mathématique Sér. 2, T. 9 no. 3—4. 1899/1900. — T. 10 no. 1. 1900.

Kempten. Allgäuer Geschichtsfreund. Zwanglose Mittheilungen, hrsg. v. Allgäuer Alterthums-Verein. Jg. 12. 1899.

Kiel. Zeitschrift der Gesellschaft für Schleswig-Holstein-Lauenburgische Geschichte. Bd. 29. 1899 (1900). — 30. 1900.

Kiel. Schriften des naturwissenschaftlichen Vereins f. Schleswig-Holstein. Bd. 11 H. 2. 1898.

Kiew. Mémoires de la société des naturalistes. T. 16 no. 1. 1899.

Köln. Annalen des historischen Vereins für den Niederrhein. Bd. 69. 1900.

Königsberg. Schriften der physikalisch-oekonomischen Gesellschaft. Jg. 40. 1899.

— Sitzungsberichte der Altertumsgesellschaft Prussia. Hrsg. v. A. Bezzenberger. H. 21 f. 1896/1900 (1900).

Kopenhagen. Oversigt over det kong. Danske videnskabernes selskabs forhandlingar og dets medlemmers arbejder. 1899 no. 4—6. — 1900 no. 1—5.

— Det kong. Danske vidensk. selskabs skrifter. Naturvidensk. og math. afd., R. 6 Bd. 9 no. 3. 1899. — 4—6. 1900. — Hist. philos. afd., R. 6 Bd. 6. 1900 no. 1.

Krakau. Anzeiger der Akademie der Wissenschaften. 1899 no. 8—10. — 1900 no. 1—8.

— Biblioteka pisarzów polskich. No. 37. 1900.

— Corpus antiquissimorum poetarum Poloniae Latinorum usque ad Joann. Cochanovium. Vol. 5 p. 1. 2. 1900.

— Materiały antropologiczno-archeologiczne i etnograficzne. T. 4. 1900.

— Materiały do historyi Języka i dyalektologii Polskiej. T. 1. 1900.

— Rócznik akademii umiejętności w Krakowie. Rók 1898/99 (1899). — 1899/1900 (1900).

— Rozprawy akademii umiejętności. Wydz. filolog. Ser. 2, T. 14. 1899. — T. 13. 15. 1900. — Wydz. histor.-filoz. Ser. 2, T. 12. 13. 1900. — Wydz. matem.-przyrodn. Ser. 2, T. 15. 16. 1899. — T. 17. 1900.

— Sprawozdania komisyi do badania historyi sztuki w Polsce. T. 6, zesz. 4. 1899.

— Sprawozdania komisyi fizyjograficznej. T. 34. 1899.

— Litauische Volksweisen, ges. v. A. Juszkiewicz, hrsg. v. S. Norkowski u. J. Baudouin de Courtenay. Cześć 1. 1900.

Laibach. Izvestja muzejskega društva z Kranjsko. Izdal društveni odbor (Berichte des Musealvereins f. Krain. Hrsg. v. d. Ges.-Aussch.) Jg. 9. 1899.

Lawrence Kans. The Kansas university quarterly. Ser. A (Science a. mathem.) vol. 8. 1899. — Ser. B (Philol. a. hist.) vol. 8 no. 1. 1899. — Bulletin of the university of Kansas.

Vol. 1 no. 2. 3. 1900 (= The Kansas univ. quarterly Ser. A, vol. 9 no. 1 (Jan.) no. 2 (Apr.) 1900).

Lawrence Kans. The university geological survey of Kansas. Vol. 5. Topeka 1899.

— Annual bulletin on mineral resources of Kansas f. 1898 (1899).

— Bulletin of department of entomology: S. J. Hunter, Alfalfa, grasshoppers, bees. Contribution no. 65. Topeka 1899. — S. J. Hunter, The honey bee and its food-plants. Topeka 1899.

Leiden. Handelingen en mededeelingen van de maatschappij der nederlandsche letterkunde. 1899/1900 (1900). — Levensberichten 1900.

— Tijdschrift voor nederlandsche taal- en letterkunde uitg. vanwege de maatschappij der nederl. letterkunde. Deel 18 (= N. R. 10) afl. 4. 1899. — Deel 19 (= 11) afl. 1. 2. 1900.

— Die Spiegel der Sonden, uitg. d. J. Verdam, St. 1. 1900.

— Verslag van den staat der sterrenwacht te Leiden. Uitgebr. d. H. G. van de Sande Bakhuyzen. 15/9. 1896—19/9. 1898 (1899). 20/9. 1898—17/9. 1900 (1901).

— Flora Batava. Afbeelding en beschrijving van nederlandsche gewassen. Aangevangen door Jan Kops, voortgezet d. E. W. van Eeden. Afl. 327. 328. 1899. — Afl. 329. 330. 1900.

Leipzig. Abhandlungen der philolog.-histor. Classe d. Kgl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. 19 no. 1. 2. 1900. — Abhandlungen d. mathem.-physik. Cl. Bd. 25 no. 5—7. 1899—1900.

— Berichte über die Verhandlungen der Kgl. sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften. Philolog.-histor. Cl. Bd. 51 Heft 4. 5. 1899. — Bd. 52 H. 1—8. 1900. — Mathem.-physik. Cl.: Mathem. Theil, Bd. 51 H. 5—6. 1899. — Bd. 52 H. 1—5. 1900. — Naturwissensch. Theil, Bd. 51. — Allg. Th. 1899.

— Jahresbericht der Fürstlich Jablonowski'schen Gesellschaft zu Leipzig. März 1900.

— Preisschriften gekrönt u. hrsg. v. d. Fürstl. Jablonowski'schen Gesellschaft. 35 (= 22 d. histor.-nationalökon.) 1900. — 36 (= 14 d. mathem.-naturw. Sect.) 1900.

— Abhandlungen des Kgl. Sächsischen meteorologischen Institutes. Heft 4. 1899.

Lemberg. Die Chronik d. Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften. No. 1. 1900.

Lemberg. Lud. Organ towarzystwa ludoznawczego. T. 6. 1900.

Linz. Jahres-Bericht des Museums Francisco-Carolinum. 50—52. Nebst Lfg. 44—46 der Beiträge zur Landeskunde von Oesterreich ob d. Enns. 1892—94. — 53—57 nebst Lfg. 47—51 der Beiträge. 1895—1899. — 58 nebst Beiträge 52. 1900 (in 2 Expl.).

Liverpool. Proceedings and transactions of the Liverpool biological society. Vol. 13. 1898/99 (1899). — Vol. 14. 1899/1900 (1900).

— Proceedings of the literary and philosophical society. Sess. 88. 1898/99. no. 53. 1899.

London. Proceedings of the Royal society of London. Vol. 65 no. 422—423. — Vol. 66. 1900. no. 424—434. — Vol. 67. 1900 no. 435—439. — Plate 4 to Vol. 64 no. 406.

— Philosophical transactions of the R. society. Vol. 191 B. 1899. — Vol. 192 AB 1899. 1900. — Vol. 193. 194 A 1900. — Fellows of the R. soc. 1899 (1900).

— Record of the R. society 1897 no. 1.

— R. society. Reports to the Malaria Committee. 1899/1900 (1900). — 1900.

— Yearbook of the R. society. No. 4. 1900.

— Monthly notices of the R. astronomical society, containing papers, abstracts of papers and reports of the proceedings of the society. Vol. 60 no. 1—10. 1899. 1900. — Vol. 61 no. 1. 1900.

— The journal of the Linnean society. Botany: Vol. 26 no. 178. 1899. — Vol. 34 no. 240—241. 1900. — Zoology: Vol. 27 no. 177. 178. 1899. 1900. — Vol. 28 no. 179. 180. 1900.

— Proceedings of the Linnean society. Sess. from Nov. 1899 to June 1900 (1900).

— List of the Linnean society. 1899/1900 (1899).

— Transactions of the Linnean society. Botany: Vol. 5 part 11. 12. 1899. — Zoology: Vol. 7 part 9—11. 1899/1900.

— Proceedings of the mathematical society. Vol. 31 no. 691—709. — Vol. 32 no. 710—730. — Complete Index to Vols 1—30. 1900.

— List of members of the mathematical society. 9. Nov. 1899 sess. 36. 1899/1900 (1899). — 8. Nov. 1900 sess. 37. 1900/1901 (1900). — List of members from the date of foundation 1865 to 9. Nov. 1899/1900.

London. Journal of the R. microscopical society for 1899 part 6. — 1900 p. 1—6.

— Proceedings of the general meeting for scientific business of the zoological society. 1899 p. 4. — 1900 p. 1—3.

— Transactions of the zoological society. Vol. 15 p. 4. 1899.

Lüttich. Mémoires de la société royale des sciences. Sér. 3, tom. 2. Bruxelles 1900.

Lyon. Annales de la société d'agriculture, histoire naturelle et arts utiles. Sér. 7, t. 6. 1898 (1899).

— Annales de la société Linnéenne. N. S., t. 46. 1900.

— Annales de l'université de Lyon. N. S. I. Sciences, médecine fasc. 1—3. 1899—1900. — II. Droit, lettres fasc. 1—3. 1899—1900.

Madison. Transactions of the Wisconsin academy of siences, arts and letters. Vol. 12 p. 1. 1898.

Madras. Madras government museum. Vol. 3, no. 1. 2. 1900.

Madrid. Boletin de la Real Academia de la historia. T. 36—37. 1900.

Mailand. Atti della fondazione scientifica Cagnola dalla sua istituzione in poi. Vol. 17. 1898/99 (1900).

— Memorie dell R. istituto Lombardo di scienze e lettere. Cl. di lett. e sc. mor. e stor., Vol. 21 (Ser. 3, 12) fasc. 1—2. — Cl. di sc. mat. e nat., Vol. 18 fasc. 7—10.

— R. istituto Lombardo di scienze e lettere. Rendiconti. Vol. 32. 1899.

Manchester. Memoirs and proceedings of the literary and philosophical society. Ser. 4, vol. 43. 1898/99 p. 5 (1899) — vol. 44. 1899/1900.

Mannheim. Forschungen zur Geschichte Mannheims und der Pfalz. Hrsg. v. Mannheimer Alterthumsverein. Heft 3. Leipzig 1900.

— Mannheimer Geschichtsblätter. Monatsschrift f. d. Geschichte, Altertums- u. Volkskunde Mannheims u. d. Pfalz. Hrsg. v. Altertumsverein. Jg. 1. 1900 no. 1—12.

— Mannheimer Altertumsverein. Kataloge. N. F., Bd. 1. 1900.

— Mannheimer Altertumsverein. Schriften. N. F. 1. 1900.

Marseille. Annales de la faculté des sciences de Marseille publ. sous les auspices de la municipalité. T. 10, préf., fasc. 1—6. 1900.

Meiningen. Schriften des Vereins für Meiningische Geschichte und Landeskunde. Heft 34. 1899. — 35. 36. 1900.

Meissen. Mittheilungen des Vereins f. d. Geschichte der Stadt. Bd. 5 Heft 2. 1899.

Melbourne. Annual report of the secretary for mines to minister of mines of Victoria. 1899.

Messina. Atti della R. accademia Peloritana. Anno 14. 1899—1900 (1900). — CCCL Anniversario della Univ., (Contributo storico) 1900.

Metz. Jahrbuch der Gesellschaft für lothringische Geschichte u. Alterthumskunde. Jg. 11. 1899.

Mexico. Boletin mensual del observatorio meteorologico central. 1899, Julio—Dec.; 1900, Enero-Mayo.

— Boletin del Instituto Geologico de Mexico. Num. 12. 13. 1899.

— Memórias y revista de la sociedad científica „Antonio Alzate". T. 12. 1898/99 Núms. 1/3 (1898) 4/6. 7/8. (1899).

Mölln i. Lbg. Vaterländisches Archiv für das Herzogtum Lauenburg. N. F., Bd. 9 (= Archiv d. Vereins f. d. Geschichte d. Herzogt. Lauenburg, Bd. 6) Heft 2. 1900.

Montevideo. Anales del museo nacional de Montevideo. T. 2 fasc. 12. 1899. 15. 16. 1900. — T. 3 fasc. 13. 14. 1900.

Montpellier. Académie des sciences et lettres de Montpellier. Mémoires. Sér. 2.
Section de médecine T. 1 no. 2. 1898. — No. 3. 1899.
Sect. des scienes. T. 1 no. 3. 1893. 4. 1894. — T. 2 no. 1. 1894. 5. 1898.
Sect. des lettres. T. 1 no. 4. 1894. — T. 2 no. 2. 1899.

Moskau. Matematičeskij sbornik. Recueil mathématique publ. p. la société mathématique. T. 20 no. 3. 1898. — T. 21 no. 1. 2. 1900.

— Bulletin de la société impériale des naturalistes. Année 1899 (1900).

— Observations faites à l'observatoire météorologique de l'université impériale. 1898 Déc.—1899 Janv.-Août.

— Učenija Zapiski imperatorskago Moskowskago universiteta. Otd. fis-mat., vyp. 14—16. 1899. — Otd. istoriko-filol., vyp. 26. 1899. 27. 1900.

München. Abhandlungen der Kgl. bayer. Akademie der Wissenschaften. Math.-physik. Cl., Bd. 20 Abt. 2. 3. 1900. — Bd. 21 Abt. 1. 1900.

München. Sitzungsberichte d. Kgl. bayer. Akademie d. Wissenschaften. Philos.-philol. u. hist. Cl., 1899 Bd. 2. — 1900 H. 1—3. — Mathem.-physik. Cl., Jg. 28. 1898 H. 4 (1899). — 1899 H. 3. — Jg. 1900 H. 1. 2.

— Orff, Karl v.: Internation. Erdmessung 1899.

— Ranke, J.: Akademische Kommission f. Erforschung der Urgeschichte. 1900.

— Zittel, K. A. v.: Rückblick auf die Gründung und Entwickelung d. k. bayer. Akademie d. Wissenschaften im 19. Jahrh. 1899.

— Altbayerische Monatsschrift, hrsg. v. d. histor. Verein f. Oberbayern. Jg. 1. 1899 H. 4—6. — 2. 1900 H. 1—3.

Neapel. Atti della R. accademia delle scienze morali e politiche. Vol. 31. 1900.

— Rendiconto dell' accademia delle scienze fisiche e matematiche (Sezione della società reale di Napoli) Ser. 3, vol. 5 f. 8/12. 1889. — Vol. 6. 1900 f. 1—7.

New Haven. Journal of the american oriental society. Vol. 20 p. 2. 1899.

New York. Journal of the american geographical society of New York. Vol. 31 no. 5. 1899. — Vol. 32 no. 1—4. 1900.

— Bulletin of the american mathematical society. Vol. 6 no. 3—10. 1899—1900. — Vol. 7 no. 1—2. 1900.

— Transactions of the american mathematical society. Vol. 1 no. 1. 2. 1900 (2 Expl.). — No. 3. 1900.

— Memoirs of the american museum of natural history. Vol. 3 (Anthropol. 2) 1. (C. Lumholtz, Symb. of the Huichol Indians) 1900.

Nürnberg. Abhandlungen der naturhistorischen Gesellschaft. Bd. 13 nebst Jahresbericht f. 1899 (1900).

— Anzeiger des germanischen Nationalmuseums. Jg. 1899.

— Mittheilungen aus dem germanischen Nationalmuseum. Jg. 1899.

— Jahresbericht des Vereins f. d. Geschichte der Stadt. 21. 1898 (1899).

— Mittheilungen des Vereins f. d. Geschichte der Stadt. Heft 13. 1899.

Osnabrück. Mittheilungen des Vereins für Geschichte und Landeskunde von Osnabrück. Bd. 24. 1899 (1900).

Ottawa. Geological survey of Canada. No. 685. 1900. — 687. 1900.

Ottawa. Geological survey of Canada. Annual report. N. S. 10. 1897 & Maps (1899).

— Contributions to Canadian palaeontology by J. F. Whiteaves Vol. 4 p. 1. 1899.

Palermo. Annuario del circolo matematico. 1900 Anno 17.

— Rendiconti del circolo matematico. T. 14. 1900 fasc. 1—5.

— Giornale di scienze naturali ed economiche pubbl. per cura della società di scienze naturali ed economiche di Palermo. Vol. 22. Anno 1899.

— Archivio storico Siciliano pubbl. period. della società Siciliana per la storia patria. N. S., Anno 15—24 1890—1900. — Anno 25 fasc. 1. 2. 1900.

Paris. Comité international des poids et mesures. Procès-verbaux des séances de 1899.

— École française d'Athènes et de Rome. Bulletin de correspondance hellénique. Année 23, Juill.—Déc. 1900. — Le cinquantenaire de l'école française d'Athènes. Célébré 1898. Athènes 1899. — Le cinquantenaire ... Paris 1900.

— Annales du musée Guimet. T. 26, 1. 1896. — Bibliothèque d'études T. 8. 1899.

— Annales du musée Guimet. Revue de l'histoire des religions publ. sous la direction de J. Réville. Année 19 t. 39—41 no. 1. 2. 1899.

— Revue des études historiques. Publ. par la société des études historiques. Année 65. N. S. T. 1. 1899 no. 6. — Année 66. N. S. T. 2. 1900 no. 1—6. — Suppl. 1900.

— Bulletin de la société mathématique de France. Tom. 27. 1899 no. 4. — T. 28. 1900.

Philadelphia. Annals of the american academy of political and social science. Vol. 15 u. Suppl. 1900. — Vol. 16 u. Suppl. 1900.

— Publications of the american academy of political and social science. Bulletin of the academy. N. S. 10. 11.

— Proceedings of the academy of natural sciences. 1899 p. 2. 3. — 1900 p. 1.

— Proceedings of the american pharmaceutical association. Vol. 47. 1900.

Philadelphia. Alumni report, publ. by the alumni association of the Philadelphia college of pharmacy. Vol. 35 no. 12. — Vol. 36. 1900 no. 1—11.

— Proceedings of the american philosophical society held at Philadelphia for promoting useful knowledge. Vol. 38 no. 160. 1899. — Vol. 39. 1900 no. 161. 162. — Memorial volume 1. 1896—1900 (1900).

— Transactions of the american philosophical society ... N. S., vol. 20 p. 2. 1900.

— University of Pennsylvania. Bulletin Vol. 4 no. 1—9. 1899. 1900.

— Catalogue of the university of Pennsylvania. 1899/1900 (1899).

— Publications of the university of Pennsylvania. Series in philology, lit. a. arch., Vol. 7 no. 2. 1899. — Series in philosophy. N. 3. 1899.

— Thesis presented to the faculty of the department of philosophy of the univ. of Pennsylv. for the degree of doctor of philosophy by Morton Githens Lloyd 1900.

Pisa. Annali della R. scuola normale superiore. Scienze fisiche e matem., vol. 8. 1899.

— Atti della societa toscana di scienze naturali residente in Pisa. Memorie, vol. 17. 1900. — Processi verbali, vol. 11 pg. 159—177. 1897—98. — V. 12 p. 1—136. 1899—1901.

Plauen. Mitteilungen des Altertumsvereins. Hrsg. v. J. Vogel. Jahresschrift 13. 1897/99 (1900). — Beilage: C. v. Raab, Regesten zur Orts- u. Familiengeschichte des Vogtlandes. Bd. 2. 1898.

Porto. Jornal de sciencias mathematicas e astronomicas. Vol. 13 no. 6. Coimbra 1899. — Vol. 14 no. 1. 2. 1900.

Posen. Historische Monatsblätter für die Provinz Posen. Jg. 1. 1900, No. 1—7.

— Zeitschrift der Historischen Gesellschaft für die Provinz Posen. Hrsg. v. R. Prümers. Jg. 13. 1898 H. 3/4. — 14. 1899. — Namen- u. Sachregister zu Jg. 1/10. 1899.

Potsdam. Jahresbericht des Directors d. K. preußischen geodätischen Instituts 1899/1900 (1900).

Prag. Jahresbericht der Kgl. böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften 1899 (1900).

— Sitzungsberichte der Kgl. böhmischen Gesellschaft d. Wissen-

schaften. Cl. f. Philos., Gesch. u. Philologie Jg. 1899 (1900). — Mathem.-naturw. Cl. Jg. 1899 (1900).

Prag. Magnetische und meteorologische Beobachtungen a. d. K. K. Sternwarte. Jg. 60. 1900.

— Beiträge zur deutsch-böhmischen Volkskunde. Hrsg. v. d. Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft in Böhmen. Bd. 3 Heft 1. 1900.

— Bibliothek deutscher Schriftsteller aus Böhmen. Bd. 10. 1899.

— Forschungen zur Kunstgeschichte Böhmens. 4. 1900. (= H. Schmerber: Beiträge zur Geschichte der Dintzenhofer).

— Rechenschaftsbericht erstattet vom Vorstande der Gesellschaft zur Förderung deutscher Wissenschaft, Kunst u. Litt. in Böhmen, 14. Febr. 1900 für 1899.

— Abhandlungen des Deutschen naturwissenschaftlich-medicinischen Vereines für Böhmen „Lotos". Bd. 1 Heft 2. 3. 1898. — Bd. 2 Heft 1. 2. 1900 (in 2 Expl.).

— Sitzungsberichte des Deutschen naturw.-medicin. Vereines „Lotos". Jg. 1899. N. F. Bd. 19 (= g. R. Bd. 47).

— Mittheilungen des Vereins für Geschichte der Deutschen in Böhmen. Jg. 38 no. 1—4. 1899/1900.

— Bericht der Lese- und Redehalle der deutschen Studenten. Ueb. d. Jahr 1899 (1900).

Pressburg. Verhandlungen des Vereins für Natur- und Heilkunde. N. F. Heft 11. 1899 (1900).

Regensburg. Verhandlungen des historischen Vereins von Oberpfalz und Regensburg. 51 (N. F. 43) 1899.

Rock Island, Ill. Augustana library publications Numb. 2. 1900.

Rom. Atti della R. accademia dei lincei. Rendiconto dell' adunanza del 10. giugno 1900.

— Atti della R. accademia dei lincei. Rendiconti. Cl. di sc. fisiche, matem. e naturali. (Anno 296) 1899 vol. 8 sem. 2 fasc. 10—12. — (Anno 297) 1900 vol. 9 sem. 1 fasc. 1—12. — Sem. 2 fasc. 1—11. — Cl. di sc. morali, storiche e filol., Ser. 5 vol. 8 fasc. 9—12. 1899. — Vol. 9. 1900 fasc. 1—6.

— Atti della R. accad. dei lincei. Cl. di sc. morali, storiche e filol., parte 2. Notizie degli scavi. (Anno 296) 1899 vol. 7 lugl.-dic. — 1900 vol. 8 genn.-agosto.

Rostock. Beiträge zur Geschichte der Stadt Rostock. Hrsg. im Auftrag d. Vereins für Rostocks Alterthümer v. K. Koppmann. Bd. 3 Heft 1. 1900.

Rotterdam. Programme de la société Batave de la philosophie expérimentale. 1900.

Sacramento. Publications of the Lick observatory of the university of California. Vol. 4. 1900.

— Annual report of the secretary to the board of regents of the univ. of Calif. for the year ending 1899.

Salzwedel. Jahresbericht des Altmärkischen Vereins für vaterländische Geschichte u. Industrie. Abt. f. Gesch., hrsg. v. Th. Fr. Zechlin. Jg. 27. Magdeburg, Salzwedel 1900.

San Francisco. Occasional papers of the California academy of sciences. 6. 1899.

Santiago (Chile). Actes de la société scientifique du Chili. Tom. 8, livr. 5. — T. 9, livr. 4. 5. 1900. — T. 10, livr. 1. 1900.

St. Gallen. Mittheilungen zur vaterländischen Geschichte. Hrsg. v. histor. Verein. Bd. 27 (= 3. F. 7) Heft 2.

— Neujahrsblatt des hist. Vereins von St. Gallen, 4. Folge 1900.

St. Petersburg. Annuaire du musée zoologique. T. 4. 1899 no. 3—4. — T. 5. 1900 no. 1—3.

— Bulletin de l'académie impériale des sciences de St. Pétersbourg. Sér. 5. Tom. 10 no. 5. — T. 11 no. 1—5. — T. 12 no. 1.

— Mémoires de l'académie impériale des sciences. Cl. phys.-mathém., Tom. 8 no. 6—10. 1899. — T. 9. 1900. — T. 10 no. 1. 2. 1900. — Cl. histor.-philos., Vol. 3. 1898 no. 6. — Vol. 4. 1899 no. 1—7.

— *Βυζαντινὰ χρονικά.* T. 6. 1899 no. 3/4. — T. 7. 1900 no. 1/2.

— Izvěstija imperatorskago russkago geografičeskago obščestva. T. 35. 1899 no. 4—7. — [Beilage zu Bd. 35:] Materialy dlja izučenija zemletrjasenij Rossii izdavaemie pod redakc. J. V. Mušketova. II. 1899. — T. 36. 1900 no. 1. 2.

— Otčet imperatorskago russkago geografičeskago obščestva 1899 (1900).

— Sbornik otdělenija russkago jazyka i slovesnosti imperatorskoj akademii nauk. T. 64. 65. 1899.

Schaffhausen. Beiträge zur vaterländischen Geschichte. Hrsg. v. historisch-antiquarischen Verein des Kantons. H. 1. 1863. — H. 2. 1866. — H. 7. 1900.

— Neujahrsblatt des historisch-antiquarischen Vereins und des Kunstvereins. 10. 1900.

Siena. Bulletino Senese di storia patria. Anno 7 fasc. 1—2. 1900.

Speyer. Mittheilungen des historischen Vereins der Pfalz. 24. 1900.

Stavanger. Stavanger museums aarsberetning f. 1899 (1900).

Stockholm. Öfversigt af Kongl. vetenskaps-akademiens förhandlingar. Arg. 56. 1899 (1900).

— Meteorologiska jaktagelser i Sverige, utg. af K. svenska vetenskaps-akademien anstälda ... under inseende af meteorologiska Central-Anstalten. Bd. 36 (= Ser. 2 Bd. 22) 1894 (1899).

— Montelius, Oscar: Der Orient u. Europa. Dtsche. Uebers. v. J. Mestorf. Hrsg. v. d. K. Ak. d. Schönen Wiss., Geschichte u. Alterthumskde. Heft 1. 1899 (1900).

Strassburg. Jahrbuch f. Geschichte, Sprache und Litteratur Elsaß-Lothringens, hrsg. v. d. historisch-litterarischen Zweigverein des Vogesen-Clubs. Jg. 16. 1900.

Stuttgart. Württembergische Vierteljahrshefte für Landesgeschichte, hrsg. von der Württemberg. Kommission f. Landesgeschichte. Jg. 9. 1900.

Sydney. Journal and proceedings of the R. society of New South Wales. Vol. 33. 1899. — Abstract of proceedings 1899, Sept. 6, Oct. 4, Nov. 1, Dec. 6. — 1900 May 2, June 6.

— Records of the geological survey of New South Wales. Vol. 6 part 4. 1900. — Vol. 7 p. 1. 1900.

— Mineral resources. No. 7. 8. 1900.

Taschkent. Publications de l'observatoire astronomique et physique. No. 1. 1899. — 2. 1900 nebst Atlas.

Throndhjem. Det Kgl. norske videnskabers selskabs skrifter. 1899 (1900).

Tokio. The journal of the college of science. Imperial university of Japan. Vol. 11 part 4. 1899. — Vol. 12 part 4. 1900. — Vol. 13 part 1. 2. 1900.

— Mittheilungen aus der medizinischen Fakultät der kaiserlich-japanischen Universität. Bd. 4 No. 6 1899. 7. 1900.

— Publications of the earthquake investigation committee in foreign languages. No. 3. 4. 1900.

— Tōkyō Sūgaku-Butsurigaku Kwai Kiji Maki no 8, Dai 4. 5.

— Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens. Bd. 7 Th. 3. 1899.

Toronto. University of Toronto studies. Physiological series, no. 1. 2. 1900. — Psychological series, no. 2/3. 1899.

— Proceedings of the Canadian institute. Vol. 2 p. 3. 1900.

— Transactions of the Canadian institute. Vol. 6 p. 1/2.

Toulouse. Annales de la faculté des sciences pour les sciences mathématiques et les sciences physiques. Ser. 2, Tom. 1 fasc. 2—4. 1899. — T. 2 f. 1. 1900.

Turin. Atti della R. accademia delle scienze di Torino. Vol. 35. 1899/1900.

— Memorie della R. accademia delle scienze. T. 49. 1900.

— Osservazioni meteorologiche fatte nell' anno 1899 all' osservatorio della R. universita. 1900.

Urbana, Ill. Bulletin of the Illinois state laboratory of natural history. Vol. 5, Art. 8—9. 1899. — Art. 10—11. 1900.

Upsala. Bulletin of geological institution of the university. Vol. 4 p. 2 (No. 8) 1900.

— Bulletin mensuel de l'observatoire météorologique de l'université. Vol. 31. 1899 (1899/1900).

— Nova acta regiae societatis scientiarum Upsaliensis. Ser. 3, vol. 18 fasc. 2. 1900.

— Skrifter utgifna af Humanistika Vetenskapssamfundet. Bd. 3 (1892—1900). — Bd. 6 (1897—1900).

Washington. Memoirs of the national academy of science. Vol. 8 mem. 4. 1899.

— Annual report of the board of regents of the Smithsonian institution. Report of the national museum for the year ending June 1897 p. 1. 1899.

— Proceedings of the U. S. national museum. Vol. 21. 1899.

— Report of the superintendent of the U. S. naval observatory 1899.

— Report of the superintendent of the U. S. coast and geodetic survey showing the progress. Year 1898 (1899).

— United States geological survey. Geological Atlas of the U. S., Fol. 38—58. 1897—99.

— Monographs of the U. S. geological survey. Vol. 32 part 2. 1899. — Vol. 33. 34. 1899. — Vol. 36—38. 1899.

— Annual report of the U. S. geological survey to the secretary

of the interior. 19. 1897—98 p. 2. 3. 5. u. Atlas. — 20. 1898 —99 p. 1. 6. (1899).

Wien. Kaiserliche Akademie der Wissenschaften. Süd-arabische Expedition. Bd. 1. Die Somalisprache von Leo Reinisch. I. Wien 1900.

— Gesellschaft zur Herausgabe von Denkmälern der Tonkunst in Oesterreich. Inhalt der Bde 1—7. Prospect — Statuten — Leitende Commission — Förderer — wirkende Mitglieder — Auszug aus d. Mitgliederliste. 1900.

— Meteorologische Zeitschrift. Hrsg. von der österreich. Gesellschaft f. Meteorologie u. d. deutschen meteorolog. Gesellschaft. Bd. 16. 1899 H. 12. — Bd. 17. 1900 H. 1—11.

— Verhandlungen der K. K. zoologisch-botanischen Gesellschaft. Bd. 49. 1899 Heft 9. 10. — Bd. 50. 1900 H. 1—9.

— Astronomische Arbeiten des K. K. Gradmessungs-Bureau. Bd. 11. 1899.

— Publicationen für die internationale Erdmessung. Hrsg. v. d. K. K. militär-geographischen Institut. Die astronomisch-geodätischen Arbeiten. Bd. 16. 1899.

— Verhandlungen d. österreichischen Gradmessungs-Commission. Protokolle üb. 7. Juli 1899.

— Jahrbuch d. K. K. geologischen Reichsanstalt. Bd. 49. 1899 Heft 3. 4. — Bd. 50. 1900 H. 1.

— Bericht über die Feier d. 50jährigen Jubiläums d. k. k. geolog. Reichsanstalt, von E. Tietze u. A. Matosch. 1900. — G. Stache, Festvortrag, zur Erinnerung a. d. 9. Juni 1900. Wien 1900.

— Verhandlungen der K. K. geologischen Reichsanstalt. Jg. 1899 no. 11—18. — Jg. 1900 no. 1—12.

— Publicationen der v. Kuffner'schen Sternwarte. Hrsg. v. N. Herz. Bd. 5. 1900.

— Blätter des Vereins für Landeskunde von Niederösterreich. N. F. Jg. 33. 1899.

— Topographie von Niederösterreich. Hrsg. v. d. Verein f. Landeskunde von Niederösterreich. Bd. 5 H. 7—9. 1899.

— Schriften des Vereins zur Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse. Bd. 40. 1899/1900 (1900).

Wiesbaden. Annalen des Vereins f. Nassauische Altertumskunde u. Geschichtsforschung. Tit. u. Inh. v. Bd. 29. — Bd. 30. 1899.

— Mitteilungen des Vereins für Nassauische Altertumskunde u. Geschichtsforschung an seine Mitglieder. Jg. 1898/99 (1899) no. 4. — Jg. 1899/1900 no. 1—4.

— Jahrbücher des nassauischen Vereins f. Naturkunde. Jg. 53. 1900.

Worms. Vereinsgabe des Altertumsvereins zu Worms 1900: P. Joseph, Halbbrakteatenfunde. Frankfurt a. M. 1900.

Würzburg. Archiv des historischen Vereins von Unterfranken u. Aschaffenburg. Jg. 41. 1899 nebst Jahresbericht d. histor. Vereines 1898 (1899).

— Sitzungsberichte der physikalisch-medizinischen Gesellschaft. Jg. 1899 no. 6. 7. — Jg. 1900 no. 1.

— Verhandlungen der physik.-mediz. Gesellschaft. N. F., Bd. 33 no. 2. 1899. 3. 4. 1900. — Bd. 34 no. 1. 1900. — Festschrift zur Feier ihres 50 jährigen Bestehens. 1899.

Zürich. Anzeiger für Schweizerische Altertumskunde nebst Mitteilungen aus dem Verbande der Schweizerischen Altertumssammlungen. N. F., Bd. 1 no. 3. 4. 1899. — Bd. 2 no. 1. 2. 1900. — J. R. Rahn, Zur Statistik schweizerischer Kunstdenkmäler: Kunst- und Architekturdenkmäler Unterwaldens ... beschr. v. R. Durrer, Bog. 5—8.

— Mittheilungen d. antiquarischen Gesellschaft. Bd. 25. H. 1. 1900.

— Jahrbuch für schweizerische Geschichte, hrsg. v. d. allgem. geschichtsforschenden Gesellschaft der Schweiz. Bd. 24. 1899. — 25. 1900.

— Vierteljahrsschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jg. 44 H. 3. 4. 1900. — Jg. 45 H. 1. 2. 1900.

— Astronomische Mittheilungen v. R. Wolf. No. 91. 1900.

— Schweizerisches Landesmuseum. Jahresbericht 7. 1898 u. 8. 1899 (1900). — [Beilage zu 1899:] Wandmalereien. 1900.

B. Anderweitig eingegangene Schriften.

Acta mathematica. Journal rédigé par G. Mittag-Leffler. Bd. 23 Heft 1—4. 1899. — Bd. 24 Heft 1. 2. 1900.

Bailey, Th. P., Ethology 1899 (Repr. aus „The university chronicle and official record. Publ. by the univ. of Calif., Berkeley", I, 6. II, 1).

Bashforth, Fr., Supplement 2 to a revised account of the experiments made with the Bashforth Chronograph. Cambridge 1900.

Beilstein, F., Handbuch der organischen Chemie. 3. Aufl. Bd. 4. Liefg. 28. 29. Hamburg u. Leipzig 1899.

Bibliothèque Verloren. Sciences exactes et naturelles. Vente 18—19. Déc., Amsterdam. 1900.

Birkenmajer, L. A., Mikołaj Kopernik, Cz. 1. 1900.

Boehmer, L., Wholesale catalogue for 1900—1901. Yokohama.

—, Japanische Coniferen. Yokohama (1900).

Bürger, O., Reisen im tropischen Südamerika. Leipzig 1900.

Candargy, P. C., Communication à M. les savants. Athènes 1899.

Catalogo generale della libreria italiana dall' anno 1847 a tutto il 1899. Punt. 1. Milano (1900).

Catalogue of 3007 stars, for the equinox 1890.0, from observations made 1885—1895 under the direction of D. Gill. London 1898.

Codices Graeci et Latini photographice depicti duce Scatone de Vries. T. 6. Lugd. Bat. 1901 (Nov. 1900) [Prosp.].

Correspondence in the matter of the Society of Arts and H. Wilde. Manchester 1900.

Creighton, Ch., Microscopic researches on Glycogen. London 1896. 1899.

Crivetz, Th., L'équidistante. Bucarest 1900.

Danemark p. p. J. Carlsen, H. Olrik, C. N. Starcke. Copenhague 1900.

Darboux, M., Communication rel. à l'association internationale des académies (Extr. des Comptes rendus des séances de l'ac. d. sc. f. CXXXI p. 6 (2. juillet 1900)).

Dawson, S. E., The lines of demarcation of Pope Alexander VI. Toronto 1899 (From Trans. R. soc. Canada Ser. 2. 1899/1900 Vol. 5 sect. 2).

Devoir. Revue des questions sociales. T. 22. 1898 f. 647—658. — T. 23. 1899 f. 659—669/700. — T. 24. 1900 f. 701—712. Paris.

Encyklopaedie der mathematischen Wissenschaften. Hrsg. v. H. Burkhardt u. W. F. Meyer. Th. 1, Bd. 1 H. 5. Leipz. 1900. — Bd. 2 H. 2/3. Ebd. 1900. — H. 4. Ebd. 1900.

Ergebnisse der meteorologischen Beobachtungen der Landesstationen in Bosnien-Hercegovina im Jahre 1897. Wien 1899.

Erklärung der Stadtvertretung Hermannstadt betr. Beibehaltung des Namens. 1900.

Fabre, A., La concurrence asiatique. Nimes 1896.

—, Féminisme. Ib. 1897.

—, Sky scratchers. Ib. 1896.

—, Robert Owen. Ib. 1896.

Féral, G., Les pluies générales et les tempêtes. Nouv. éd., Albi 1897.

Fijałek, J., Mistrz Jakób z Paradyza i Universytet Krakowski. T. 1. 2. Krakow 1900.

Finkel, L., Bibliografia historyi polskiey. Cz. 2, z. 3. 1900.

Friedrich d. Gr., Politische Correspondenz. Bd. 25. Berlin 1899.

Gautier, R., A. Riggenbach et A. Wolfer: L'éclipse totale de soleil du 28. Mai 1900. (Extr. d. Bibl. univ. Archives d. sc. phys. et nat., 4. pér., T. 10. Sept. et oct. 1900).

Godin, J. A.: Gouvernement. Paris 1883.

—, Mutualité sociale. Paris 1880.

—, Solutions sociales. (2. tirage) Paris 1871.

Jacobi, M. H., Electro-Telegraphie. St. Petersburg 1900. (Aus d. „Recueil des actes de la séance publ. de 29. déc. 1843“ wieder abgedr.)

Jahrbuch üb. d. Fortschritte der Mathematik. Hrsg. v. E. Lampe. Bd. 28. Jg. 1897 H. 3. — Bd. 29. 1898 H. 1. 2.

Jahrbuch, Ornithologisches. Hrsg. von V. v. Tschusi. Jg. 10. 1899 H. 6.

Jamshedji Edalji, Reciprocally related figures. Ahmedabad 1900.

Index medicus novus. 1900 no. 1. Wien.

Jorga, N., Stud. istor. asupra Chiliei şi Cetatii-Albe. (Preisschr. d. Acad. Romana) Bucuresci 1900.

Karłowicz, J., Słownik gwar polskich. T. 1 (A—E). Kraków 1900.

Kellog, M., Statement f. 1898/99 (Repr. aus: The univ. chronicle, publ. by the univ. California. Berkeley 2, 3).

Koch, A., Az erdélyríszi medencze harmadkori képzödményei II. Budapest 1900.

Koelliker, A., Chiasma. (Abdr. a. d. Verhandlgn d. Anatom. Gesellsch. auf d. 13. Versammlg in Tübingen 1899). Jena [1900].

—, Entrecroisement des pyramides chez les Marsupiaux et les Monotrèmes. (Extr. du Cinquentenaire soc. biolog.) Paris.

Lejst, E., O Vlijanii Planet na na'ljudaemija javlenija zemnogo magnetizma. Moskau 1897.

—, O geografičeskom raspredělenii. Ib. 1899.

Lemoine, M. E., Comparaison géometrografique de douze constructions déduites de onze solutions d'un même problème. (Extr. Compt. r. de l'assoc. fr. pour l'avancement des sc.) Paris 1899.

Lindman, C. A. M., Vegetationen i Rio Grande do Sul. Stockh. (1900).

Magazin, Braunschweigisches, hrsg. v. P. Zimmermann. Bd. 5. Jg. 1899.

Méhely, Lajos, Magyarország Denevéreinek monographiája. Budapest 1900.

Mrha, J.: Beiträge z. Kenntnis d. Kalyphit (Sep.-Abdr. aus Tschermaks mineralog. Mittheilgn. Bd. 19 H. 1/2. 1899).

Müller, J., Briefe an A. Retzius. Stockh. 1900.

Nature, illustr. journal of science. Vol. 61 no. 1570—Vol. 63 no. 1626.

Nernst, W., Theoret. Chemie. 3. Aufl. Stuttgart 1900.

Nicolis, Enrico: Marmi, pietre e terre colorati della provincia di Verona. Verona 1900.

Nordstedt, C. F. O., Index Desmidiacearum. Lundae 1896.

Orth, J., Patholog.-anatom. Diagnostik. 6. Aufl. Berlin 1900.

Pamperl, K., Universalgeld. Ruckerlberg b. Graz 1900.

Pascolus, J., Sosii fratres bibliophilae. Amstelod. 1900.

Perez, Gio. B., La provincia di Verona ed i suoi vini cenni. Verona 1900.

Quaritch, B., Catalogue of the literature and history of the British Islands. London. P. 6. 7. 1900.

Regierung der Süd-Afrikanischen Republik u. das Unterrichtswesen. Ausg. v. „Het Algemeen Nederlandsch Verbond".

Revue Internationale (Probenummer).

Riemann, B., Die partiellen Differentialgleichungen d. math. Physik. 4. Aufl. bearb. v. H. Weber. Bd. 1. Braunschweig 1900.

Rosenbusch, H., Elemente d. Gesteinlehre. 2. Aufl., Stuttgart 1901.

Rübel, K., Geschichte der Hellwegs. Dortmund 1900.

—, Rezeß zu Dortmund 1609.

Studnicka, F. J., Prager Tychoniana. Prag 1901.

Tchebychef, P. L.: Oeuvres, publ. p. A. Markoff et N. Sonin. T. 1. St. Petersburg 1899.

Thesaurus linguae Latinae ed. Academ. quinque German. Vol.

1, fasc. 1. Leipz. 1900. — Uebersicht üb. d. verzettelte u. excerpierte Material nach Ordnungsnummern (1900).

Tufts College studies. Mass., no. 6. 1900.

Urkunder v. Stockholms historia.

1. Stockholms stads privilegiebref 1423—1700, häftet 1. 1900.

Vogel, H. C., Bestimmung der Sternbewegungen in der Gesichtslinie (Aus: Sitz.-Ber. d. K. Pr. Ak. Wiss. 20, 1900).

Voigt, W., Elementare Mechanik. 2. Aufl. Leipzig 1901.

Welter, H., Catalogue No. 109. Partie 21 du Catalogue général V. (Livres d'occasion relatifs à l'Asie) Paris (1900).

Wöhler, Fr., in Briefen an H. v. Meyer. Hrsg. v. G. W. A. Kahlbaum. Leipzig 1900.

Zdekauer, L., La fondazione del Monte Pio di Macerata. (Extr. d. Riv. Ital. p. l. scienze giuridiche) Torino 1900.

Bericht des vorsitzenden Sekretärs über das hundertundfünfzigjährige Jubiläum der Gesellschaft.

Die Feier des hundertundfünfzigjährigen Jubiläums der K. Gesellschaft der Wissenschaften giebt Anlaß zu einem Bericht von ihr und von den mit ihr in Zusammenhang stehenden Vorgängen.

In die ersten Verhandlungen über eine solche Feier trat die Gesellschaft in ihrer Sitzung vom 3. März 1900 ein, und kam in der Sitzung vom 19. Mai zu dem Beschluß, eine Feier zu veranstalten, wenn dafür erforderliche Mittel vom vorgesetzten Ministerium zur Verfügung gestellt würden. Bestimmend für den Beschluß war die Erwägung, daß von der Gesellschaft zweimal semisaeculare Feiern ihres Bestehens veranstaltet seien. Im Anschluß daran wurde festgestellt, die Feier zu der gleichen Zeit wie früher, zu Anfang November zu halten, d. h. in den Tagen, an welchen die Gesellschaft nach ihrer Satzung verpflichtet war, die Erinnerung an ihren Stifter, Georg II., in öffentlicher Sitzung zu erneuern.

Den Abschluß des dritten Halbjahrhunderts wollte die Gesellschaft dann in doppelter Weise kennzeichnen: durch Ausgabe von Festschriften und durch eine festliche Veranstaltung. Die von Mitgliedern der Gesellschaft für die Festschriften zu liefernden Beiträge sollten Abhandlungen der beiden Klassen und eine Schrift bringen, die sich auf Geschichtliches aus der Gesellschaft der Wissenschaften wie der Universität Göttingen bezog.

Die Jubiläumsfeier, für die der 8. und 9. November 1901 bestimmt wurde, sollte in bescheidenen Grenzen bleiben, Einladungen dazu an die Mitglieder der Gesellschaft, die cartellirten gelehrten Körperschaften, die Universität und die nächsten Vorgesetzten ergehen.

Bereitwillig stellte die Königliche Staatsregierung Mittel für die Ausführung eines solchen Planes zur Verfügung.

Die Gesellschaft benutzte den durch das bevorstehende Jubiläum gegebenen Anlaß, bei dem vorgesetzten hohen Ministerium eine Aenderung ihrer Statuten dahin zu beantragen, daß in beiden Klassen die Zahl der Stellen für korrespondirende Mitglieder von 75 auf 100 erhöht werden möge. Mit allerhöchstem Königlichen Erlaß vom 27. Juni 1901 wurde dieser Antrag genehmigt.

Die Gesellschaft wählte zu Ehrenmitgliedern;

am 3. August 1901:

Herrn Ministerialdirector Dr. Fr. Althoff in Berlin.

S. Excellenz den wirkl. Geheimen Rath Dr. Gottl. Planck in Göttingen.

Herrn Professor Dr. Ernst Abbe in Jena.

Herrn wirkl. Geheimen Admiralitätsrath R. von Neumayer in Hamburg.

S. Excellenz den Cultusminister Dr. W. von Hartel in Wien.

S. Excellenz den wirkl. Geheimen Rath und Prälaten R. Dr. Freiherrn von Liliencron in Schleswig.

Diese Wahlen sind durch allerhöchsten Königlichen Erlaß vom 30. October 1901 bestätigt.

am 28. October 1901:

S. Excellenz Herrn Cultusminister Dr. Studt in Berlin.

Diese Wahl ist durch allerhöchsten Königlichen Erlaß vom 6. November 1901 bestätigt.

Zu auswärtigen Mitgliedern wurden am 6. Juli 1901 gewählt:

in der mathematisch-physikalischen Klasse:

Herr Wilhelm Waldeyer in Berlin;
Herr Gaston Darboux in Paris;
Herr Karl von Zittel in München;
Herr Johannes Wislicenus in Leipzig;

in der philologisch-historischen Klasse:

Herr Ernst von Meyer in Berlin;
Herr Franz Ehrle in Rom;
Herr Wilhelm Thomsen in Kopenhagen;
Herr Friedrich Imhoof-Blumer in Winterthur;
Herr Wilhelm Wilmanns in Bonn.

Die Bestätigung dieser Wahlen erfolgte durch allerhöchsten Königlichen Erlaß vom 16. October 1901.

Zu correspondirenden Mitgliedern wurden am 3. August 1901 gewählt:

in der mathematisch-physikalischen Klasse:

Herr Svante Arrhenius in Stockholm;
Herr Charles Barrois in Lille;
Herr Carl Chun in Leipzig;
Herr Giacomo Ciamician in Bologna;
Herr Emil Fischer in Berlin;
Herr Lazarus Fletcher in London;
Herr Giovanni Battista Grassi in Rom;
Herr Carl Koppe in Braunschweig;
Herr E. Ray Lankester in London;
Herr A. Michel Levy in Paris;
Herr Hubert Ludwig in Bonn;
Herr Wilhelm Ostwald in Leipzig;
Herr Edmund Perrier in Paris;
Herr Max Planck in Berlin;
Herr Friedrich von Recklinghausen in Straßburg;
Herr Carl Runge in Hannover;
Herr Arthur Schuster in Manchester;
Herr Hugo Seeliger in München;
Herr Walther Spring in Lüttich;
Herr Victor Uhlig in Wien;
Herr Aurelius Voss in Würzburg;

in der historisch-philologischen Klasse:

Herr Hugo Berger in Leipzig;
Herr Friedrich von Bezold in Bonn;
Herr Gustav Bickell in Wien;
Herr Julius Eggeling in Edinburg;
Herr Arthur E. Evans in Oxford;
Herr G. N. Hatzidakis in Athen;
Herr Riccardo de Hinojoso in Madrid;
Herr Theophile Homolle in Paris;
Herr Axel Kock in Stockholm;
Herr Georg Löschke in Bonn;
Herr Giovanni Mercati in Rom;
Herr Ernesto Monaci in Rom;
Herr Gabriel Monod in Paris;
Herr Benedictus Niese in Marburg;
Herr Joseph Partsch in Breslau;
Herr Carl Robert in Halle;
Herr Albert Sorel in Paris;

ferner am 26. October 1901:

in der mathematisch-physikalischen Klasse:

Herr Hermann Minkowski in Zürich;

in der philologisch-historischen Klasse:

Herr Wendelin Förster in Bonn;
Herr Finnur Jonsson in Kopenhagen;
Herr Jacob Wackernagel in Basel;
Herr Wilhelm Windelband in Straßburg;
Herr Karl Krauß in Wien.

Mit einer Zuschrift vom 26. Juli 1901 zeigte S. Eminenz, der Fürstbischof von Breslau, Cardinal G. Kopp der Gesellschaft aus Anlaß des bevorstehenden Jubiläums zur Förderung und Herausgabe der älteren Papsturkunden eine Schenkung von Mk. 15000 an. Die Gesellschaft beschloß in ihrer Sitzung vom 3. August d. J. das Geschenk mit Dank anzunehmen. Die allerhöchste landesherrliche Genehmigung zur Annahme der Schenkung ist am 23. December 1901 erfolgt.

Am 6. August wurden die Einladungen zur Theilnahme am Jubiläum versendet, am 8. October das für die Feier aufgestellte Programm. Danach sollte am Freitag, 8. November 6 Uhr Abends eine Sitzung der Gesellschaft unter Theilnahme der Gäste stattfinden, später eine zwanglose Vereinigung in der „Union" alle Festtheilnehmer versammeln. Auf Sonnabend, 9. November 11 Uhr war eine öffentliche Festsitzung in der großen Aula des Universitätsgsbäudes angesetzt; zu einem Festmahle im englischen Hof auf 3 Uhr Nachmittags eingeladen.

An S. Majestät den Kaiser und König richtete die K. Gesellschaft in Aussicht auf das bevorstehende Jubiläum am 26. October 1901 eine Eingabe, um für vielfache ihr erwiesene Förderung ehrerbietigst zu danken. Die Adresse lautete:

Ew. Kaiserliche und Königliche Majestät haben der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen durch die in dem Allerhöchsten Statut vom 21. Juni 1893 erfolgte Reorganisation mit neuen Formen neues Leben zu verleihen die Gnade gehabt. Nun rüstet sich unsere Gesellschaft in den Tagen, in denen sie nach alter Uebung die Erinnerung an ihren Stifter erneuert, am 8. und 9. November d. Js., die Feier ihres hundertundfünfzigjährigen Bestehens zu begehen.

Rückblickend aber verweilen wir gerne im Gedanken an die jüngste Vergangenheit und dann bewegt uns das Gefühl lebhaften Dankes gegen Ew. Kaiserliche und Königliche Majestät.

Denn Ew. Majestät hat nicht nur eine neue Ordnung uns zu

verleihen, in jüngster Zeit die Zahl unserer Mitglieder zu vergrößern huldreichst geruht, dadurch unsere Arbeitskräfte gestärkt: wir haben auch bei jeder Gelegenheit Ew. Majestät thatkräftige Unterstützung für unsere Unternehmungen erfahren. Wie Ew. Majestät die continentalen Schranken des Reiches gesprengt und erfolgreich und ruhmvoll, wie Flotte und Heer, so die Arbeit des Volkes auf und über das Meer hinausgeführt haben, so haben wir, wenn es erlaubt ist, Kleines neben Großem zu nennen, Dank Ew. Majestät Allergnädigster Förderung aus der Enge des Arbeitszimmers des Gelehrten, der kleinen Universitätsstadt hinaustreten und weitgreifende internationale und überseeische Unternehmungen in den Kreis unserer Arbeiten aufnehmen dürfen.

Pendelbeobachtungen und Schweremessungen in Ostafrika sind mit Ew. Majestät Unterstützung zu Ende geführt, und haben dazu beigetragen, auf die Gestaltung der Erdkruste in jenem geophysikalisch besonders wichtigen Theile Afrikas neues Licht zu werfen. Wir hoffen auf eine glückliche Ausführung von erdmagnetischen und seismischen Beobachtungen auf Samoa, die parallelgehend mit den Arbeiten anderer Stationen dem großen Probleme der antarctischen Expedition dienen sollen, deren Schiff nach dem Geheiß Ew. Majestät den uns besonders theuren Namen Gauß führt.

Das große Unternehmen der Herausgabe älterer Papsturkunden, das unsere Arbeiter weit über Deutschlands Grenzen hinausführt, nimmt erfreulichen Fortgang; nicht minder der Thesaurus linguae latinae, an dessen Begründung wir theil nehmen durften.

Und wenn Ew. Majestät der allseitigen Erforschung der deutschen Sprache und ihren Zusammenhängen mit den Idiomen der ehemals deutschen Sprachgebiete huldvolles Interesse zugewandt haben, hoffen auch wir durch Inangriffnahme eines die älteren Urkunden in niederdeutscher Sprache zusammenfassenden Unternehmens diesem Ziele dienstbar zu sein.

Ins Weite sind wir gegangen auch mit der Betheiligung an dem Cartell, das uns mit den Akademien in München und Wien und der Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig vereinigt, und mehr noch an der alle größeren Akademien Europas und Amerikas umfassenden internationalen Association, deren gemeinsame Arbeit unter dem Schutze des Friedens gedeiht, den wir Ew. Majestät Regierung verdanken.

So wollen Ew. Majestät uns huldreichst gestatten in Aus-

sicht auf das uns bevorstehende Fest, den ehrerbietigsten und wärmsten Dank für die reiche Förderung auszusprechen, die wir für unsere Arbeiten erhalten haben. Wir verbinden damit das Gelöbniß, daß wir bestrebt sein werden in wissenschaftlicher Arbeit uns des von Ew. Kaiserlichen und Königlichen Majestät erhaltenen Schutzes und Beistandes würdig zu zeigen.

Ew. Kaiserliche und Königliche Majestät

treu gehorsamste

Königliche Gesellschaft der Wissenschaften.

Göttingen, den 26./10. 01.

Seiner Königlichen Hoheit dem Regenten des Herzogthums Braunschweig wurde als dem Rector magnificentissimus der Georgia Augusta am 15. October 1901 Anzeige von dem bevorstehenden Jubilaeum in folgender Form gemacht:

Göttingen, den 15./10. 1901.

Durchlauchtigster Prinz und Regent!

Rector magnificentissimus!

Die K. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen schickt sich an, am 8. und 9. November d. Js. die Feier ihres 150jährigen Bestehens in einfacher Weise zu begehen. Hervorgegangen aus dem Kreise der Georgia Augusta unter König Georg II. durch Gerlach von Münchhausens Einsicht und Thatkraft, hat die Societät der Wissenschaften lange Jahre als ein Theil der Universität in und mit ihr in guten und bösen Tagen gearbeitet.

S. Majestät unser Allergnädigster Kaiser und König hatten im Jahre 1893 geruht, der alten Gesellschaft eine neue Ordnung zu geben, sie als eine Königliche Gesellschaft der Wissenschaften selbständig zu machen und neben die Hochschule zu stellen. Aber die alten Bande, die die Gesellschaft mit der Universität verknüpfen, sind nicht zerrissen, und verehrungsvoll dürfen auch wir zu Ew. Königlichen Hoheit, als deren Rector magnificentissimus aufblicken.

So möge Ew. Königliche Hoheit uns huldreichst gestatten, daß wir von dieser geplanten Feier Anlaß nehmen, dem Rector magnificentissimus der Georgia Augusta auszusprechen, daß die Erinnerung an langjährige Verbindung zwischen der Hochschule und der Gesellschaft der Wissenschaften uns ein Sporn sein wird unter den Augen Ew. Königlichen Hoheit in wissenschaftlicher Arbeit das Ansehen der Georgia Augusta zu erhalten und zu fördern.

Ew. Königlichen Hoheit

unterthänigster

d. z. vorsitzender Sekretär.

Sitzung der Gesellschaft der Wissenschaften am 8. November 6 U. Abends im kleinen Saale der Aula.

Der vorsitzende Sekretär begrüßt die Gäste und die von auswärts gekommenen Mitglieder der Gesellschaft und legt eine vom comité géologique in St. Petersburg eingesendete Adresse vor. Er verweist auf ein werthvolles Geschenk, das die Buchhandlung Salomon Hirzel in Leipzig aus Anlaß des Jubiläums der Gesellschaft gemacht hatte: die Manuscripte von Jacob und Wilhelm Grimm zum deutschen Wörterbuch, sowie Briefe von ihnen und von Lotze. Aufgelegt sind die von der Gesellschaft herausgegebenen Festschriften: je ein Band Abhandlungen der mathematisch-physikalischen und philologisch-historischen Klasse, und Beiträge zur Gelehrtengeschichte Göttingens. Ueber ihre Abhandlungen berichten die Herren Ehlers, Hilbert, W. Meyer, Kielhorn; über die historische Festschrift Herr Roethe. Es lag ferner in zwei Bänden der im Auftrage der Gesellschaft herausgegebene, jetzt fertig gewordene Briefwechsel Berzelius-Wöhler vor (Leipzig. Engelmann); über ihn berichtete der Herausgeber, Herr Wallach.

Es folgten Berichte über den Stand der Unternehmungen, die die Gesellschaft in Angriff genommen hatte und an denen sie betheiligt war, und zwar berichtete Herr Klein über die mathematische Encyclopädie und die Herausgabe von Gauß Werken, Herr Wagner über die geplanten geophysikalischen Untersuchungen auf Samoa, Herr Leo über den thesaurus linguae latinae, Herr Kehr über das Unternehmen der Ausgabe älterer Papsturkunden und Herr Roethe über die Untersuchungen über niederdeutsche Texte.

Der vorsitzende Sekretär legte vor: A. Auwers (Berlin) Rectascensionen von 792 Sternen (zum Abdruck in den Nachrichten).

Herr D. Hilbert: Ueber die Grundlagen der Geometrie (für die Nachrichten).

Herr W. Voigt: Electronenhypothesen und Theorie des Magnetismus (für die Nachrichten).

Derselbe legt vor: Kaufmann, Ueber Bequerelstrahlen und die scheinbare Masse der Electronen (für die Nachrichten).

Herr J. Wellhausen legt vor: Enno Littmann, Neuarabische Volkspoesie (für die Abhandlungen).

Herr F. Kielhorn überreicht: Indo-arische Encyclopädie. Bd. III. H. 10. (Medicin von Jul. Jolly).

Herr A. Brill (Tübingen): Ueber die Darstellung algebraischer Raumkurven durch eine Gleichung (für die Nachrichten).

Am Abend folgten die Theilnehmer am Jubiläum einer Einladung zu einem zwanglosen Beisammensein in dem Saale der Union.

Am Sonnabend 9. November um 11 Uhr Vorm. fand die öffentliche Festsitzung der Gesellschaft im großen Saale der Aula statt. Außer den hiesigen und fremden Mitgliedern, die ihre Sitze zu beiden Seiten des Rednerpultes einnahmen, waren S. Excellenz der Herr Cultusminister Dr. Studt mit Herrn Ministerialdirector Dr. Althof und Herrn Geh. Oberregierungsrath Dr. Schmidt, der Curator der Universität, Herr Geh. Oberregierungsrath Dr. Höpfner, S. Magnificenz der Herr Prorector Professor Dr. Roethe mit der großen Deputation der Universität, den Herrn Dekanen Professoren D. Schultz, Dr. Detmold, Dr. Braun, Dr. Dziatzko, der Director des hiesigen Gymnasiums Herr Professor Dr. Viertel und der Redacteur der G. Gel. Anzeigen Herr Professor Wentzel zugegen. Die Königliche Akademie der Wissenschaften in Berlin hatte als Delegirte ihre Mitglieder die Herren von Wilamowitz, Diels, van't Hoff und Planck gesendet, die königl. sächsische Gesellschaft in Leipzig die Herrn Windisch und A. Meyer, die Kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien die Herren Mertens, Grobben und Redlich. In Vertretung der Göttinger Vereinigung für angewandte Mathematik und Physik war Herr Dr. Böttinger aus Elberfeld gekommen. Ein zahlreiches Publikum füllte den Saal, die Galerie war von Damen besetzt.

Der vorsitzende Sekretär eröffnete die Versammlung und begrüßte sie mit Worten des Dankes dafür, daß den ergangenen Einladungen, trotz der in mancher Hinsicht ungünstigen Zeit, in so erfreulicher Weise Folge geleistet sei, insbesondere mit Dank an den Herrn Staatsminister und die Vertreter der gelehrten Körperschaften. Er ertheilte danach S. Excellenz dem Herrn Minister Dr. Studt das Wort zu folgender Ansprache:

Hochansehnliche Festversammlung!

Es gereicht mir zu hoher Freude, Ihnen mittheilen zu können, daß die heutige Feier seitens unseres Allergnädigsten Kaisers und Königs eines besonderen Gnadenaktes gewürdigt worden ist, indem Seine Majestät aus der neuesten Immediateingabe der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften huldvollen Anlaß genommen haben, derselben Allerhöchst sein Wohlwollen und die gnädigste Theil-

nahme an ihren Arbeiten durch einen Antworterlaß zum Ausdruck zu bringen. Derselbe lautet:

Gern habe Ich von der Adresse der Gesellschaft der Wissenschaften Kenntniß genommen, in welcher sie zur Jubelfeier ihrer Gründung das Gelöbniß der Treue gegen Mein Haus und unbedingter Hingabe an ihre wissenschaftlichen Aufgaben erneuert.

Der Tag, an dem die Gesellschaft auf ihr 150 jähriges Bestehen zurückblickt, ruft die dankbare Erinnerung daran wach, was Hannover's Könige durch die Erhebung Göttingen's zu einem Vororte der Wissenschaft vollbracht haben. Wie der Königliche Stifter unter dem erleuchteten Beirath des Freiherrn von Münchhausen der Georgia Augusta und mit ihr auch der Gesellschaft der Wissenschaften gleich bei der Begründung in Albrecht von Haller einen der vornehmsten und vielseitigsten Denker seiner Zeit gewann, so hat auch die weitere Entwickelung eine Fülle glänzender Namen aufzuweisen, die fast ein jeder für sich — Ich denke dabei vor allem an Carl Friedrich Gauss und Wilhelm Weber, — einen Fortschritt der Wissenschaften bedeuten. Und wenn der Weg in der Entwickelung der Wissenschaft wie der Menschen und Völker nicht immer über Höhen zu führen pflegt, so freue Ich Mich, anzuerkennen, daß die Gesellschaft seit der im Anschlusse an ihre ruhmvollen Traditionen durch Mich erfolgten Reorganisation zu neuem frischem Leben erblüht ist und sich in zahlreichen bedeutsamen Unternehmungen wie in der Gestaltung der Aufgaben des unter ihrer Mitwirkung geschaffenen Kartells deutscher Akademieen und der darauf fußenden Assoziation der Akademien des In- und Auslandes kraftvoll und mit wachem Auge für die Bedürfnisse der Gegenwart bethätigt hat. Daß sie namentlich auch der Meeresforschung und den damit zusammenhängenden geophysikalischen Problemen ihr Interesse zuzuwenden bemüht ist, empfinde Ich mit Genugthuung. Ganz besonders aber schätze Ich es, daß sie auch der geschichtlichen und sprachlichen Erforschung Niederdeutschlands und damit den tieferen Zusammenhängen des niederdeutschen Stammesgebietes, in dem sie wurzelt, ihre Kräfte widmet. Um sie in diesem Bestreben noch mehr zu fördern, habe Ich durch Meinen an den Minister der geistlichen p. Angelegenheiten gerichteten Erlaß vom heutigen Tage über die vorzugsweise Berücksichtigung von Gelehrten aus dem niederdeutschen Sprachgebiete bei der

Besetzung eines Theiles der gleichzeitig vermehrten Stellen für auswärtige Mitglieder Bestimmung getroffen. Indem Ich der Gesellschaft der Wissenschaften hiernach zu ihrem heutigen Ehrentage Meinen Königlichen Gruß und Glückwunsch entbiete, gebe Ich zugleich der vertrauensvollen Zuversicht Ausdruck, daß sie sich im Verein mit der Georgia Augusta, deren hervorragende Stellung sich nicht zum wenigsten auf das Zusammenwirken mit ihr gründet, Meines Wohlwollens und des Schutzes, mit dem Ich auch fernerhin über ihren Bestrebungen walten werde, allezeit würdig erzeigen wird. — Neues Palais, d. 9. November 1901.

(gez.): Wilhelm R.

An die Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen.

Der an mich gerichtete Allerhöchste Erlaß hat folgenden Wortlaut:

In Abänderung des § 12 der Statuten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen vom 21. Juni 1893 will Ich die Zahl der auswärtigen Mitglieder der Gesellschaft in jeder Klasse abgesehen von denjenigen, welche durch Verlegung des Wohnsitzes aus der Zahl der ordentlichen Mitglieder in diejenige der auswärtigen übergetreten sind, von fünfundzwanzig auf dreißig erhöhen. Bei der Besetzung der neubegründeten Stellen sind Gelehrte aus dem niederdeutschen Sprachgebiete vorzugsweise zu berücksichtigen. Zugleich will Ich den auswärtigen Mitgliedern der Gesellschaft in den Gesellschaftsangelegenheiten Stimmrecht verleihen. Wegen entsprechender Aenderung der Fassung d. § 12 sehe Ich Ihrem Antrage entgegen. — Neues Palais, den 9. November 1901.

(gez.): Wilhelm R.

An den Minister der geistlichen p. Angelegenheiten.

Zugleich haben Seine Majestät der Kaiser und König einer Anzahl von Mitgliedern der Gesellschaft der Wissenschaften Allerhöchste Auszeichnungen zu verleihen geruht, nämlich:

I. Den Rothen Adler-Orden zweiter Klasse mit Eichenlaub:

dem zeitigen vorsitzenden Sekretär der Gesellschaft der Wissenschaften und Sekretär der mathematisch-physikalischen Klasse, ordentlichen Professor in der philosophischen Fakultät, Geheimen Regierungsrath Dr. med. et phil. Ernst Ehlers und dem ordentlichen Mitgliede der Gesellschaft, ordentlichen

Professor in der philosophischen Fakultät, Geheimen Regierungsrath Dr. Felix Klein;

II. Den Rothen Adler-Orden dritter Klasse mit der Schleife:

den ordentlichen Mitgliedern der Gesellschaft, ordentlichem Professor der juristischen Fakultät, Geheimen Justizrath Dr. jur. et phil. Ferdinand Frensdorff und ordentlichem Professor in der philosophischen Fakultät, Geheimen Regierungsrath Dr. Eduard Riecke;

III. Den Rothen Adler-Orden vierter Klasse:

den ordentlichen Mitgliedern der Gesellschaft, ordentlichen Professoren in der philosophischen Fakultät Dr. Gottfried Berthold und Prorektor der Georg-Augusts-Universität Dr. Gustav Roethe.

Außerdem ist dem Sekretär der philologisch-historischen Klasse der Gesellschaft, ordentlichem Professor in der philosophischen Fakultät Dr. Leo durch Allerhöchstes Patent der Charakter als Geheimer Regierungsrath verliehen worden.

Verehrte Anwesende! Ich weiß, daß diese von so warmer Anerkennung getragene und hochehrende Kundgebung unseres Allergnädigsten Landesherrn Ihrer aller Herzen bewegt und im Verein mit den verliehenen Allerhöchsten Auszeichnungen den Glanzpunkt und die schönste Weihe des heutigen Festes bildet. Ich bin auch gewiß, daß Sie, meine Herren von der Gesellschaft der Wissenschaften dies besonders tief empfinden und nicht ablassen werden, den Erwartungen, die der Erlaß Seiner Majestät in Sie setzt, freudig nachzuleben.

Wie ich Ihnen zu diesen Beweisen der Allerhöchsten Gnade meine tiefempfundenen Glückwünsche ausspreche, so drängt es mich, mit herzlicher Begrüßung zum heutigen Tage der besonderen Beziehungen zu gedenken, die Sie mit meinem Ministerium verknüpfen. In dem Bemühen um die Förderung der Wissenschaft habe ich die berathende Hülfe der höchsten wissenschaftlichen Korporationen vielfach mit Dank erfahren. Und ich habe es besonders schätzen gelernt, daß wir in Preußen neben den Universitäten zwei lediglich der Forschung gewidmete wissenschaftliche Akademieen unser eigen nennen.

Wenn Ihrer älteren Schwesteranstalt in Berlin nach ihrer gesammten Anlage und Dank ihrem Sitze im Mittelpunkte unseres Vaterlandes nicht selten reichere Arbeitskräfte und

Mittel zur Seite stehen und ihr damit die Grenzen des Wirkens in mancher Richtung weiter gezogen sind, so bietet doch andererseits auch der engere Kreis und die stillere Luft der Gelehrtenstadt dem wissenschaftlichen Schaffen besondere Vorzüge. Und daß auch mit beschränkteren Mitteln Großes zu erreichen ist, spricht aus Ihren Erfolgen. Vor allem aber darf ich es rühmen, daß Sie die Vereinigung mit anderen gelehrten Korporationen und die dadurch bedingte gemeinsame Inangriffnahme großer Unternehmungen frühzeitig als den Weg zu höherem wissenschaftlichen Fortschritt erkannt und durch die Mitarbeit der Ihnen befreundeten Akademien mehr als einen fruchtbaren Gedanken, dessen Durchführung die Kräfte der einzelnen Akademie überstiegen hätte, in That und Leben umgewandelt haben.

„Die Wissenschaft“, hat unser großer Dichter, der ja auch Ihr auswärtiges Mitglied war, in einem wie so oft aus den Tiefen des Lebens geschöpften Worte gesagt, „gehört wie alles hohe Gute der ganzen Welt an und kann nur durch allgemeine freie Wechselwirkung aller zugleich Lebenden in steter Rücksicht auf das, was uns vom Vergangenen übrig und bekannt ist, gefördert werden“. Und wie Sie im Geiste dieses Wortes Alles, was der Wissenschaft durch die großen Forscher, die in der Vergangenheit Ihren Gesellschaftskreis geziert haben, errungen worden ist, für unverloren halten dürfen und dankbaren Rückblickes hierauf die Summe Ihres bisherigen Wirkens zu ziehen berechtigt sind, so eröffnet der Hinweis auf den Nutzen, welcher der Wissenschaft aus der freien Wechselwirkung aller Lebenden entspringt, dem engvereinten Wirken gleichgesinnter Forscher für die Erreichung der höchsten Ziele eine besondere erfolgverheißende Aussicht. Daß diese sich an Ihrem Schaffen im Kreise Ihrer Gesellschaft wie in der weiteren Gemeinschaft der Akademien verwirklichen möge, sei mein herzlicher Segenswunsch!

Der Curator, der Universität, Herr Geh. Oberregierungsrath Dr. Höpfner trat dann zu folgender Rede vor [1]):

Excellenz! Hohe Gäste! Hoch zu verehrende Gesellschaft der Wissenschaften!

Mit der ausdrücklichen Genehmigung S. Excellenz meines hohen Chefs habe ich einen Auftrag zu erledigen, wie er mir

1) Die folgenden Ansprachen und Antworten sind nach stenographischen Aufzeichnungen wiedergegeben.

angenehmer und sympathischer nicht hätte ertheilt werden können. Das Herzoglich braunschweigisch-lüneburgische Staatsministerium hat mich beauftragt Folgendes kundzugeben:

Der Redner verkündet die Verleihung von herzoglich braunschweigischen Orden Heinrichs des Löwen und zwar des Commandeur-Kreuzes II. Cl. an Herrn Ehlers, des Ritterkreuzes I. Cl. an die Herren Kielhorn, v. Koenen, Leo, Nernst, Voigt.

Ich bitte den Herrn vorsitzenden Sekretär der Gesellschaft zwei Worte an diese Mittheilung knüpfen zu dürfen. Wenn der erlauchte Rector Magnificentissimus der G. A., Prinz Albrecht von Preußen, von seinem fürstlichen Hoheitsrechte so umfassenden Gebrauch macht, um die Gesellschaft der Wissenschaften zu ehren, so schwingt damit eine Note fort, die gestern bereits in einer denkwürdigen Sitzung der Gesellschaft freudig erklungen ist und die ohne Zweifel auch dem weiteren Verlauf der heutigen Feier die Klangfarbe leihen wird: die unlösliche Verbindung der Georg-Augusts-Universität und der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften; diese ehrwürdigen Institute, groß und stark durch einander und mit einander, sie sollen für alle Zeiten, die der Bildungsstätte Göttingens beschieden sind, in innigem Verein verbleiben, das ist der Wille, das ist der Wunsch des Rector Magnificentissimus der Georg-Augusts-Universität. Und noch ein andres: Die Wissenschaft, Hochverehrte Anwesende, ist eine Macht, der jeder billig Denkende ganz ungewöhnliche und sie von allen anderen Mächten des Daseins unterscheidende Lebensansprüche zuerkennt. Wie sie es verschmäht, in ihr gewiesener Gangart vorzudringen, wie sie es verschmäht, sich Ziele stecken zu lassen, die anders woher genommen wären als aus ihrem Wesen und dem ihrer hieraus gefolgerten Aufgaben, so kennt die Wissenschaft auch nicht den Heimathsbegriff in dem beschränktern Sinne, wie er für menschliche Verhältnisse sonst gilt. Wir haben gestern gehört, wie auch die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften die Wahrheit sucht, wo immer sie für nöthig hält sie ans Licht zu fördern; wir haben gesehen, wie ihr Blick und Arm über die Alpen nach Rom, über die Oceane nach Samoa reicht. Nun aber bleibt auch die Wissenschaft doch ins Irdische gestellt, und es ist eine ihrer schönsten Aufgaben, stets sich der Fühlung bewußt zu bleiben mit dem Leben, und diese hohe Aufgabe, dieser mächtige Zug, der der Wissenschaft eignet, solange sie wahr und tüchtig ist, der führt sie auch immer zurück auf den heimathlichen Boden, auf dem der Staat oder die Großen der Erde ihr eine Stätte bereitet haben. Und so hat es uns einen schönen tiefen Eindruck in der

gestrigen Sitzung gemacht, als wir hörten wie die Gesellschaft sich um die Aufbewahrung des litterarischen Volkstums des Gebietes bemüht, dem Göttingen angehört und das gestern mit dem Namen Alt-Sachsen bezeichnet wurde. Se. Kgl. Hoheit Prinz Albrecht von Preußen, der Regent des letzten deutschen Staates, der im deutschen Staaten- und Stämmeverband die Ehren des braunschweigisch-lüneburgischen Namens vertritt, theilt als Landesherr in Alt-Sachsen die hohen Gesinnungen und Gefühle, die wir aus der Kaiserl. Kabinetsordre mit Bezug auf die historische Seite der Gesellschaft soeben vernommen haben, und ich glaube, daß ich im Sinne Seiner Königlichen Hoheit, im Sinne nicht minder des ganzen braunschweigischen Volkes der Gesellschaft den Wunsch zu Füßen legen darf, daß es ihr vergönnt sein möge, die großen historischen Arbeiten, die sie in Angriff genommen hat, um die Vergangenheit ihres Heimatslandes, des Landes aufzuhellen, dem auch Stadt und Staat Braunschweig angehören, zu einem gesegneten Ende zu führen in absehbarer Zeit und mit gleichem Erfolge, wie so vieles, was zu vollenden ihr schon gelungen ist. In diesem Sinne, glaube ich, grüßt der Prinz und Regent und grüßt das braunschweigische Staatsministerium heute zu Ihnen herüber.

Darauf erwiderte der vorsitzende Sekretär:

Excellenz, hochgebietender Herr Staatsminister!

Welch eine Fülle von königlichen Huldbezeugungen ist auf uns eingeströmt. Wo soll ich anfangen, wo enden, hierfür zu danken. Ist doch allein die Thatsache, daß Se. Majestät unser allergnädigster Kaiser und König, bei den zahlreichen und mannigfaltigen Sorgen für seine Lande, unserer Gesellschaft an diesem, wie wir nun sagen müssen, Ehrentage gedenkt und gedacht hat, Grund genug zu warmen Dank, daß er uns einen Erlaß sendet, der für die Zukunft denen, die nach uns kommen, ein Zeichen sein wird, daß auf dem Königlichen Throne die Liebe zur Wissenschaft, die Sorge für wissenschaftliche Bethätigung gewaltet hat. In dem Sinne danke ich zunächst, daß unsere Gesellschaft überhaupt dieses Erlasses gewürdigt ist.

Wir haben für ein Zweites zu danken, für eine bedeutsame Erweiterung, die unseren Statuten gegeben ist. Wir werden mit unserer wissenschaftlichen Thätigkeit hingewiesen auf einen engeren Bezirk des großen Vaterlandes, auf ein Gebiet, das uns nahe liegt, das uns heimathlich anmuthet, schon durch seine Mundart. Wir sollen neue Wurzeln treiben in den niederdeutschen Boden. Ich spreche die Hoffnung aus, daß er sich als ein Nährboden erweisen möge, der dazu hilft, daß die Gesellschaft auch in Zukunft

dem Spruche gerecht werden kann, den sie in ihrem Siegel führt: fecundat et ornat. Möge diese engere Verbindung mit der niederdeutschen Heimath fruchtbar sein und eine Zierde schaffen für die Landschaft, in der wir stehen.

Ew. Excellenz habe ich im Besonderen zu danken für die im allerhöchsten Auftrage erfolgte Ueberbringung von Auszeichnungen an Mitglieder der Gesellschaft. In ihrem Namen danke ich für dieses Zeichen Königlicher Huld, danke auch im Namen der Gesellschaft, die durch die Auszeichnung ihrer Mitglieder aus dem Anlaß des heutigen Tages geehrt wird.

Ich darf hiermit den unterthänigsten Dank verbinden für die Auszeichnungen, die auch Se. Königliche Hoheit, der Regent des Herzogthum Braunschweigs durch den Herrn Curator der Universität hat verkünden lassen. Se. Königliche Hoheit hat von jeher — ich kann lange daran zurückdenken — für unsere Hochschule warmes Interesse gehabt und es als deren Rector magnificentissimus oft bezeugt. Daß er jetzt auch unsere Gesellschaft in ihren Mitgliedern ehrenvoll auszeichnet, dafür sei, meine Herren Collegen, in Ihrer aller Namen hier der wärmste Dank ausgesprochen.

Aber ich wende mich noch einmal an Ew. Excellenz, um von dieser Stelle aus gern und laut zu bekennen, wie unsere Gesellschaft das, was sie angestrebt hat, nur dadurch hat erreichen können, daß eine hohe Staatsregierung stets, wenn wir mit Wünschen um Beihülfe kamen, uns geholfen hat; wo immer wir einen Wunsch hatten, wo immer es uns galt, eine wissenschaftliche Aufgabe anzugreifen oder durchzuführen, die hohe Staatsregierung hat es niemals daran fehlen lassen, hülfreich und fördernd uns zur Seite zu stehen. Dafür danke ich dem Vertreter der Staatsregierung hier im Namen unserer Gesellschaft.

Mein Dank wird noch persönlicher. Denn Se. Excellenz haben huldvollst unserer Gesellschaft zum heutigen Tage als Geschenk die Büsten zweier Männer überwiesen, an die wir verehrungsvoll zurückdenken: beides Männer, die in sehr ungleicher Weise wirkend, dem Kreise unserer Gesellschaft angehört haben: Adolf von Warnstedt und Paul de Lagarde. Wie lag dem Ehrenmitgliede unserer Gesellschaft, A. v. Warnstedt, in den langen Jahren, in denen er als Curator für die Georgia Augusta zu sorgen hatte, auch das Wohl unserer Gesellschaft am Herzen. Was er erstrebte, was er that für die Pflege der Universität und Gesellschaft, das wurzelte in einem idealen Grunde; nicht in geschäftsmäßiger Routine waltete er der Aufgaben seines Amtes, aus warmer persönlicher Theilnahme wirkte er für die ihm unterstellten

Anstalten. Er war eine ideal angelegte Natur, die wohl mit den realen Verhältnissen in Conflict kam; an der Lauterkeit seiner tiefsten Ueberzeugung, aus der er nie ein Hehl machte, an der aus tiefstem Herzen kommenden Liebe für Göttingen und seine gelehrten Anstalten hat nie ein Zweifel entstehen können.

Und wir denken bewegt an den Mann, der uns von einem traurigen Geschick zeitiger entrissen ist, als es hätte sein sollen. Wir denken an Paul de Lagarde mit ganz besonderer Widmung, und so freuen wir uns und danken ganz besonders dafür, daß wir sein Bild erhalten sollen, daß wir es aufstellen dürfen, sei es in dem Zimmer unserer Gesellschaft, sei es in dem Sanctuarium der Bibliothek, in der Reihe der Büsten, die dort verehrungsvolle Erinnerung lebendig erhält. Auch er ein Mann von höchstem idealen Streben. Mit seiner Geisteskraft eingehend in die tiefen Schächte seiner Wissenschaft, in denen er einsam arbeitete; und ausruhend von hier um mit seinem Idealismus hinauszutreten in die Welt, unbekümmert um das, was seiner Ueberzeugung widersprechend einen Conflict hervorrufen konnte. Da gedachte er auch mit warmem Herzen der Zukunft unserer Gesellschaft und gab Anstoß zu den Veränderungen, deren wir uns später erfreut haben. Es ist Paul de Lagarde, dessen Gedächtnis wir ja nie vergessen werden. Hat er doch unsere Gesellschaft zu seiner Erbin eingesetzt, und so verwahren und verwalten wir die Stiftung, die seinen Namen trägt. Er ist es, der mit seinem idealen Schwunge nachwirkend, eine Lagarde-Gemeinde geschaffen hat, von der wir wissen, daß sie täglich wächst, wissen unmittelbar dadurch, daß sich an die Lagarde-Stiftung eine gedeihende Stiftung der Freunde de Lagardes angeschlossen hat.

So danken wir Ew. Excellenz herzlich für das Geschenk zum heutigen Tage, das die Bilder uns theurer Männer den nach uns kommenden erhalten soll.

Für Anderes zu danken ist uns vorbehalten. Vor mir liegt ein heute morgen eingegangener Erlaß, den Se. Excellenz der Herr Reichskanzler aus Anlaß des Jubiläums an die Gesellschaft gerichtet hat. Er lautet:

Berlin, den 7. November 1901.

Der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften sende ich zu dem festlichen Tage, an welchem sie, engverschwistert mit der Georgia Augusta von der Höhe erfreulichen Schaffens auf anderthalb Jahrhunderte ihrer an großen Erinnerungen reichen Entwickelung zurückblickt, meine besten Glückwünsche für ihr Blühen

und Gedeihen. Zur besonderen Freude gereicht es mir, hieran die Mittheilung knüpfen zu können, daß der von der Gesellschaft in Angriff genommenen Sammlung und Herausgabe der älteren Papsturkunden, für welche Seine Eminenz der Kardinal Kopp in dankenswerthester Weise einen Zuschuß von 15000 Mk. zur Verfügung gestellt hat, der gleiche Betrag aus Reichsmitteln in Anerkennung der hohen Bedeutung des Unternehmens zunächst für das Rechnungsjahr 1902 gesichert ist.

gez. Bülow.

An die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften zu Händen des Vorsitzenden Sekretärs Herrn Geheimen Regierungsraths Professors Dr. Ehlers Hochwohlgeboren Göttingen.

Wie bewegt uns auch hier wieder das Gefühl des Dankes. Was hier zusammen trifft, fassen wir es kurz: für redliche wissenschaftliche Arbeit, die der Erforschung der Wahrheit nachgeht, auf gleichem Gebiet das gemeinsame Eintreten von Kirche und Staat. Wir danken S. Eminenz dem Fürstbischof von Breslau für diese huldvolle Bethätigung und das Vertrauen, das er einem Werke angedeihen lassen will, das in unsere Hände gelegt ist. Wir danken S. Excellenz dem Herrn Reichskanzler, daß er zu diesem Geschenk einen gleich hohen Betrag hinzufügt. Ich verbinde mit unserem Dank den Wunsch, daß das, was in solcher Weise uns an materiellen Mitteln gebracht wird, und dessen wir zu gedeihlicher Durchführung der Arbeit, die auf uns liegt, nicht entbehren können, daß es eine tausendfältige Frucht bringen möge, zur Freude unserer Gesellschaft, zur Ehre derjenigen, die uns in den Stand gesetzt haben, die Arbeit weiter zu führen.

Damit schließe ich die Worte des Dankes, die ich zunächst an Sie zu richten hatte, und darf die Herren bitten, welche das Wort ergreifen wollen, vorzutreten.

Als Führer der Vertreter der Königlich preußischen Akademie in Berlin sprach Herr von Wilamowitz-Möllendorf:

Uns hat die Berliner Akademie der Wissenschaften deputiert, um an dieser Stelle die Träger ihrer Grüße und Glückwünsche zu sein. Sie hat aus ihrer Mitte solche ausgewählt, die auch Ihrer Gesellschaft bereits angehörten, und zum Sprecher hat sie mich bestimmt, der ich der Gesellschaft eigentlich noch mit dem ganzen Herzen angehören muß. Darin liegt jedenfalls das eine ausgesprochen, daß es die Absicht der Akademie war, ihren Glückwunsch möglichst herzlich und möglichst intim zu machen, wie

es ja auch begreiflich ist, da beide Anstalten in einem engeren Verhältniß stehen. Aber ich habe von vornherein die Ueberzeugung gehabt und habe sie jetzt noch viel mehr, daß die Wahl, indem sie auf mich traf, eine unglückliche war. Denn ich selbst, aus meiner Kenntniß der Dinge und aus der Empfindung, mit der ich hier an altvertrauter Stelle stehe, heraus, darf nicht reden und Sie, Herr Sekretär, wissen ganz genau und ebenso gut wie ich, daß das beste, was wir wissen können, wir heute nicht sagen werden, sondern daß wir das denjenigen überlassen müssen, welche über 100, vielleicht über 50 Jahre hier ein Urtheil über die Vergangenheit fällen werden. Das neue Hervortreten und der aufsteigende Kurs der Gesellschaft fällt als ein wichtiges Moment in eine neue Entwicklung der wissenschaftlichen Forschung hinein, die am Ende des abgelaufenen Jahrhunderts deutlicher hervortritt, und von der wir jetzt noch nicht sagen sollen, wohin sie führt: wir wollen die Früchte nicht zu sehr loben, so lange sie noch nicht reif sind. Offenbar geht es dahin, daß wie wir längst in dem Betrieb der Wissenschaften auf die genossenschaftliche Weise hinausgekommen sind, wir nun auch in der Wissenschaft Weltpolitik treiben. Und wir bewundern die Weisheit unserer Regierung, daß sie ebenso, wie wir Männer der Wissenschaft, die nicht immer ganz praktisch sind, eingesehen hat, daß Deutschland in diesem Kampfe zwar durchaus in Harmonie mit möglichst allen Ländern und Völkern vorgehen soll, daß es da aber auch möglichst starke nicht nur, sondern auch möglichst viele Faktoren einsetzen muß, um seiner Bedeutung gemäß auch äußerlich auftreten zu können. Diese ganze Bewegung müssen und wollen wir pflegen, aber wohin sie führen wird, welchen Segen sie bringen wird, werden nur einige von Ihnen, die jetzt hier stehen, überhaupt erleben. Denn es sind ebenso schwere und dunkle Wolken, die über der Zukunft der Wissenschaft liegen, wie sie über der allgemeinen Entwicklung der Welt liegen, die zu vertheilen ist. Daß es da nothwendig ist, daß die beiden preußischen wissenschaftlichen Korporationen sich gegenseitig achten, lieben, fördern und verstehen, das ist freilich eine Bedingung, die ebenso leicht einzusehen wie hoffentlich zu erfüllen ist. Wir sollen diese beiden nicht mit einander vergleichen, das wäre verkehrt; wir wollen sie auch nicht betrachten als complementär; auch dieses wäre eine unbillige Wertung. Das gilt nur in sofern, als eine Anzahl von Aufgaben nothwendig in Berlin gelöst werden müssen wie Acta Borussia oder die Werke Friedrichs des Großen oder die Aktenstücke der Friedericianischen Zeit; wie auf der anderen Seite nothwendigerweise die Aufgaben,

die hier mit dem Lokalen verwachsen sind, Göttingen zufallen. Wenn während des ausgehenden Mittelalters die litterarischen Denkmäler Niederdeutschlands von großer Bedeutung sind, deren Sammlung und Bearbeitung Sie bereits betreiben, so wissen wir alle, daß in den früheren Jahrhunderten des Mittelalters bereits in Nieder-Sachsen eine Blüte der Kunst gewesen ist, die maßgebend geworden ist auf lange Zeiten und weite Strecken, namentlich nach Norden und Osten hin. Auch das fällt Ihnen zu, und damit wie überhaupt die Pflege der wissenschaftlichen Beziehungen zu den zwar niedersächsischen, aber ihres Zusammenhanges mit dem deutschen Niederlande noch nicht völlig wieder bewußten Orten, großen Culturträgern, wie Hamburg und Bremen. Hoffen wir, daß man auch in diesen an demjenigen Leben allmählig Anteil nimmt, und diesem immer kräftiger Ausdruck giebt, welches ihnen nicht mit dem Meere, sondern mit dem Lande gemeinsam ist. Andere Aufgaben, wie die der Naturwissenschaft, wenden sich nothwendigerweise nicht an einen engern Kreis, sie sind universal, wie die Natur. Und ebenso hat jede Wissenschaft immer Aufgaben, die als solche sich nicht theilen lassen, in denen die Wissenschaft als etwas göttliches immer in einem Ganzen und einem Vollkommenen sich darstellt, auch wenn sie als Theil erscheinen. Was aber davon der eine oder andere ergreift, das mag ein Ganzes sein, nie als wissenschaftliche Leistung; dem Objecte gegenüber wird es als ein verschwindender Theil erscheinen. Da darf und kann man nicht sagen, dies geht mich an, jenes dich. Nicht rechten soll man noch vergleichen, verstehen und achten soll man sich gegenseitig. Die Potenz wird nicht gemessen nach äußeren Mitteln. Wie geringe Mittel hat Gauß gehabt, im wesentliehen die, die in ihm waren, und das größte und unvergleichlichste hat er geleistet. Wir wollen also nicht reden von den Mitteln, wir wollen uns vielmehr darauf besinnen, daß es darauf ankommt, was geleistet wird, und wenn ich Ihnen da Gruß und Wunsch sagen soll, — ich werde ja nicht vergessen, auch Mittel zu wünschen; deren hat man nie genug, und ich werde auch nicht der Aufgaben vergessen: deren hat man ja immer zu viel: aber eins — doch das brauche ich ihnen nicht zu wünschen, das ist das, was schließlich wichtiger ist, als Aufgaben und als Mittel: Männer, die die Arbeit thun! die vor sich zu sehen, die wiederzusehen, denen wieder die Hand zu schütteln, und von Herzen der Gemeinschaft froh zu sein und bewußt zu sein, die nie abreißt, das ist das schöne dieses Tages.

Der Vorsitzende erwiderte:

Wenn es mir schwer wird, verehrter Herr College, zu antworten, so ist es auf diese Ansprache das richtige Wort, ich darf gar nicht sagen, das gleichmäßige zu finden. Was Sie herangezogen haben, ist ja denen, die das Glück haben, Ihnen nahe zu stehen, nichts neues. Wir kennen diese Anschauungen und seien Sie versichert, daß sie in unserem Kreise vollen Beifall finden. Ich darf hierüber nicht weiter reden; ich muß zur Hauptsache kommen, die darin besteht, daß die jüngere Schwester, die heute jubilirt, der älteren Schwester den wärmsten Dank für das Entgegenkommen ausspricht, das sie uns am heutigen Tage bekundet, für die freundliche Gesinnung, die wir seit langem dankend anerkannt haben. Ich will davon schweigen, daß wir uns nicht immer in gleicher Weise berührten. Wir freuen uns lieber der glücklichen Gegenwart und ich danke Ihnen, meine Herren, im Namen unserer Gesellschaft, für die Glückwünsche, die sie uns bringen, wie nicht weniger für Ihr persönliches Erscheinen. — Wir dürfen vielleicht sagen, wir wollen getrennt marschiren, aber wir wollen vereint siegen, da siegen wo es sich darum handelt, der Erkenntnis der Wahrheit näher zu kommen. Nochmals meinen besten Dank.

Ich ertheile nunmehr das Wort dem Vertreter der Königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaft in Leipzig.

Herr Windisch:

Excellenz, hochansehnliche Versammlung, hochverehrte Herren Sekretäre.

Der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen entbietet die Kgl. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig die aufrichtigsten Glückwünsche zu ihrem heutigen hohen Festtage und zugleich den herzlichsten Dank für die freundliche Einladung. Als Vertreter des diesjährigen Vorortes des Kartells gestatte ich mir, zugleich im Namen der Kgl. Akademie der Wissenschaften zu München, besonders noch hinzuzufügen, daß wir die größte Befriedigung und Freude darin finden, mit Ihrer illustren Societät in dem Kartell durch ein engeres Band vereint zu sein.

Nebeneinander stehend und wirkend sind die Akademieen nicht geneigt, für die Gegenwart in wissenschaftlicher Beziehung einen Rangunterschied unter sich anzuerkennen. Aber richten wir den Blick zurück in die Vergangenheit, so werden wir erfüllt von Gefühlen ehrerbietiger Pietät und Bewunderung über die ruhmreiche 150-jährige Geschichte der Göttinger Gesellschaft der Wissen-

schaften und über die lange Reihe von großen Namen, die hier an unserem geistigen Auge vorüberziehen! Die Universität Göttingen ist nächst Berlin zuerst diejenige gewesen, die von Neuem dem Akademiegedanken eine Verwirklichung gegeben hat, der Idee der Akademien, die wie es scheint, für die Zukunft berufen sind, eine bedeutsame Rolle im wissenschaftlichen Verkehr der Völker zu spielen, neben den vielleicht etwas schwerer beweglichen Universitäten.

Auch hier in Göttingen haben einsichtsvolle Staatsmänner, ein huldvoller Fürst und einflußreiche Gelehrte zusammengewirkt in schöner Eintracht. Wohl kann man Albrecht von Haller nicht ganz auf gleiche Stufe stellen mit Leibniz, aber dafür ist in Göttingen der Einfluß der französischen Gelehrten weniger hervorgetreten und durchweht die Entwicklung der Göttinger Societät von Anfang an ein deutscher Geist. Man erkennt hier auf dem philologisch-historischen Gebiete eine gewisse Einheitlichkeit in der wissenschaftlichen Richtung, ein Stück innerlich zusammenhängender geistiger Entwicklung hat sich hier vollzogen. Es sei nur erinnert an die Namen Heyne, Heeren, die Gebrüder Grimm, Otfried Müller, Dahlmann, Ewald nicht zu vergessen. Sie alle hielten den forschenden Blick, ein jeder in seiner Art, gerichtet auf den realen und idealen Gehalt der Vergangenheit und ihrer Litteratur. Nicht minder bedeutend, vielleicht auch in bestimmten Bahnen besonders hervorragend, war die Thätigkeit Ihrer großen Naturforscher und Mathematiker, der Männer wie Haller, Blumenbach, Tobias Mayer, Gauß, Weber, Wöhler! Und daß auch neu entstehende Wissenschaften in Göttingen eine berühmte Stätte gefunden, das bezeugt der Name Benfey's für das Sanskrit und die vergleichende Sprachwissenschaft.

Es steht mir nicht zu, die Lebenden zu rühmen, die heute in dieser illustren Gesellschaft vereint und an diesem Orte versammelt sind. Aber einen Dank möchte ich mir doch gestatten, — hierin zugleich einen Wunsch meines Collegen Wislicenus erfüllend — den Lebenden auszusprechen den Dank für die erfolgreichen Anregungen, die namentlich Ihre mathematisch-physikalische Klasse innerhalb des Kartells gegeben hat.

Göttingen mit seiner Societät und Universität ist für jeden Gelehrten deutscher Zunge eine durch den Genius geweihte Stätte. Die Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften, als ein kostbares Vermächtniß aus dem alten deutschen Reiche, das auch seine Glanzseiten hatte, in das neue deutsche Reich und Volksthum

herübergenommen, ist eine durch ihre Eigenart hervorragende Hochburg der deutschen Gelehrtenrepublik, und gehört zu den unschätzbaren Größen, die auf einer sehr bedeutsamen Stelle das Alte mit dem Neuen verbinden. Möchte, das ist unser Wunsch, die Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften auch für die Zukunft durch dieselben Kräfte gehegt und gefördert werden, denen sie ihre Entstehung und ihre Größe verdankt: durch das verständnißvolle Entgegenkommen weiser Staatsmänner, durch die Huld des auch die reine Wissenschaft ehrenden Fürsten und durch die rein der vorwärtsdringenden Forschung gewidmete Thätigkeit ihrer gelehrten Mitglieder!

Der Vorsitzende:

Geehrter Herr College. Wenn ich Ihnen unter dem Zwange äußerer Verhältnisse nur kurz antworte, so seien Sie doch überzeugt, daß der Dank, den ich Ihnen im Namen unserer Gesellschaft sage, warm und aufrichtig ist. Sie haben Bezug genommen auf die Stellung, die unsere Gesellschaft im Cartell einnimmt. Sie haben zu viel gerühmt. Wo ist das Cartell gegründet? Die Königl. sächsische Gesellschaft war es, die uns für die Gründung des Cartells aufnahm und die es bei sich entstehen sah. Des werden wir stets eingedenk sein, wenn wir, wie ich hoffe, lange durch dieses Band vereinigt, zusammen arbeiten und thätig sind, ein jeder nach seiner Besonderheit und Richtung. Und wenn auf dem Boden des Cartells eine größere Vereinigung, die internationale Association entstanden ist, so habe ich das Vertrauen, daß das Cartell, das die gelehrten Körperschaften deutscher Zunge umfaßt, daneben fortbesteht und fortarbeitet. Mit diesen Worten bitte ich Sie den wärmsten Dank unserer Gesellschaft entgegenzunehmen und ihn der Königl. sächsischen Gesellschaft wie der von Ihnen vertretenen Königl. Akademie der Wissenschaften in München auszusprechen.

Die große Deputation der Georg-August-Universität, der Prorector und die vier Dekane in Amtstracht, trat vor, und Seine Magnificenz, Herr Roethe, sprach für sie:

Excellenz! Hochansehnliche Versammlung! Meine Herren von der Gesellschaft der Wissenschaften.

Ein Ehrentag der Gesellschaft der Wissenschaften ist ein Ehrentag der Georgia Augusta. Mögen wir auch, nachdem wir fast $1^{1}/_{2}$ Jahrhundert in engster Einheit zusammen gelebt haben,

jetzt seit einem Decennium formal getrennt sein, es wäre künstlich und würde unseren echten Empfindungen nicht entsprechen, wenn wir uns darüber täuschen wollten: jeden guten Gedanken, jedes gute Wort, das die Gesellschaft der Wissenschaften heute erntet, die Georgia Augusta erntet sie mit. Und grade das war der Wille des Mannes, der die Universität und die Societät gestiftet hat. Nach Münchhausens Wunsche sollte die Societät werden ein opus et litteris optabile et utile Georgiae Augustae. Und Albrecht Haller sprach es aus in der Eröffnungsrede: societas nostra eam Academiam fecundet, cui ornandae destinata est. Ursprünglich unzweifelhaft war die Gesellschaft bestimmt, die kleine neue Universität schon äußerlich herauszuheben aus der Zahl der Schwestern, ihr zu Ruhm und Lüstre zu helfen. Auch das war nöthig. Aber die Societät hat mehr geleistet: ein stilles heiliges Herdfeuer hat sie angezündet, das der Georgia Augusta innerste Lebenswärme ins Herz geflammt hat und das ausstrahlte weit hinaus über ihre Sphäre. Die Georgia Augusta in ihren Anfängen genoß den Ruf eine hervorragend praktische Universität zu sein. Die Professoren wurden mit ihren Vorlesungen immer rechtzeitig fertig, öde Scholastik wurde gar nicht getrieben, die Bedürfnisse des Tages fanden weitgehnde Berücksichtigung. Die neue Hochschule war hochmodern und ganz zeitgemäß. Auch dieser Ruhm läßt sich hören: warum nicht? Aber der Ruhm der Modernität trägt den Keim des Veraltens in sich. Ewig jung bleibt nur, was nie modern war.

Bei der Stiftung der Gesellschaft der Wissenschaften aber wurde nachdrücklich ausgesprochen, daß es vor Allem darauf ankomme, die Wissenschaften zu fördern, daß es nicht genüge, weiterzugeben, sondern Not tue, mitarbeitend weiter zu schreiten. Diese Mahnung hat wirklich verjüngt, und es war eine große That, als diese Seele dem Leibe der Universität eingefügt ward. Daß in der gewaltigen Fuge der Wissenschaften des 19. Jahrhunderts die Deutschen die führende Stimme errangen, wer den Grund dafür erforschen will, der wird an dem Jahre 1751 nicht vorbeigehn. Der Bund zwischen Akademie und Universität ist hier in Göttingen zuerst und vorbildlich errichtet worden. Sonst hat die Universität die Akademie nach sich gezogen oder die Akademie die Universität; hier ist beides fast gleichzeitig und aus einem Gedanken herausgewachsen, und was das bedeutet, wissen wir alle. Dank jenem Bunde sind die Tage geschwunden, da an den Universitäten Männer lehren durften, die einfach überlieferten, was sie vorgefunden. Gleichviel ob Akademiker oder nicht, selbständige produc-

tive Wissenschaft wollen wir alle treiben. Daran besteht heute kein Zweifel, jeder echte Lehrer der Wissenschaft muß auch ein Mehrer ihres Reiches sein.

Und noch ein andres. Als hier die Societät gegründet wurde, da entschloß sich der Präsident, gewiß zur Verwunderung Vieler, die lateinische Sprache für ihre Schriften beizubehalten. Das widersprach bereits der Strömung des Tages, widersprach dem ursprünglichen Plan, aber durch diesen Entschluß doppelt merkwürdig bei einem Mann, der der erste deutsche Dichter seiner Zeit war und nicht im Verdacht stehen konnte, er hege Abneigung gegen die Ehre deutscher Sprache — durch diesen Entschluß sind unserer Societät die Abwege erspart geblieben, auf die deutschthümelnde und gemeinnützige Tendenzen die Berliner Akademie verlockt haben. Albrecht Haller wußte was er that: die Wissenschaft kennt keine Schranken, sie überspannt alle Grenzen der Völker; deutsch aber verstand man damals vielleicht in Deutschland, außerhalb Deutschlands nirgend. Wer von der Gesamtheit der gelehrten Welt gehört werden wollte, der mußte lateinisch sprechen. So ward der Grund gelegt zu einem Vorzug, dessen wir uns noch heute freuen. Verbindung mit dem Ausland ist ein Kennzeichen auch für die Georgia Augusta geworden. Wer heute durch die herrlichen Säle unserer Bibliothek geht, der freut sich, wie es da von alter ausländischer Litteratur wimmelt. Die Göttinger gelehrten Anzeigen waren die ersten gelehrten Blätter deutscher Zunge, die auch im Ausland aufmerksames Ohr fanden. Die Georgia Augusta ist im vorigen Jahrhundert wirklich etwas gewesen, wie eine Weltuniversität; und dieser Ehrgeiz, diese Ueberzeugung hat uns nie ganz verlassen. Wer uns einreden wollte, wir seien nur Provinzial-Universität, wir glaubten es nicht, wir wissen es besser.

So stehen wir Ihnen, meine Herren von der Gesellschaft der Wissenschaften, dankend gegenüber. Aber wir haben nicht das Gefühl drückender Dankesschuld. Denn blutsbrüderlich sind wir verbunden, nehmend und gebend zwei und doch eins. Brüder reiben sich wohl auch einmal: — doch wozu Familiengeheimnisse ausplaudern? Wir wissen doch und fühlen es tief, unsere Ehre ist Ihre Ehre, Ihre Kraft ist unsere Kraft, unser Stolz ist — Ihr Stolz? Ja, ganz stimmt das allerdings nicht. Wir haben einige Namen, auf die wir stolz sind, mit denen Sie wenig zu thun haben oder gar nichts. Ich greife nur heraus: Ritschl, Jhering, Lotze: unser sind sie gewesen, Ihnen haben sie nicht oder doch nur lose angehört, Und das mag Ihnen zeigen, wie

sehr wir uns gegenseitig brauchen. Wenn bei der Stiftung der Societät die Theologie, die Jurisprudenz, die speculative Philosophie grundsätzlich ausgeschlossen wurden, so ist das historisch begreiflich. Der ungeheure Aufschwung der philosophischen Fakultät, der eines Ruhmestitel für die Universität des 19. Jahrhunderts bildet, hängt unmittelbar damit zusammen. Aber es ist ein Segen für eine Akademie, die vielleicht mit bestem Grund eine solche Beschränkung sich auferlegt, wenn sie mit einer Universität verbunden ist, die jene Einseitigkeit unmittelbar heilt.

Ganz gewiß: wissenschaftliche Forschung ist das Herz auch der Universität. Aber aus dem Herzen heraus soll das Blut getrieben werden durch tausend Adern und Kanäle in alle Glieder, sie belebend, sie erwärmend, in alle Glieder der Universität und weiter hinaus: des Volkes, der Menschheit. So sind wir auf einander angewiesen: zu Forschung und Erziehung, zu Erweiterung und Verbreitung der Wissenschaft. So sind wir auf einander angewiesen und wollen zusammen halten in treuer Gemeinschaft. Indem ich diese Blätter hier niederlege[1]), auf denen aus kundigem Geiste und aus warmem Herzen unsere Wünsche Ihnen ausgesprochenwerden, weise ich Sie hin auf die einschließende Hülle. Diese Hülle trägt das Siegel unserer Universität, aber es ruht auf dem Devisenband der Societät. Das Verhältnis, dem dieses Sinnbild gilt, hat seine unvergängliche Bedeutung für die Geschichte der deutschen Universität. Der segensreiche Bund nicht nur dieser Akademie und dieser Universität, sondern d e r Akademie und d e r Universität ward hier geschlossen. Was so seit 150 Jahren gesund in Lebenskraft besteht, es wird weiter bestehen zu Frucht und Zier der Georgia Augusta, zu Frucht und Zier der Wissenschaft.

Der Vorsitzende:

Ew. Magnificenz und Spectabilitäten.

Im Namen unserer Gesellschaft danke ich Ihnen und unserer gemeinsamen Hochschule auf das herzlichste für Ihr Kommen und die stattliche Adresse. Aber Ihnen gegenüber darf ich mich kurz fassen — denn was bliebe zu sagen noch übrig nach dem, was S. Magnificenz in der beredten Weise seiner Art Alles gesagt hat. Wir danken Ihnen für die Adresse. Wir werden sie alle Zeit in hohen Ehren halten. — Wir werden nicht vergessen, daß unsere Universität und unsere Gesellschaft Geschwister sind, Fleisch von einem Fleisch und Geist von einem Geist. Aber sind

1) Auf Seite 127 abgedruckt.

wir Geschwister, so ist die Gesellschaft das jüngere, das bei dem älteren Schutz und Unterkunft findet. Ist doch unser Arbeitszimmer ein Stück des größeren Hauses der Universität, und immer wieder sind wir ihr zu Dank verpflichtet, daß wir ihre Prachträume gebrauchen dürfen, wenn uns Feste beschieden sind, wie wir sie heute feiern. Ich danke Ihnen Allen, meine Herren, für das, was Sie uns ausgesprochen, was Sie uns erwiesen haben, für Alles, was uns die Universität von jeher gewesen ist.

Darnach erbat sich als Vertreter einer Abordnung der Kaiserlichen Akademie in Wien Herr Mertens das Wort:

Excellenz! Hochansehnliche Versammlung!
Hochgeehrter Herr Sekretär!

Wir haben die Ehre, die Grüße und Glückwünsche der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien zur Jubelfeier der hohen Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen und den verbindlichsten Dank für die gütige Einladung zu überbringen. Die Kaiserliche Akademie der Wissenschaften schätzt sich glücklich, die Kgl. Societät zu den glorreichen wissenschaftlichen Schöpfungen und Errungenschaften der verflossenen 150 Jahre beglückwünschen zu dürfen, welche mächtig zu der Entwickelung der Wissenschaften im 19. Jahrhundert beigetragen haben und nicht nur den Gelehrten, sondern auch der gesammten Culturwelt zu Gute kommmen. Als Mathematiker darf ich mich darauf beschränken, an die glänzenden Heroen der Wissenschaft zu erinnern, welche der societas regia Gottingiensis scientiarum angehört und hier gewirkt und gelehrt haben, an K. Fr. Gauß, den Fürsten der deutschen Mathematiker, wie ihn Kronecker zu nennen pflegte, an seine Disquisitiones arithmeticae, an die Theoria motus und an die Reihe berühmter kleinerer mathematischer Abhandlungen, wie die Disquisitiones circa superficies curvas, die Summatio quarundam serierum singularium, an die Arbeit über die hypergeometrische Reihe u.s.f. Ich erinnere ferner an Wilhelm Weber und die von ihm im Verein mit Gauß durchgeführten physikalischen Untersuchungen und Entdeckungen, an Gauß Nachfolger, den großen Zahlentheoretiker Lejeune Dirichlet, zu dessen, wenn auch nicht unmittelbaren so doch mittelbaren, Schülern ich mich zählen zu dürfen die Ehre habe, an Bernhard Riemann, den genialen Rivalen von Weierstraß, den Schöpfer der Theorie der Abelschen Funktionen, und an den großen Geometer Clebsch.

Die Kaiserliche Akademie dankt der Gesellschaft der Wissenschaften für die jederzeit thatkräftige und hilfsbereite Unter-

stützung, welche sie der Ausführung von Mommsen's Gedanken, eine dauernde Vereinigung von Akademien zum Behufe größerer wissenschaftlicher Unternehmungen zu gründen, hat angedeihen lassen, eines Gedankens, welcher zu den Lieblingswünschen unserer Akademie gehörte. Insbesondere gedenkt die Akademie mit Dank des Antheils, welchen die hohe Societät an dem Zustandekommen des Verbandes der vier cartellirten Akademien von Göttingen, Leipzig, München und Wien gehabt hat. Dieser Verband bedingt einen regen wissenschaftlichen und persönlichen Verkehr der Mitglieder der cartellirten Akademien, der deutschen und österreichischen Gelehrten und hält die für die Entwickelung der deutschösterreichischen Universitäten und technischen Hochschulen so fruchtbringende und unentbehrliche Wechselwirkung mit den Hochschulen des deutschen Reichs wach. Es gereicht uns zu großer Freude, feststellen zu können, daß eine schöne Frucht der Thätigkeit der cartellirten Akademien, das Zustandekommen einer umfassenden Encyklopädie der reinen und angewandten mathematischen Wissenschaften zum großen Theil den unausgesetzten Bemühungen eines illustren Mitgliedes der Kgl. Gesellschaft zu danken ist. Mit nicht geringerem Interesse und Beifall verfolgt die Kaiserliche Akademie die Bestrebungen der Göttinger Gelehrten, welche auf Herstellung einer engeren Fühlung der Universitäten mit dem practischen Leben gerichtet sind, die Betonung einer größeren und sorgfältigeren Pflege der angewandten mathematischen Wissenschaften und den Versuch, auch technische Wissenschaften in den Kreis der Universitätsdisciplinen zu ziehen. Die Kaiserliche Akademie erblickt in diesen Bestrebungen ein geeignetes Mittel, der drohenden Isolirung der Universitäten entgegen zu arbeiten.

Als Dollmetsch der Glückwünsche der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften habe ich die Ehre, dem Wunsche und der Hoffnung Ausdruck zu geben, daß die hohe Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften auch in Zukunft inmitten ihrer deutschen Schwester-Körperschaften ihre bisherige ruhmreiche Stellung behaupten möge, wozu ihre gegenwärtige Zusammensetzung die gegründetsten Aussichten darbietet, daß sie fernerhin gedeihe, blühe und wachse, daß sie mächtig eingreife in die Entwickelung und Ausbreitung der Wissenschaften zum Ruhme des deutschen Volkes und zum Heile der Menschheit und daß sie in steter Wechselwirkung verbleiben möge mit den Akademien unseres Vaterlandes Oesterreich.

Der Vorsitzende:

Verehrter Herr College! Empfangen sie für Ihre Worte unseren wärmsten Dank und überbringen Sie ihn der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. Aber nehmen Sie, meine Herren, unseren herzlichen Dank auch dafür, daß sie in dieser spätherbstlichen Zeit die lange Reise nicht gescheut haben, die Sie aus dem schönen Wien in unsere kleine Universitätstadt geführt hat. — Sie haben, verehrter Herr College, den Namen eines Mannes genannt, der von uns allen hochgeschätzt wird, den Namen Mommsen. Ich nenne Ihnen dagegen einen anderen: Suess. Das ist der Mann, der den Gedanken des Cartells in Wien aufgegriffen und mit Einsetzung seiner ganzen Kraft gefördert hat. Wir danken der Wiener Akademie, daß sie diesen Anregungen folgend die Sache des Cartells mit regstem Eifer vertreten hat. Für Alles unseren besten Dank. — Ich ertheile nunmehr Herrn Dr. Böttinger das Wort.

Herr Böttinger:

Ew. Excellenz! Hochangesehene Herren!

Die Göttinger Vereinigung für angewandte Mathematik und Physik hat das große Glück, was ich hier mit besonderem Dank ausspreche, ihre Glückwünsche darzubringen, theilnehmen zu dürfen an dem Jubel- und Ehrentage Ihrer Gesellschaft, an dem Fest, wo Sie auf eine ruhmreiche 150jährige Vergangenheit zurückblicken, eine Vergangenheit, die Sie zugebracht im Dienst der Forschung und Wissenschaft. Hochverehrter Herr Sekretär, die hervorragenden und grundlegenden Arbeiten Ihrer großen Gelehrten sind unvergänglich und die Anerkennung der ganzen civilisirten Welt wird allzeit Ihnen verbleiben. Gestatten Sie mir auch Namens der Göttinger Vereinigung neben unsern Glückwünschen auch diesen Dank nochmals besonders aussprechen zu dürfen, mit der zuversichtlichen Hoffnung, daß der Ruhm der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen als Leuchte der Wissenschaften im Interesse und im Dienst des Vaterlandes und der gesammten Menschheit nie versiegen möge. Als kleines Zeichen unserer Huldigung gestatten Sie mir, verehrter Herr, Ihnen diese Adresse [1]) zu überreichen mit der Bitte, sie geneigtest von uns anzunehmen.

Der Vorsitzende:

Sehr geehrter Herr. — Ich bitte Sie, den Dank, den unsere Gesellschaft für die Ueberreichung der Adresse Ihnen schuldet, der

---

1) Auf Seite 190 abgedruckt.

von Ihnen vertretenen Vereinigung auszusprechen, und verbinde damit den Wunsch, daß Ihre Vereinigung dem Ziele nahe kommen möge, dem sie unentwegt und mit den besten Kräften nachstrebt.

Nunmehr bitte ich Herrn Leo an meine Stelle zu treten und die angekündigte Rede zu halten.

Herr Leo:

Hochansehnliche Versammlung.

Ein Fest wie dieses, das uns heute zusammenführt, ist ein Fest der Vergangenheit und der Zukunft. Wie die Wissenschaft niemals eine Gegenwart genießt, sondern unablässig den Gewinn der Jahrhunderte verarbeitet und in die Räume des noch unerreichten Gedankens hinausstrebt, so kann eine nur in der Wissenschaft gegründete, auf keine Thätigkeit des praktischen Lebens gerichtete Körperschaft nicht am Meilenzeichen ruhen, um sich des Erreichten zu freuen. Wir blicken nach vorne, wo sich die Wege dehnen. Wenn wir zurückschauen, so beglückt uns der Gedanke, daß alle Wege, die unsre Vorfahren gewandert sind, auch uns den unendlichen Zielen näher bringen, daß wir im Zusammenhang einer Geschichte stehen, die nicht mit blinden Kräften drängt und hemmt, die mit den Thaten des Geistes und der Persönlichkeit arbeitet, damit durch das Hin und Her der Bewegung und Bestrebung die Richte gefunden werden.

Jede Gegenwart trägt eine Fülle durch- und widereinander gehender Strömungen; selten wird man finden, daß ein genialer Mann mit voller Klarheit das Wesen seines Zeitalters bezeichnet. Es sind üble Propheten, die so rasch den Geist der Zeiten in ihrem Geiste lesen und die neue Zeit im Munde führen. Nur allmählich sondert sich dem rückschauenden Blicke das Lebendige und Bestimmende und damit die wahrhaft productive persönliche Leistung von dem ephemeren Schein. Dann liegt ein besonderer Reiz der historischen Betrachtung darin, nach dem Verhältniß der geistigen Thaten zu den Charakterzügen des Zeitalters zu fragen; und die Antwort, die sich bietet, wird allemal den unsicheren Zug der in die Zukunft führenden Linie zu befestigen dienen.

Gewiß gibt die Geschichte einer gelehrten Körperschaft besonderen Anlaß zu solchen Fragen. Denn in ihrem Zusammenhang mit der allgemeinen Geistesgeschichte liegt zugleich das Recht und die Gewähr ihres Lebens. Aber dies Fragen und Antworten hätte tausend Anfänge und kein Ende: es gilt sich im Einen wie im Andern zu bescheiden. Wenn Sie mir gestatten, einige

für die anderthalb Jahrhunderte unsrer Gesellschaft wichtige Gesichtspunkte in der angedeuteten Weise hervorzuheben, so darf ich wenigstens hoffen, Ihre Gedanken von den Gegenständen, mit denen sie ohnedies in dieser festlichen Stunde beschäftigt sind, nicht abzulenken.

Als am 10. November 1751, dem Geburtstage König Georgs II. von England, die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften im Auditorium maximum der Universität zum erstenmal, im Beisein des akademischen Senats und der studirenden Jugend, an das Licht der Oeffentlichkeit trat, bestand sie aus folgenden Männern: dem Präsidenten Albrecht von Haller; drei ordentlichen und drei außerordentlichen Mitgliedern: in der mathematischen Klasse Johann Andreas Segner und Tobias Mayer, in der physikalischen Samuel Christian Hollmann und Johann Georg Röderer, in der philologisch-historischen Johann Matthias Gesner und Gottfried Achenwall; endlich dem Secretär Johann David Michaelis. Wenn wir, wie er es wahrlich verdient, den Minister und Curator Gerlach Adolf von Münchhausen hinzunehmen, so sind dies die Namen der Männer, die wir als unsre Stifter verehren. Die Hälfte der Namen ist von der Art, daß noch heute, wenn sie genannt werden, der Naturforscher, der Mathematiker, der Philologe aufhorcht; Männer von höchstem Range in ihren Wissenschaften und zum Theil für die gesammte Cultur der Zeit von hervorragender Bedeutung.

Daß solche Persönlichkeiten zur Verfügung standen, erklärt das Wagniß, in dem niedersächsischen Landstädtchen eine neue Akademie neben die von Paris und London, von Berlin und Petersburg zu stellen. In der Eröffnungsrede jenes Tages scheut Haller den Vergleich nicht. Er legt dar, daß neben der Universität und ihrem für die Ueberlieferung der Wissenschaften bestimmten Lehrkörper die neue Gesellschaft eine ganz andere, nur auf die Erweiterung der Wissenschaften gerichtete Aufgabe zu erfüllen habe; den einzigen Unterschied der Göttinger von den bestehenden großen Akademien und zugleich einen Vortheil sieht er darin, daß hier, als am Sitze einer Universität, auserwählte Studirende als *auditores* oder *hospites* den Sitzungen der Gesellschaft beiwohnen können. In der That war die Universität die Voraussetzung für die Existenz der Gesellschaft und sollte die Gesellschaft vor allem ein Mittel sein, die Leistungen und den Ruhm der Universität zu heben und ihr den Vorrang von allen andern deutschen Universitäten zu verschaffen. Der Charakter der Ge-

sellschaft unterschied sich grade dadurch von dem der ähnlichen gelehrten Körperschaften, daß sie mit einer Universität in der engsten Lebensgemeinschaft verbunden war. Die Universität unterschied sich von den übrigen Universitäten, obwohl auch nur graduell, doch in eignem und hohem Sinne durch ihre Anlage und Einrichtung, die sie befähigte, ein solches Personal für eine Gesellschaft der Wissenschaften zu stellen.

Die deutschen Universitäten waren nach dem dreißigjährigen Kriege verkümmert und vertrocknet; die Verbindungsadern, durch die in den Zeiten der Renaissance und der Reformation das Lebensblut der weltbewegenden Gedanken hin und wieder floß, waren abgestorben; wo die alte Scholastik ausgetrieben war, regierte die neue. Leipzig, das unter seinen Landeskindern die besten Talente des ausgehenden 17. Jahrhunderts, unter ihnen Pufendorf, Leibniz, Thomasius, hätte gewinnen können, wurde durch den Orthodoxismus ganz an freier Entfaltung gehindert. Aus dem von Leibniz außerhalb der Universitäten hergestellten Verhältniß zu den großen Gedanken der Zeit erwuchs für die Universitäten doch nur, durch Christian Wolf, eine wiederum neue Scholastik. Der Fortschritt der Wissenschaft geschah in England, Frankreich und Holland. Die an der neugegründeten Universität Halle blühenden Fächer der Theologie und Jurisprudenz hatten nur eine local beschränkte und wesentlich praktische Bedeutung. Die erste Universität, an der zugleich mit dem freien Geist der Forschung die allgemeinen Wissenschaften und damit die treibenden Kräfte der Weltcultur eine Stätte fanden, war Göttingen. Unter ihnen standen die mathematischen und Naturwissenschaften voran; die Philologie begann hier hinzugerechnet zu werden. Die Gesellschaft der Wissenschaften aber sollte sich nur mit diesen allgemeinen Wissenschaften befassen. So war sie von vornherein auf eine Wechselwirkung mit der Universität angewiesen: sie erhielt von dieser einen Mitgliederkreis, wie er in Deutschland außer in Göttingen nicht beisammen zu finden war, und in ihren Instituten das Material zur Arbeit; die Universität gewann den zumal für jene Anfangszeiten unschätzbaren Vortheil, daß ein wichtiger Theil ihres Lehrkörpers mit Rücksicht auf die der reinen Forschung angehörenden Zwecke der Societät ergänzt werden mußte. Der Universität verdankte die Societät ihre Existenz, daß die Georgia-Augusta in der Bewegung, die den Universitäten in Deutschland die Stelle an der Spitze des geistigen Lebens gab, voranschreiten konnte, verdankte sie zum nicht geringen Theil der Societät. Auch nach der Trennung ist nur neben einer blühenden

Universität die Blüthe der Gesellschaft denkbar; und niemals hat sich die Vorstellung verloren, daß die Societät zum Ruhme der Universität arbeitet.

Es geht nicht an, die Geschichte der Gesellschaft von der der Universität zu trennen; für keine ihrer Epochen, am wenigsten für die der Gründung. Aber in dieser ersten Periode umfaßt der als Gesellschaft der Wissenschaften auf sich gestellte Ausschnitt der Universität ohne Frage die in den großen Gang einer großen Zeitentwicklung am kräftigsten eingreifenden Männer.

Die Mitte des 18. Jahrhunderts ist getragen von einer Gemeinsamkeit und inneren Einheitlichkeit der die Culturvölker bewegenden und ihren Geist emporhebenden Gedanken, wie sie in aller Geschichte selten ist und nach der die Völker nicht nur in sich sondern auch von einander trennenden Reformation doppelt wunderbar erscheinen muß. Die Führung der neuen Zeit hatte noch im 17. Jahrhundert England ergriffen; Frankreich folgte auf der gebrochnen Bahn und öffnete neue Wege. Dort war es die erreichte, hier die ersehnte politische Wiedergeburt, hier wie dort der Kampf gegen religiöse Beschränkung und Beschränktheit und von innen heraus das mit dem Ende des Mittelalters in die Welt tretende persönliche Ringen nach einer Weltanschauung, die weder von der Kanzel gepredigt noch vom Katheder gelehrt würde. Neben den großen und bewundernswerthen Versuchen der Philosophie und in vielfacher Verknüpfung mit diesen bemühten sich Mathematik, mathematische Physik und Astronomie um die Lösung des Welträthsels; und hier sind die Namen der Sieger: Copernicus, Kepler, Galilei, Newton. Die Wissenschaft löste sich von Theologie und Philosophie und trat in die Mitte der geistigen Bewegung. Eine wissenschaftliche That, die Entdeckung des Gesetzes, auf dem die Einrichtung des Weltbaus beruht, wurde zum Ausgangspunkt und Centrum einer neuen Periode der Weltcultur. An der Mechanik des Himmelsgebäudes entwickelte sich gleichermaßen eine wissenschaftliche Religion und, mit Ausschaltung der Gottheit, eine naturalistische Welterklärung. Der Deismus wie der Materialismus drang auf Duldung des Denkens und Freiheit der Forschung. In England war diese Freiheit und Duldung ein Gut der Bevorzugten; in Frankreich wurde sie zum allgemeinen Besitz. Voltaires erste That war die Popularisirung Newtons; schon durch Bayle, dann aber durch die Encyklopädie wurden die Resultate der Wissenschaft aller Welt zugänglich gemacht. Neben die Forschung trat die Bildung. Das Zeitalter der Wissenschaft war zum Zeitalter der Aufklärung geworden.

Im Gründungsjahr unsrer Gesellschaft erschien der erste Band der Encyklopädie mit d'Alemberts Einleitung; in den letztvergangnen Jahren war Humes Untersuchung über den menschlichen Verstand, Montesquieus Geist der Gesetze, der Anfang von Buffons Naturgeschichte erschienen und, der Aufgang eines neuen Gestirns, Rousseaus Abhandlung über die Wissenschaften und Künste.

Deutschland war zurückgeblieben, das führende Volk der Reformation war wie das der Renaissance, jenes durch die Religionskriege wie dieses durch die Gegenreformation, in seiner Entwicklung gehemmt. Aber die deutsche Bildung war durch den einen Leibniz in ähnlicher Weise wie die englische durch Newton auf die geistige Weltbewegung vorbereitet worden. Jetzt war Deutschland bereit in die Bewegung einzutreten. In Berlin bestand eine Colonie der französischen Wissenschaft und Aufklärung. Maupertuis kämpfte für Newton gegen die Leibnizianer; Euler und nach ihm Lagrange förderten gewaltig die Hauptwissenschaften des Zeitalters, Mathematik und Mechanik. In Göttingen bildete sich das erste rein deutsche Centrum der einzig auf die Erweiterung der Wissenschaft gerichteten Forschung; es bedurfte der Societät neben der Universität, um diese Absicht der Welt kundzuthun und den Erfolg zu sichern.

Der Schwabe Tobias Mayer verknüpfte durch seine Mondtafeln und die 'Theorie des Mondes nach Newtons System' zuerst den Namen Göttingens mit der Wissenschaft, in deren Geschichte er herrlich zu klingen bestimmt war. Die biologischen Wissenschaften waren in Hallers Person vereinigt. Es war die andre Seite der Welterkenntniß, die aus der Beobachtung der organischen Natur das Verhältniß zwischen Seele und Materie zu erschließen suchte. Albrecht Haller war unstreitig die größte wissenschaftliche Persönlichkeit in Deutschland; so wenig er Leibnizens eigne Kreise berührte, durch die Universalität des Geistes und durch die Wirkung, die er übte, der eigentliche Nachfolger von Leibniz. Siebzehn Jahre lang verwaltete er in Göttingen die Professur der Anatomie, Medicin, Botanik und Chirurgie, begründete das anatomische Theater, das Entbindungshaus, den botanischen Garten. Es war von der größten Bedeutung für die Entwicklung der Universitäten überhaupt, daß ein Mann wie Haller wieder seine Kraft dem öffentlichen Unterricht widmete. Als Physiologe stand er neben seinem Lehrer Boerhave, als Botaniker neben Linné. Durch ihn umgab der Glanz auch der jungen Wissenschaften der organischen Natur die Göttinger Gesellschaft von ihrem Werden an. Wie er in seiner Production auf Beobachtung und Sammlung,

Ordnung und Verbindung der Massen ausging, so nahm er an allem Wissen seiner Zeit lernend, urtheilend, anregend mit erstaunlicher Kraft der Aneignung und Vertiefung theil. Und so war er auch Dichter, der erste Schweizer, der die deutschen Poeten seiner Zeit beschämt, durch die Größe der Aufgaben die er sich stellt, wie er als Jüngling, zwar in den Spuren des englischen Lehrgedichts, aber mit hohem Fluge die Natur der Alpenwelt und mehr noch, einer der vielen Vorläufer Rousseaus, die in ihr glücklich verborgene Menschheit poetisch zu beleuchten unternahm, durch den Reichthum des Schauens, durch den heiligen Ernst der Arbeit. Ein solcher Mann war der Präsident der jungen Gesellschaft, geeignet wie keiner der Zeitgenossen, ihr Gehalt und Geltung zu verschaffen.

Neben die mathematische und physikalische Klasse setzte Haller eine historische oder historisch-philologische; sie sollte nach seinem Plan 'Geschichte, Geographie und schöne Wissenschaften' umfassen. Eine besondere philologische Klasse neben der historischen, die der Kanzler Mosheim um Gesners willen gewünscht hatte, lehnte er ab: der Geschmack der Welt gehe garnicht auf 'Sprache und Philologien', sondern allein auf Mathematik und Physik. Diesem Weltgeschmack nachzugeben hinderte ihn die Weite der eignen Bildung und die an der Universität treibenden Kräfte. Der dritten Klasse wurde außer Gesner und dem unter den Begründern der Staatswissenschaft rühmlich genannten Achenwall von Anfang an auch der Secretär Michaelis hinzugerechnet.

Michaelis war seit sechs Jahren Professor in Göttingen. Ein Jahr vor der Gründung der Gesellschaft war seine Einleitung in das Neue Testament erschienen. Sein Ruhm war begründet und wuchs in den nächsten Jahren zu einem Maße an, wie es vordem nur Naturforschern und Philosophen beschieden war. Er erschien als der Schöpfer einer neuen Bibelerklärung, die eine geschichtliche Kritik auf die Erforschung der orientalischen Sprachen und die historische und archäologische Untersuchung der biblischen Völker gründete und dadurch daß sie vom Dogma absah die wissenschaftliche Wahrheit zu erschließen fähig schien. Auch Michaelis war ein Mann von ausschauendem Geiste, der seine Correspondenz über ganz Europa und über alle Wissensgebiete spannte; wie er es denn auch gewesen ist, der Tobias Mayers Mondtafeln zur Anerkennung in England verholfen hat.

Gesner lehrte in Göttingen die klassische Philologie, die in England, nachdem Richard Bentleys einsame Größe vorübergegangen war, durch Dawes und Markland, in Holland mächtiger

durch Hemsterhuis und seine Schüler Valckenaer und Ruhnken vertreten, in Deutschland aber noch nicht über den Stand einer die Theologie einerseits und alle übrigen Wissenschaften andrerseits mit der nöthigen Sprachkenntniß und Rhetorik versorgenden Hilfswissenschaft hinausgekommen war. Gesner, der als Gelehrter mit Recht den großen holländischen Philologen gleich und von diesen als ihresgleichen geachtet wurde, hat als Lehrer die klassische Philologie in Deutschland zuerst zum Range eines eignen akademischen Studiums und Göttingen zu dessen Centrum erhoben. Keine andre europäische Akademie konnte sich, bis in die ersten Jahrzehnte des 19. Jahrhunderts hinein, einer Vertretung der philologischen Wissenschaften rühmen, wie sie Göttingen von Anfang her besaß. Der Gang der nationalen Cultur in Deutschland aber hat der Thätigkeit dieser Männer eine besondere Wirkung für die folgende Zeit verliehen.

Die Aufklärung war in ihrem innersten Wesen unhistorisch. Sie kannte den Begriff des Historischen noch nicht; historisch war ihr die einmal erfahrungsmäßig bekannt gewordene Thatsache oder die einmal thatsächlich eingetretene staatliche oder gesellschaftliche Einrichtung. Das Natürliche und Vernünftige war jederzeit bereit, dem Historischen als Gegensatz gegenüberzutreten. Als man erfahren hatte, was Geschichte bedeute, war der Aufklärung das Todesurtheil gesprochen, und als sie weiterleben wollte, ward sie zum Kinderspott. Unhistorisch innen und außen war der Deismus. Er lebte im Kampf gegen die historisch gewordenen Formen und seine Apologetik ruhte in der Blindheit gegen die Geschichte der Religionen. Unhistorisch war die mechanische Weltbetrachtung. Sie kannte nur das Gesetz und seine ewige Geltung, das ein für allemal Gegebne, und das einmal Erscheinende im Banne und unter der Formel des ewigen Gesetzes. In der Geschichte des Menschen aber waltet das Individuelle, die sich stets erneuernde Auflehnung gegen das Rechenexempel des Rationalismus, das aus tausend Lebensbedingungen zu einer künftigen Einheit fortschreitende Stirb und Werde. Als nun der Prophet des Individualismus sich zum Kampfe gegen die Aufklärung erhob, da war er geschichtlos wie seine Zeit. Rousseau lenkte den Sinn der Menschen in ihre eigne Seele und in einen außergeschichtlichen Zustand zurück; gewiß führte dieser Antrieb allmählich auch zur Erforschung früher Perioden der Menschheit; aber zunächst war Rousseaus Ansicht von der menschlichen Cultur und von der Natur des Staates und der Gesellschaft, sein Fühlen

und Kämpfen, seine Theorie und sein Glaube doch nur ein Sturzbach auf die Mühle des Säculums.

Die Entdeckung der Geschichte war die That des deutschen Geistes. Damit bereicherte er die Weltcultur, als die Reihe an ihm war, und behielt nun selbst die Führung in der allgemeinen Geistesgeschichte. Historiker freilich hatte es auch vordem gegeben; man braucht nur die Namen Montesquieu und Voltaire, Hume und Gibbon zu nennen. Aber selbst Gibbon, so hoch er durch Sicherheit der Forschung und Kunst der Darstellung steht, zahlt doch der geschichtswidrigen Zeitauffassung ohne Abzug seinen Tribut. Und Entdeckung der Geschichte bedeutete nicht Abfassung von Geschichtswerken.

In Deutschland setzte sich in größerem Maßstabe das merkwürdige Schauspiel fort, das in Frankreich begonnen hatte, wo die Voltaire Diderot und Rousseau die Träger der philosophischen und der litterarischen Bewegung waren, das Schauspiel einer inneren Einheit in der Entwicklung der Wissenschaft und schönen Litteratur; nur daß in Deutschland bald die Geisteswissenschaften in der Bedeutung für die allgemeine Cultur den Naturwissenschaften vorantraten. Hier vollzog sich der Fortschritt zur historischenAuffassung des menschlichen Geistes und Lebens. Lessing ist reicher an wissenschaftlichen Gedanken als eine Bibliothek gelehrter Bücher seiner Zeit. Der schöpferische Zug seiner Kritik liegt eben darin, daß er, der universalen Formel abhold, das Individuelle zu erfassen, die Grenzen der Erscheinung und der Persönlichkeit zu bestimmen, den Dichter und das Kunstwerk unter den Bedingungen ihrer Zeit zu verstehen strebt. Dabei fand er immer wieder die Wurzeln der Gebilde und damit ihre Erklärung im griechischen und römischen Alterthum. Es war eine erstaunliche Kühnheit historischer Auffassung, daß er, über die dogmatischen wie über die Vernunfttheologen hinaus, an die Stelle der einmaligen Offenbarung wie der Verwerfung aller Ueberlieferung eine durch die göttliche Führung geregelte Entwicklungsgeschichte der menschlichen Religionen setzte. Lessings innerer und an den meisten Punkten nur andeutender Wendung auf historische Betrachtungsweise folgten Herders ausdrückliche und mächtig antreibende Impulse. Seine Auffassung von der Entstehung der Sprache war im tiefsten Sinne historisch; die hebräische Poesie, das Volkslied, das Volksepos ergriff er an ihren Wurzeln und erschloß ihren Zusammenhang mit dem Leben des Volks wie eine Offenbarung; in der Geschichte der Völker wies er die Fäden zusammenhängender Entwicklung auf; und daß die höchste geistige That nicht durch

die Regel und den gemeinen Verstand, sondern durch die individuelle Kraft der Persönlichkeit entstehe, bewies er, in Lessings Spuren, an Skakespeare. Die eigentlich entscheidende Leistung aber war Winckelmanns Geschichte der Kunst des Alterthums. Hier war die bildende Kunst eines Volkes von den Anfängen her als ein Stück seines Lebens, ein Product seiner Geschichte behandelt. Der Eindruck und unermeßliche Einfluß dieses Werkes beruhte nicht nur darin, daß es das erste Beispiel einer solchen Darstellung war, eine neue Wissenschaft begründend und doch jeden gebildeten Sinn bewegend, sondern darin daß das Volk, dessen innerstes Leben so sich zu öffnen schien, die Griechen waren und ein Gefühl des unendlichen Zusammenhangs mit der edelsten Menschlichkeit durch eine unzerreißbare Kette des historischen Lebens die deutsche Geisteswelt durchströmte. Das Verhältniß, welches Deutschland in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts zum Griechenthum gewann, war bestimmend für die Entwicklung, die auf der einen Seite in Goethe und Schiller, auf der andern in W. v. Humboldt gipfelte und dann in der Zeit der Romantik, als Dichtung und Wissenschaft sich trennten, die glorreiche neue historische Wissenschaft ans Licht brachte.

Es war eine durchaus von großen Persönlichkeiten getragne Bewegung. Aber jede solche Bewegung, wenn sie auch auf wissenschaftliche Ziele hinausgeht, bedarf außer der Zeitströmung und den ihrer Zeit voranschreitenden Männern auch gewisser Mittelpunkte der stetig schaffenden Arbeit, an denen theils der Besitz gemehrt und gesichert, theils in fortgesetzter Ueberlieferung und Lehre das gewonnene Gut geprägt und umgesetzt wird. Solche Centren waren für das Zeitalter der Naturwissenschaft die Londoner Gesellschaft und das Pariser Institut gewesen; die neue Phase der deutschen Entwicklung, die durch die Antike zur historischen Wissenschaft vorschritt, fand nur in Göttingen, seiner Universität und Societät, den Boden bereitet.

Ein Mitglied unsrer Gesellschaft, das ihr ein halbes Jahrhundert angehört, sie reorganisirt, durch äußere und innere Schwierigkeiten geführt, ihr mehr als einmal das Leben gerettet und sie durch seine Arbeit und seinen Ruhm getragen hat, Christian Gottlob Heyne, hat von jener Zeit des Werdens bis in die neue Periode der Geisteswissenschaften hinein (er erschien in Göttingen ein Jahr vor Winckelmanns Kunstgeschichte und starb ein Jahr nach dem ersten Erscheinen von Niebuhrs römischer Geschichte) in Göttingen an der rechten Stelle als der rechte Mann die Arbeit geleistet, die Noth that. Als Gesners Nachfolger

befestigte er die Bedeutung Göttingens für die klassischen Studien; sie blieb ausschließlich bis zum Einsetzen von Wolfs Thätigkeit in Halle. Aus eigner Einsicht und Kraft behandelte er die Philologie als Altertumswissenschaft in so hohem Sinne wie es die historische Auffassung der Zeit zuließ. Dadurch daß er die bildende Kunst in den Bereich seiner Philologie zog, wurde er zum wirksamsten Mitarbeiter und Nachfolger Winckelmanns. Durch die Gelehrten Anzeigen wirkte er mit einem Organ der Gesellschaft über Göttingen hinaus in die deutsche Bildungswelt. So hat Göttingen die ihm im geistigen Getriebe jener großen Zeit zugefallene Aufgabe wohl erfüllt.

Neben Heyne standen als Jüngere Arnold Heeren und Johann Gottfried Eichhorn; bald folgten auf ihn Welcker und Otfried Müller, zwei der großen unter den Schöpfern der historischen Philologie. Aber schon in Heynes letzten Jahren hatte die Berliner Akademie auf diesem Gebiete die Führung übernommen. Sie konnte es seit auch ihr eine Universität zur Seite getreten war; sie that es, weil ihre Philologen und Historiker die neuen Aufgaben der akademischen Arbeit begriffen. Es lag nicht außer der Möglichkeit, daß unsre Gesellschaft schon damals nach ähnlichen Zielen gestrebt hätte; unter dem Beschlusse, der zur Einführung der deutschen Sprache in ihre Schriften den Anlaß gab, stehen die Namen J. und W. Grimm, Dahlmann, Ewald, O. Müller. Das Jahr 1837 und der frühe Tod O. Müllers zerstörten solche Aussichten. Die wichtigsten Leistungen der Gesellschaft im 19. Jahrhundert liegen auf den Gebieten der Mathematik und Naturwissenschaften.

In Goethes erhabener Gestalt haben sich die Culturgewalten seiner Zeit mit dem Gehalt seines eignen Genius zur Einheit verbunden. Die mathematische und die speculativ-philosophische Kraft gehörten nicht zu den Elementen seines Geistes; jene beansprucht eine Welt für sich und ist wohl nur einmal, in der Seele Platos, mit poetischer Genialität vereinigt gewesen. Die Philosophie erhob sich neben Goethe durch Kant zu einer das Zeitalter ihrerseits neu beherrschenden Macht. Aber die philosophische Bewegung der romantischen Periode ruhte nicht minder als in Kant in dem Ideal menschlicher Bildung, das Goethe und Schiller aufgestellt und Goethes bis zur Vollendung harmonisch ausgelebtes Wesen dargestellt hatte. Die großen Verfolger dieses Ideals, dem die Wissenschaft als untrennbarer Factor zugehörte, wendeten sich je nachdem ihr Geist sie führte dem philologisch-historischen oder dem naturwissenschaftlichen Ziele zu. Dies zu

beleuchten genügt es die Namen der Brüder Humboldt auszusprechen; und die Namen Goethe und Alexander v. Humboldt besagen genugsam, welchen Antheil die Naturwissenschaften an der allgemeinen Cultur des nationalen Geistes auch in der Zeit jener deutschen Renaissance genommen haben.

Der speculativen Philosophie hat unsre Gesellschaft bis heute ihre Pforten nicht geöffnet; die alte Anschauung blieb in Kraft, daß die auf die Principien aller Wissenschaften vordringende Gedankenarbeit sich der gemeinsamen Forschung und Mittheilung entziehe. Was die Göttinger Societät für die Geschichte der mathematischen, der verwandten astronomischen und der physikalischen Wissenschaften bedeutet, ist in Aller Munde. Auf Segner und Tobias Mayer folgten Kästner, Lichtenberg, der jüngere Johann Tobias Mayer. Neben diesen trat im Jahre 1807 Karl Friedrich Gauß.

Die Gesellschaft hat das Glück gehabt, eine Anzahl ihrer hervorragendsten Mitglieder durch eine an die Grenzen menschlichen Hoffens reichende Zeit zu besitzen. Heyne und Heeren, Blumenbach und Gauß, W. Weber und Wöhler, Ewald und Hanssen haben theils nahezu theils über ein halbes Jahrhundert hinaus in der Gesellschaft gewirkt und ganzen Perioden unsrer Geschichte ihren Namen aufgeprägt. Als Gauß nach Göttingen kam, waren die Disquisitiones arithmeticae gedruckt und die Methode der kleinsten Quadrate erfunden; aber die Fülle der Entdeckungen eines halben Jahrhunderts, durch welche Gauß als universaler mathematisch-physikalischer Geist neben Newton getreten ist, sind hier entstanden und zum großen Theile der Gesellschaft vorgelegt worden. Als vor 50 Jahren die Gesellschaft ihre Säcularfeier beging, stand Gauß als ein Heros in der Mitte der Feier; noch heute ist es eine unsrer schönsten Aufgaben, die Herausgabe seiner Werke zu vollenden und so der stets lebendigen Wirkung seiner Gedanken auf die Nachwelt breiteren und festeren Boden zu geben.

Vor allem durch Blumenbachs ruhmvolle Thätigkeit, der von 1784 bis 1840 der Gesellschaft angehörte, steht die nachheynesche Zeit wieder, wie in ähnlicher Weise durch Haller die Anfangszeit, auch unter dem Zeichen der Naturgeschichte des Menschen, der Physiologie und der vergleichenden Anatomie. Seine Nachfolger Rudolf Wagner und Hausmann; die großen Vertreter der Botanik, Chemie, Anatomie: Grisebach, Wöhler, Henle; Gauß' Nachlolger Dirichlet und Riemann, sein jüngerer Freund und Genosse Wilhelm Weber — es möge genügen, durch diese Namen an das Stück Wissenschaftsgeschichte zu erinnern, das jeder von ihnen bedeutet.

Wie ich es nicht unternehmen kann, die historische Stellung dieser Männer zu würdigen, so wenig darf ich bei den großen Vertretern der philologischen und historischen Wissenschaften verweilen. Die Reihe Gesner, Heyne, Heeren, O. Müller setzten Karl Friedrich Hermann, Ernst Curtius, Hermann Sauppe fort; die durch Michaelis begonnene Reihe Johann Gottfried Eichhorn, Heinrich Ewald und Paul de Lagarde; die neu entstandene Sprachwissenschaft hatte in Benfey ihr Haupt, die Geschichtsforschung in Waitz, die Nationalökonomie in Hanssen. Viele sind unter uns, die mit diesen Männern freundschaftlich verbunden waren; auch von den Jüngeren unter uns haben viele Webers, Hanssens, Sauppes ehrwürdige Gestalten gesehen und manche sich an Lagardes jugendlicher Fülle erquickt. Lagardes Name wird in Zukunft bei uns in zwiefachem Sinne lebendig sein, wenn die wissenschaftliche Stiftung, die er mit seinem ganzen nachgelassenen Besitz an die Gesellschaft geknüpft hat, in Wirksamkeit treten wird.

Man müßte die Geschichte der Universität schreiben, wenn man die wissenschaftliche Leistung der Gesellschaft während des 19. Jahrhunderts in einem gebührenden Zusammenhang beschreiben wollte. Das auszusprechen bedeutet ein großes Lob für die Universität und ein eingeschränktes für die Gesellschaft. Es bedeutet, daß die Gesellschaft bis in das letzte Jahrzehnt hinein bei der Auffassung ihrer Aufgabe geblieben ist, die ihr vor anderthalb Jahrhunderten durch Haller vorgeschrieben wurde: eine Erweiterin und Vermehrerin der Wissenschaften zu sein neben der das gemünzte Gut ausgebenden Universität; daß aber die Universität längst, ja von den ersten Zeiten ihres Bestehens an über die Aufgabe hinausgewachsen ist, die man damals den Universitäten zumuthete; hinausgewachsen durch den Geist, der bei ihrer Begründung waltete, und nicht zum wenigsten durch die Personalgemeinschaft mit eben der Gesellschaft, die man in der Idee eines seltsamen und in dieser Form von der Wissenschaft selbst nicht verstatteten Dualismus neben sie gestellt hatte. Man wollte Körper und Seele zerlegen und die Seele als ein besonderes Institut neben den Körper stellen. Aber die deutschen Universitäten haben gezeigt, daß sie selbt den lebendigen Odem in sich trugen. Halle, Göttingen, Königsberg, Jena, Leipzig, dann Berlin und Bonn, in dieser Reihenfolge, und dann die ganze Reihe der Schwesteranstalten, sie sind selbst Erweiterinnen und Vermehrerinnen der Wissenschaften geworden und dürfen mit Stolz auf den Unterrichtsbetrieb herabsehn, den Leibniz gekannt, nach dem er die Universitäten eingeschätzt und um dessen willen er die Akademien den

Universitäten gegenübergestellt hat. Es ist nicht anders: die Leibniz-Hallersche Aufgabe der gelehrten Gesellschaften haben die Universitäten übernommen; es giebt längst vielleicht keine deutsche Universität mehr, die nicht den Arbeitsbetrieb einer solchen Societät in sich selbst enthielte. Als unsre Societät der Georgia-Augusta zu dieser Entwicklung ihrerseits mit verholfen hatte, da hatte sie die ihr von ihren Stiftern gestellte Aufgabe erfüllt.

Aber nicht die Aufgabe, die ihr von der Geschichte gestellt war.

Für die Geschichte der Akademien überhaupt bedeutet die Gründung der Berliner Universität eine der wichtigsten Epochen. Die Universität neben der Akademie, das Verhältniß aus dem die Göttinger Gesellschaft seit einem halben Jahrhundert ihre Lebenskraft schöpfte, führte in Berlin eine innere Regeneration der Akademie herbei, die auf alle ähnlichen Anstalten eine vorbildliche, fortzeugende Wirkung zu üben bestimmt war. Es trat vor Aller Augen, als Böckh und Wolf, Savigny und Schleiermacher an die Universität berufen wurden, daß es für die persönliche Forschung keiner Akademie bedurfte. Auf der andern Seite erhoben sich durch die gewaltige Entwicklung der historischen Wissenschaften Aufgaben neuer Art, die von Einzelnen zwar gedacht und auf ihre wissenschaftlichen Grundlagen gestellt, aber nur mit öffentlichen Mitteln und durch organisirte Arbeit ausgeführt werden konnten. Daß die neue Zeit den Akademien diesen Beruf gegeben habe, für Unternehmungen solcher Art die Gedanken zu fassen und zu begründen, die Mittel zu stellen oder zu finden, die Arbeit zu organisiren, das haben die Urheber des griechischen Inschriftenwerkes gewußt und bezeugt; an der Wiege der Monumenta Germaniae wurde es ausgesprochen. Eine stolze Reihe ähnlicher Werke hat die Berliner Akademie der Welt gegeben; andre Akademien, vor allen die Münchener und Wiener, sind auf diesem Wege gefolgt. Unsre Gesellschaft hat sich allzulange mit dem altgewohnten Zustande begnügt, der ihr nicht gestattete über die altgewohnten Absichten hinauszugehen. Erst die im Jahre 1893 durch die Gnade des Königs reorganisirte, von der Universität gelöste, mit eignen Mitteln auf eigne Füße gestellte und zu eignen Unternehmungen ausgerüstete Gesellschaft der Wissenschaften konnte in eine Reihe mit den Akademien der neuen Zeit und des neuen Stiles treten.

Wer einmal die Geschichte der Gesellschaft schreibt, wird von merkwürdigen Schritten Einzelner nach diesem Ziele hin zu berichten haben. Die Namen der Männer, die, theils der Gesellschaft theils der Regierung angehörend, in gemeinsamem Wirken das

Ziel erreicht und für die Gesellschaft das Statut vom 21. Juni 1893 gewonnen haben, darf ich an dieser Stelle nicht nennen; sie sitzen unter uns.

In dieselbe Zeit mit der Neuordnung der Gesellschaft fällt die Gründung des Cartells, das die Akademien von Wien und München, die Gesellschaften der Wissenschaften von Leipzig und Göttingen vereinigte; kein zufälliges Zusammentreffen: zum einen wie zum andern Ziele führten dieselben Gedanken und zum Theil dieselben Männer. Der Blick der sich auf Unternehmungen richtet, die über Kraft und Leben eines Einzelnen hinausreichen, langt bald bei Aufgaben an, zu deren Bewältigung sich die geistigen Kräfte und die materiellen Mittel mehrerer Körperschaften zusammenthun müssen, deren Werth, Absicht, Ausführbarkeit außer Frage zu stellen die vereinigte Wucht einer vielfachen wissenschaftlichen Autorität vonnöthen ist. Denn es gilt auf diesem Gebiete auch die Regierungen zu berathen. Es ist kein Zweifel, daß ein starkes Streben, die großen Zwecke der Wissenschaft zu fördern, um die Wende der Jahrhunderte durch die europäischen Staaten geht. Wir dürfen rühmend anerkennen, daß das deutsche Reich und Oesterreich, daß Bayern und Sachsen eine volle und offene Hand für die Bestrebungen haben die mit denen ihrer Akademien zusammenfallen; wir dürfen uns rühmen, daß der preußische Staat die Bedeutung der Wissenschaft für das öffentliche Leben heute nicht geringer schätzt als da er vor fast einem Jahrhundert in ihr die beste Kraft zur Wiederbelebung des zertrümmerten Staates fand. Nicht nur Neigung und Zusage, auch treibende Gedanken sind uns oft aus dem preußischen Unterrichtsministerium gekommen. In den Akademien entstanden wissenschaftliche Pläne, die im wahren Sinne die Erde umspannten. Das Cartell war bereits im Gedanken an den weiteren Verein aller arbeitskräftigen Akademien der Erde gegründet worden. Ueberall wo schaffendes Leben war, war dieser Leibnizische Gedanke, der im Hintergrund aller seiner akademischen Gründungen und Gründungspläne gelegen hatte, lebendig und reif wie die Frucht am herbstlichen Baume. Der entscheidende Anstoß wurde auf der in Göttingen abgehaltenen Cartellversammlung von 1898 durch Besprechungen mit den in Sachen des naturwissenschaftlichen Katalogs anwesenden Delegirten der Londoner Gesellschaft gegeben. Vor einem halben Jahre hat die Internationale Association der Akademien an der Stätte des ehrwürdigen und uns Allen verehrungswürdigen Institut de France zum erstenmale getagt.

Genug von den Thatsachen, die uns Allen in frischester Erinnerung stehn; wie uns auch die Folgerungen vor Augen stehn,

die sich aus dem Fluge dieser Thatsachen für unsre Gesellschaft ergeben haben. Wir sind aus der beschaulichen Zurückgezogenheit so vieler Menschenalter hervorgetreten und fühlen uns von einer freieren Luft, aber auch von schärferen Winden umweht. Die Geschäftsberichte der letzten Jahre melden von einer ganzen Reihe von Unternehmungen größeren Stils, die theils gute Fahrt haben, theils der Ausfahrt harren; genannt seien die Bearbeitung der Papsturkunden bis auf Innocenz III, die Untersuchung mittelniederdeutscher Texte, die Pendelmessungen in Ostafrika, die begonnenen seismischen und luftelektrischen Forschungen, die in Aussicht stehenden geophysikalischen Beobachtungen auf Samoa. Wie an einem Theil dieser Aufgaben das Cartell der deutschen Akademien betheiligt ist, so haben wir im Verein mit diesem den Thesaurus linguae latinae und die Mathematische Encyklopädie in Angriff genommen. Bei allen diesen Unternehmungen haben wir die thatkräftige Huld unsers königlichen Protectors, Erneuerers und Erhalters, die stete und bereite Hülfe der Unterrichtsverwaltung, die überraschende Gunst hochsinniger Freunde und Förderer erfahren. Wir genießen die Freude gesteigerter gemeinsamer Arbeit und fühlen uns vorwärtsschreiten auf ansteigender Bahn. Aber es wäre nicht wohlgethan, den ernsten Erwägungen auszuweichen, die sich dem zu nachdenklicher Sorge Geneigten in den Weg drängen.

Sind wir nicht in Gefahr, die Grenzen zu überspringen, die uns durch unsre Vergangenheit, durch die Bescheidenheit unsrer Existenz und Mittel gezogen sind? Wenn Göttingen vor 150 Jahren neben die großen Akademien Europas treten durfte, so handelte es sich nur um die Forschungsarbeit der Einzelnen; ist es gerathen, unter so veränderten Umständen auf gleichem Plane mit London und Paris, mit Berlin und Wien das Jahrhundert herauszufordern?

Die Antwort ist zunächst, daß es sich nur darum handelt, auf welchen Wegen unser Stiftungszweck, ‚die Wissenschaft zu fördern und zu erweitern', in unsern Zeiten von einer gelehrten Körperschaft zu erfüllen ist; und es bedarf keines Wortes weiter, welche Wege gewiesen sind. Zum andern: der gewaltige Umfang der internationalen Vereinigung darf uns nicht schrecken; er erweitert nicht den Umfang der Aufgaben, sondern erleichtert ihre Erfüllung. Der Zweck dieser Vereinigung ist Verstehen und Helfen. Die kindlichen Vorstellungen von nationaler Wissenschaft theilt keiner der in der Wissenschaft irgendwo zu Hause ist; nationale Gegensätze kann auf diesem Gebiete auch der engste Geist nicht kennen; denn welcher Gelehrte darf an Italien, England, Frankreich mit andern Gefühlen als denen der stolzen und

männlichen Dankbarkeit für die geistigen Thaten denken, durch welche diese Nationen den Boden bereitet haben, auf dem wir pflügen und ernten? Aber es ist von unschätzbarer Bedeutung, daß die Gemeinsamkeit aller wissenschaftlichen Bestrebungen nicht nur eine authentische Anerkennung, daß sie ein Organ gefunden hat, als zweckmäßig erkannte Arbeit in allen Ländern, auf die sie angewiesen ist, zu fördern, unzweckmäßige Concurrenz zu hindern, Maßnahmen zu allgemeiner wissenschaftlicher Verständigung oder zur Erleichterung des wissenschaftlichen Weltverkehrs zu treffen, die Regierungen über das im höchsten Sinne Wünschenswerthe zu unterrichten. Die Absicht ist nicht darauf gegangen, wissenschaftliche Probleme durch vereinigte Weltkräfte zu lösen. Wohl können sich 17 Akademien gemeinsam bemühen, um Unternehmungen möglich zu machen, die nur dem wissenschaftlichen Nutzen dienen, zusammenfassen, Hilfsmittel hervorbringen wollen, zu deren Herstellung internationale Macht und Mittel vonnöthen sind; oder locale Beobachtungen ins Werk zu setzen, die sich über die Erdoberfläche erstrecken. Zu rein wissenschaftlichen Unternehmungen wird sich in der Regel nur eine Gruppe der an der Sache interessirten Akademien zusammenfinden. Mit andern Worten, es werden Cartelle in der Art des unsrigen entstehen, die aber nur zum Zwecke bestimmter Unternehmungen bestehen werden; wie bereits früher die Berliner Akademie mit unserm Cartell zum Zwecke des Thesaurus linguae latinae zusammengetreten ist. So sind an der Bearbeitung der byzantinischen Urkunden außer der Münchener die Petersburger und Wiener Akademie, an der Breitengradmessung in Afrika England, Deutschland und der Kongostaat in erster Linie interessirt; so wird an der Herausgabe von Leibniz' Werken, deren Project vorzubereiten die Berliner und zwei Pariser Akademien übernommen haben, unsere Gesellschaft theilzunehmen sich vermuthlich durch mehr als ein Interesse aufgefordert fühlen. Das Cartell, das uns mit Leipzig, München und Wien verbindet, ist also nicht nur eine Vorstufe der internationalen Vereinigung; es ist auch keineswegs durch diese ersetzt. Es hat den großen Vorzug einer Vereinigung, der eine beträchtliche Zahl gemeinsamer Aufgaben durch die Natur der Dinge geboten ist. Wir werden es als eine längst lebendig arbeitende, ineinander gewöhnte und, wie wir nun mit gutem Rechte sagen dürfen, vorbildliche Institution festhalten. An die weitere Vereinigung werden wir eine wissenschaftliche Unternehmung nur zu bringen haben, wenn uns für eine neue Aufgabe eine neue Gruppenbildung wünschenswerth scheint oder wenn für ein auf williges Entgegen-

kommen fremder Behörden, Bibliotheken und Archive rechnendes Unternehmen die internationale Billigung zu gewinnen ist.

Wir hoffen somit, durch die Erfahrung im kleineren Kreise vor dem Fehler geschützt zu sein, daß wir der erweiterten Aussicht gegenüber das Augenmaß verlieren oder Projecte um der Projecte willen machen. Freilich ist dies die Gefahr, die in der neuen Entwicklung der Akademien, in der Aenderung der akademischen Aufgaben überhaupt verborgen liegt. Der Unternehmergeist, das Virtuosenthum der Arbeitsorganisation möge den vereinigten Akademien und jeder einzelnen fernbleiben. Die Aufgabe muß sich mit eigner Kraft ans Licht drängen. Der laute Ruf des wissenschaftlichen Bedürfnisses kann sie hervorlocken, sie kann durch die Arbeiten einer Generation in Bewegung gesetzt sein; die sicherste Garantie dafür, daß ein Project innerlich lebendig ist und productiv wirkendes Leben erzeugen wird, wird immer darin liegen, daß der Gedanke in individueller Forschung wurzelt, daß er aus der Lebensarbeit einer wissenschaftlichen Persönlichkeit herausgewachsen ist. Wer die Arbeit zur Lösung einer großen Aufgabe organisiren will, der muß ihren Gehalt in seinem Busen tragen. Das lehrt die Geschichte der Wissenschaft von Aristoteles bis Mommsen.

Und so kommen wir auf die Wahrheit zurück, von der beherrscht Leibniz und Haller ihre Akademien gegründet haben. Die persönliche Forschung ihrer Mitglieder ist doch das Lebenselement jeder gelehrten Gesellschaft, die Bedingung in der ihr inneres Gedeihen ruht. Das gute Glück bewahre jede Akademie vor einer äußeren Blüthe und extensiven Wirksamkeit, die nicht durch intensive Arbeit verursacht ist. Die Tüchtigkeit unsrer Existenz muß in unsern Nachrichten und Abhandlungen zunächst zu Tage treten; das ist der Boden, auf dem unsre Unternehmungen gedeihen sollen.

Haller und Leibniz haben ihren Akademien den Beruf der reinen Forschung im Gegensatz zu den Universitäten zugewiesen. Der Gegensatz hat sich durch das wissenschaftliche Wachsthum der Universitäten ausgeglichen; aber an einem Punkte bleibt er bestehen. Die Universitäten sind und bleiben Unterrichtsanstalten; nur der Charakter des Unterrichts hat sich gehoben. Grade unsre Gesellschaft sollte zu Anfang auch der Bildung junger Gelehrten dienen, wie sie auch, gleich der Berliner Akademie, durch die ökonomischen Preisfragen den öffentlichen Nutzen unmittelbar befördern sollte. Diese Dinge sind allmählich als fremde Bestandtheile abgefallen. Unsre Gesellschaft ist durch die Neuordnung

äußerlich von der Universität getrennt worden; denn trotz der Gleichheit der Personen und ihrer Ziele gehn die Zwecke der beiden Anstalten auseinander. Es ist jetzt ein feststehender Satz, daß die gelehrten Gesellschaften allein mit der Arbeit an der reinen Wissenschaft zu thun haben. Lehre und Anwendung bleiben ihnen fremd, und damit die Fragen, die Stürme, die Wechselfälle des Tages.

Denn hier öffnen sich Ausblicke, an denen wir nicht ganz vorbeigehn dürfen, da sie auf eine besondere Bedeutung und Aufgabe weisen, die das neue Jahrhundert für die Akademien in Bereitschaft hält. Ob die Universitäten, die doch von der Einwirkung der übrigen Unterrichtsanstalten abhängig sind, bleiben werden was sie sind? ob die philosophischen Facultäten, die doch auf eine innerliche Einheit angewiesen sind, dauern können wie sie sind? das sind Fragen, auf die die nächsten Jahrzehnte uns die Antwort bringen werden. Das heilige Feuer der Universitäten wird nicht verlöschen, aber vielleicht wird es der Wächter bedürfen, die die Flamme nähren und bewahren. Wenn die Tage der philosophischen Facultäten gezählt sind, so werden wir die Einheit der Wissenschaft, die der belebende Grundgedanke unsrer Universitäten ist und die bisher diese Facultäten veranschaulicht haben, vergebens an den Universitäten suchen. Und doch bedürfen wir nicht nur der Einsicht in die Einheit der Wissenschaft; damit ihr Begriff nicht verloren werde, muß sie in der Erscheinung, wenn auch nur im Symbol und Exempel, wahrgenommen und in der Erfahrung erlebt werden. Die Akademien haben in der reinen Forschung ein freies Gebiet zu eigen. Sie werden, wenn man den günstigsten Zeichen trauen darf, die Bedingungen ihres wahren Lebens verstehen und nicht selbst an ihren Fundamenten flicken und bröckeln. Wie sich auch ihre Wirksamkeit gestalte: durch ihre innige Verbindung mit den Universitäten wird ihnen die Aufgabe zufallen, diesen ihr bestes Gut, den inneren Zusammenhang der Wissenschaften, zu behüten, die Einheit der Wissenschaft vor Augen zu stellen und damit einen Theil des Dankes abzutragen, den die Akademien den Universitäten schulden.

Die nächste Vergangenheit hat uns eine Fülle neuer Aufgaben gebracht, die nächste Zukunft hält uns neue bereit, andre ruhen in ihrem Schoße. Die Wissenschaft hat in den letzten vier Jahrhunderten ihr Reich gewaltig ausgebreitet, sie hat einen Siegeszug durch Gedanken und Leben der Culturwelt gethan. Heute behängen sich auch Philisterthum und Trivialität nur zu gerne mit ihrem Zeichen. Da sie eine Macht ist, wird sie auch in den

Kampf des Tages gezogen, da sie Werth und Glanz zu vergeben hat, gilt ihr Name auch bei ihren Feinden. Aber sie wohnt, unberührt von wildem Wunsch und Schein und Usurpation, in reiner Luft, nicht selig und thatenlos in den Zwischenwelten wie die Götter Epikurs, in stillem ewigem Wirken; denn das Kleid der Gottheit wird nicht ausgewoben.

Das ist unser Zeichen; wir werden wirken wie wir es recht verstehen. Dem Unendlichen nähert sich menschliche Arbeit nur indem sie sich bescheidet. Vor der Ewigkeit der Wissenschaft verliert auch ein Institut wie unsre Gesellschaft die Zuversicht der Dauer. Vielleicht wird die Wissenschaft nach wenigen Jahrhunderten andere als die uns heute vertrauten Formen für ihre Zwecke verwenden. Inzwischen wollen wir die Arbeit des Tages unter dem Begriffe der Ewigkeit verrichten. Ein Tag wie dieser soll den Gewinn in sich tragen, uns dazu anzuleiten. Er läßt uns des Vergangenen gedenken, das Kommende bedenken, die Gegenwart im Lichte des Zusammenhangs und der Dauer sehen, selber uns dem Dauernden nähern und der Richtung sicherer nach dem unendlichen Ziele gehn. 'So wird Vergangenheit beständig, das Künftige voraus lebendig, der Augenblick wird Ewigkeit'. Auf diesem Wege verschwindet der Einzelne, um 'im Grenzenlosen sich zu finden'. Nicht die Dauer unsres Namens ist die Folgerung, die wir aus der Bedeutung des Individuums in der Geschichte der Wissenschaft ziehen. Unsre Sorge ist, daß die Fäden, die wir in den Webstuhl der Wissenschaft schlagen dürfen, von der Geschichte haltbar befunden werden. Diese Arbeit ist unsre Gegenwart. Danach mögen andre Generationen das Ihre thun und ihrer Väter so gerne zu gedenken Ursach haben wie wir der unsern.

Der Vorsitzende nahm das Wort:

Hochverehrte Anwesende! Unsere Gesellschaft ist ein Lebendiges. Wie alles Lebendige unterliegt sie dem Wechsel. Neidlos sehen wir aus unserem Kreise die Collegen, die Freunde ziehen, wenn sie zu größeren Aufgaben berufen werden, denn sie bleiben unser. Aber schmerzlich durchzuckt es uns, wenn vorzeitig der Tod eingreift in unsere Reihen. Noch sind die Wunden nicht verharrscht, die der letzte Sommer uns schlug. Aber es heißt für uns: vorwärts. Die Reihen sollen sich wieder schließen; unsere Aufgabe ist es, dafür Sorge zu tragen, daß wir geschlossen vorwärts gehen an die Arbeit. In diesem Sinne hat unsere Gesellschaft Anlaß genommen, die Zahl ihrer Mitglieder zu ergänzen,

nach dem neuen Statut auch zu vergrößern. Wir benutzen gerne den heutigen Tag, um an dieser Stelle diese Wahlen zu verkünden.

Mit dem Tode Erik von Nordenskjölds, des großen Polarforschers, hatte unsere Gesellschaft ihr letztes Ehrenmitglied verloren. Wir haben zur Feier unseres Jubiläums uns mit einem neuen Kranz von Ehrenmitgliedern schmücken dürfen, da Se. Majestät unsere Wahlen huldreich bestätigt hat. (Es folgt die Verkündung der auf Seite 80 genannten neuen Ehrenmitglieder.)

Gern hätten wir diesem Kreise einen Mann hinzugefügt, der zu den besten Schülern unserer Hochschule gehörte. Es hat nicht sein sollen. Johannes Miquel ist vom Tode abgerufen, ehe wir ihm mit unserer Ehrung nahen konnten.

Die Gesellschaft wählte ferner auswärtige Mitglieder, die die königliche Bestätigung erhalten haben, und correspondirende Mitglieder. (Ihre auf Seite 80—82 angeführten Namen werden verlesen).

Hochansehnliche Versammlung!

Wir kommen zum Schluß. Unsere Gesellschaft nennt sich mit Stolz eine Königliche. Von einem Könige ist sie gegründet; vom Könige wird sie getragen, gefördert, geschmückt, geziert. Was können wir dagegen geben? Nichts anderes als das Gelübde der Treue, auch der Treue in wissenschaftlicher Arbeit, die die Annäherung an die Wahrheit sucht. In diesem Sinne bitte ich Sie einzustimmen in den Ruf: Seine Majestät unser allergnädigster Kaiser, König und Herr, der allerdurchlauchtigste Förderer unserer Gesellschaft, Wilhelm II. lebe hoch. Nach lebhaftem dreimaligen Hochruf löste sich die Versammlung auf.

Am Nachmittage um 3 Uhr versammelte sich im englischen Hofe die Gesellschaft mit ihren Gästen zu einem Festmahle, für dessen Kosten das vorgesetzte Ministerium die erforderlichen Mittel bewilligt hatte. Die zahlreichen von aussen eingelaufenen Glückwunsch-Telegramme wurden hier verlesen.

Mit Mitgliedern der Universität fand am Abend in zwangloser Weise eine Zusammenkunft der Festtheilnehmer im Cafe national statt.

Damit schlossen die ohne Störung verlaufenen Festlichkeiten.

Adresse der Georg-Augusts-Universität.

Der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen bringen zu der Feier einhundertfünfzigjährigen Bestehens in dem freudigen Bewußtsein inniger Zusammengehörigkeit ihre Glückwünsche dar: Prorector und Senat der Georgia Augusta.

Das Fest, welches die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften heute feiert, mit ihr zu begehen hat niemand ein stärkeres Anrecht als die Georgia Augusta.

Zwei wissenschaftliche Körperschaften auf demselben engen Raume thätig, zum großen Theil aus denselben Gliedern bestehend, sind die Societät der Wissenschaften und die Universität Göttingen von demselben Fürsten und seinem hochsinnigen Berather ins Leben gerufen, von denselben Männern gefördert und gepflegt. Als sie wenige Jahrzehnte nach ihrer Entstehung, die eine feindlicher Störung, die andere innerer Zerrüttung, anheimfielen, hat dieselbe rettende Hand sie wiederhergestellt und glücklichen Tagen entgegengeführt.

In inniger Verbindung haben beide ihren Weg verfolgt und ihren verwandten, aber doch verschiedenen Aufgaben gedient.

Die Scheidung in wissenschaftliche Lehre und in Forschung, wie sie die Stifter der Societät in deren ältesten Statuten zum Ausdruck brachten und auf die Facultäten vertheilt dachten, hat vor dem geschichtlichen Leben, vor der Entwicklung der Wissenschaften nicht Stand halten können. Einer Zeit entsprungen, die die Universitäten vor allem brauchbar zu machen suchte, ist jene Unterscheidung von dem Aufschwung, den die Universitäten nahmen, und der nicht zum wenigsten durch die Entwicklung Göttingens gefördert ist, überholt worden. Die deutschen Universitäten haben durch die That die Zusammengehörigkeit von Lehre und Forschung bewährt und keine ihrer Facultäten ist darin zurückgeblieben; sie haben gezeigt, daß die wahrhaft und dauernd brauchbare Lehre der Basis gründlicher Forschung nicht entrathen kann.

Jene Scheidung hat aber das Gute gehabt, daß sie einzelne Gebiete der Wissenschaft aussonderte und der speciellen Fürsorge der Akademieen überwies, Dadurch war es den gelehrten Gesellschaften ermöglicht, hier mit ihrer vertiefenden Arbeit einzusetzen und ihre Aufgaben bis in ihre feinsten Verzweigungen zu verfolgen.

Dieser Bestimmung konnte sich eine gelehrte Körperschaft um so ungestörter hingeben, als sie nicht zugleich berufen war, sich mit den praktischen Aufgaben zu befassen, welche die Erziehung und Ausbildung der Jugend mit sich bringt. Wo sie die Universität in die Kämpfe des Tages, in die Anforderungen und Wandelungen der Zeit hineinziehen, war es der gelehrten Gesellschaft vergönnt in beschaulicher Ruhe ihren Arbeiten nachzugehen.

Die Universität mußte ihrem öffentlichen Berufe entsprechend die Jugend für den Dienst des Staates, der Kirche und die vielgestaltigen Zwecke der Gesellschaft vorbereiten und ausbilden. Die Arbeiten einer gelehrten Gesellschaft durften und mußten hinausgehen über die Grenzen des Vaterlandes; sie sollten die Wissenschaft um ihrer selbst willen ins Auge fassen und ihren Bedürfnissen nachforschen im Zusammenhange mit allen Culturnationen.

Ohne alle festliche Uebertreibung dürfen wir sagen, daß die Gesellschaft der Wissenschaften in den 150 Jahren ihres Bestandes den idealen Aufgaben vollauf entsprochen hat, die ihr von ihren Stiftern vorgezeignet sind. In all den Zweigen der Wissenschaft, deren Pflege ihr anvertraut ist, in dem weiten Umkreis der Naturwissenschaften, der Mathematik, der Geschichte und der Philologie hat sie Männer zu ihren Mitgliedern gezählt, die zu den leuchtendsten Zierden der deutschen Wissenschaft gehörten. Die Arbeiten, die von der Gesellschaft ausgegangen sind, haben die Wissenschaft bereichert und Beziehungen geknüpft zwischen ihr und den gleichstrebenden Vereinigungen des Inlandes und des Auslandes.

Alles, was die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften durch ihre Arbeit und Forschung erreicht hat, ist auch uns zu Gute gekommen. Ihre großen Mitarbeiter waren auch die unsern. Die internationalen Beziehungen, die sie angeknüpft hat, haben den Namen Göttingens weithin getragen. Der Bücherschatz, der gelehrte Apparat der Universität ist durch sie bereichert. In dem kleinen Staat, in dem die Gesellschaft entstanden ist und der sie nach seinen besten Kräften gepflegt hat, hat sie dazu gedient, den großen Zusammenhang zu wahren, Männer heranzuziehen, die in ihren Arbeiten keine andern Grenzen kannten als die der Wissenschaft.

Die anderthalb Jahrhunderte, auf die die Gesellschaft der Wissenschaften zurückblickt, sind eine Zeit unvergleichlicher Wandelungen, aber auch eines unvergleichlichen Aufschwungs auf allen Gebieten des Lebens und des Wissens gewesen. Beides ist

herausgeführt aus der Stille, der Abgeschlossenheit, der Selbstgenügsamkeit des 18. Jahrhunderts. An ihre Stelle trat das Ringen nach neuen Formen des politischen Lebens. Die deutsche Einheit siegte über die Particularitäten der alten Zeit. Nach der Erneuerung des politischen Lebens melden sich die Bedürfnisse des gesellschaftlichen Zusammenhangs, hat ein Kampf, ein allgemeiner Wettbewerb der Nationen und der Berufsklassen begonnen.

Auch unter diesen Gegensätzen und Parteiungen, die das bürgerliche Leben mit Auflösung bedrohen, hat die Wissenschaft und ihre Lehre ihres alten Amts zu walten.

Die neuen Statuten, die Se. Maj. der Kaiser und König der Gesellschaft der Wissenschaften im Jahre 1893 verliehen hat, rufen sie auf, ihre Kräfte zum Nutzen der Wissenschaft und zum Frommen des Vaterlandes zu bethätigen. Es ist der alte Ruf, unter dem die Gesellschaft ihre Arbeit gethan hat. Möge es ihr in der neuen Gestaltung, die ihr gegeben ist, und unter der gesteigerten Förderung, die ihr die Königliche Staatsregierung zu Theil werden läßt, vergönnt sein, das ruhmvolle Werk ihrer Vorgänger fortzusetzen, und was sie von ihren Vätern ererbt, gemehrt und bereichert den Nachfolgern zu hinterlassen!

An der Wiege der Societät und der Universität haben einst dieselben Männer gestanden: Albrecht von Haller und Joh. Matthias Gesner, der eine die Naturwissenschaften, der andere die historischen Wissenschaften repräsentirend. Die Heyne, Blumenbach, Gauss, Weber, Wöhler und Waitz sind die ebenbürtigen Nachfolger der glorreichen Vorgänger gewesen. Sie haben alle ihrer Doppelaufgabe, der Forschung und der Lehre, gedient und in idealer Weise verwirklicht, was den Stiftern beider Vereinigungen als Ziel vorschwebte. Mögen so auch in Zukunft die Königliche Gesellschaft der Wissenschaften und die Georgia Augusta zusammen stehen, sich gegenseitig fördern und stützen, um gemeinsam die eine Aufgabe zu erfüllen: die wissenschaftliche Erkenntniß auf allen Gebieten des Lebens zu mehren und zu verbreiten!

Prorector und Senat der Georgia Augusta.

Adresse der Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Physik und Mathematik.

Bei der Jubelfeier der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, die heute auf eine 150 jährige Wirksamkeit zurückblickt, erlaubt sich auch die unterzeichnete Vereinigung ihre herzlichsten Glückwünsche darzubringen und thut sie dies um so aufrichtiger und berechtigter, als die neuzeitliche Entwickelung der Anwendung von Mathematik und Physik mit der Geschichte der Göttinger Gesellschaft durch die Arbeiten ihrer großen Mitglieder Gauß und Weber untrennbar verbunden ist.

Astronomie, Geodäsie und die Physik in ihrem ganzen Umfange, vom kleinen Laboratoriumsversuch bis zu den das Weltall umfassenden Problemen, haben von hier beginnend die feste Grundlegung gefunden, welche durch das Zusammengehen genauester Messungen mit rationellen Methoden der Berechnung und der Beurtheilung für alle Zeiten geliefert wird.

Möge die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen auch in Zukunft in gleichem Sinne weiter wirken, als eine feste Burg ernster Wissenschaftlichkeit, von der aus der Erkenntnißtrieb des Forschers, gestählt an den Aufgaben abstrakter Fragestellung, auf das Ganze hinauswirkt und die uns umgebende elementaren Kräfte der Herrschaft des Menschen je länger, je mehr unterwirft.

In diesem Sinne bringt zur heutigen Feier ihre aufrichtigen und herzlichen Glückwünsche

Die Göttinger Vereinigung zur Förderung
der angewandten Physik und Mathematik.
Der Vorsitzende.

9. November 1901. gez.: Dr. Böttinger.

Nachrichten

von der

Königl. Gesellschaft der Wissenschaften

zu Göttingen.

Geschäftliche Mitteilungen.

1901. Heft 2.

Inhalt.

Göttingen,
Commissionsverlag der Dieterich'schen Universitätsbuchhandlung
Lüder Horstmann.
1901.

